

文章编号: 1001-0920(2004)07-0838-03

一类允许缺货的易变质物品的随机非线性存贮模型

冷克平¹, 刘保政², 黄小燕²

(1. 东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 研究了货物存贮问题. 考虑到在仓库出空期间一般人们有耐烦与不耐烦两种反应, 研究中假设仓库出空期丢失顾客量服从正态分布, 据此建立允许缺货的易变质物品的非线性存贮模型, 使模型更接近于实际, 并给出数值例子, 运用Matlab软件求解最优存贮控制策略, 得到近似的最佳进货量和最佳出空期长度.

关键词: 易变质物品; 存贮; 出空期; 耐烦期; 正态分布

中图分类号: F224.0

文献标识码: A

A nonlinear stochastic inventory model with single deteriorating item

LENG Ke-ping¹, LIU Bao-zheng², HUANG Xiao-yan²

(Faculty of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China; School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: LENG Ke-ping, E-mail: gao liquan2064@sina.com)

Abstract: The problem of inventory is concerned. Considering that people have two reactions, patient and impatient, in a period of stockout of stores, the lost of customers is assumed to be a normal stochastic variable. A nonlinear stochastic inventory model with single deteriorating item is set up. The model is more appropriate to practice. A numerical example is given. By using Matlab, the optimal control strategy is solved, then the approximately optimal ordering quantity and the approximately optimal length of time of stockout period are obtained.

Key words: deteriorating item; inventory; stockout period; patient period; normal stochastic variable

1 引言

作为现代管理科学一个重要分支的存贮论, 是运筹学中一个活跃的研究领域. 国内外很多专家学者对存贮问题进行了大量研究并取得了许多成果^[1-7]. 文献[1]中仓库出空期的需求假设为全部延期交货, 使企业蒙受缺货损失, 为此提出建立安全库存, 以减少发生缺货的情况. Kim, Park, Das^[3], Akinniyi, Sliver^[6]根据不同顾客对仓库出空的不同

反应, 将需求看作随机变量而导出了一个关于再订购点的随机存贮模型; 文献[7]中研究了易变质物的存贮问题, 其中假设变质率为常数. 但在实际存贮中, 货物存贮的时间越长, 其变质的可能性就越大, 变质率与时间有关.

本文在Kim等工作的基础上, 并假设仓库出空期丢失顾客的概率服从正态分布, 物质变质率与时间成正比, 物质自进库开始就存在变质可能, 建立了

收稿日期: 2003-07-01; 修回日期: 2003-11-21

基金项目: 辽宁省自然科学基金资助项目(98102005).

作者简介: 冷克平(1953—), 女, 辽宁大连人, 副教授, 从事市场营销、战略管理的研究; 刘保政(1969—), 男, 山东临沂人, 博士生, 从事复杂系统的研究.

易变质物品允许缺货库存模型, 同时给出具体数值例子, 使用 Matlab 软件寻求次优控制方案 最后对变质系数 d 进行灵敏度分析, 研究了变质系数的变化对库存控制策略的影响

2 假定与符号

在仓库出空期间, 考虑到由于延期交货或丢失销售机会导致了费用损失, 而在此期间一定数量的需求被延迟, 另一部分销售机会丢失却没有任何费用损失 因此可将仓库出空期间分为两个阶段: 耐烦期阶段与不耐烦期阶段 在此经济背景下, 本文对以往模型进行了改进 为合理地简化问题和便于描述, 文中对所研究的问题作如下假设:

- 1) 存贮物品的单位成本与数量无关;
- 2) 存贮物品的库存费用与数量有关;
- 3) 顾客的平均耐烦期有限且已知;
- 4) 零库存前每单位时间的需求已知且为常数;
- 5) 从仓库出空开始, 丢失的销售机会服从正态分布, 其期望为顾客平均耐烦时间;
- 6) 不考虑延期交货, 零库存以前不考虑顾客丢失;
- 7) 假设货物自进库开始就存在物质变质

以上假设符合一般实际情况 此时, 库存系统的平均总费用包括每次订货的固定订货费、货物的成本费、库存保管费、拖后短缺费、因销售机会而引起的损失费用及仓库环境维护费用

本文符号的定义如下: Q 为每周期最大库存量; a 为仓库出空前单位时间物质需求量; h_1 为库存保管固定费用; h_2 为单位物品单位时间库存保管费; b 为单位物品单位时间的短缺拖后费; k 为每次订货的固定订货费; T 为库存周期; T_1 为出空周期; m 为顾客平均耐烦期; l 为每损失单位物品的销售机会而引起的损失, 包括效益损失; D 为货物变质系数, 变质函数为 $D = d \times t$; A 为处理变质物品的固定费用; B 为处理单位变质物品的费用; P 为物品的单位价格; c 为物品单位时间的拖后短缺费; K 为每次订货的固定订货费; S 为每周期的短缺量; 而

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}},$$

为零库存后丢失的销售机会的正态分布密度函数, 服从以 m 为期望, σ 为均方差的正态分布

3 易变质物质允许缺货模型

在易变质的物品中, 同一时间生产的货物, 变质可能性是相同的, 存贮时间越长, 其变质的可能性就越大 这时间越往后, 变质的货物就越多, 即在不

同时间段里变质的货物数量不同, 所以货物变质率应随时间增加而变大 因此可建立如下变质货物存贮模型:

$$\begin{cases} \dot{I}(t) = - d t I(t) - a, 0 < t < t_1; \\ \dot{I}(t) = - a(1 - \mu), t_1 < t < T. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $I(t)$ 为 t 时刻系统的库存水平, t_1 ($t_1 = T - T_1$) 为仓库出空开始时刻, d 为变质系数, $I(t_1) = 0$ 为边界条件 当 $0 < t < t_1$ 时, 其解可表示为

$$I(t) = e^{-d t} (- a e^{d t} t + C).$$

一般来说, 当出现变质物品时, 要尽可能迅速地发现并将其清除 库存费用除考虑订货费、库存保管费、拖后短缺费以及损失费外, 还要考虑仓库环境的维护费用 令 $C_s(Q, T_1)$ 表示库存系统的平均总费用, 目的在于找到使 $C_s(Q, T_1)$ 取得极小值的最优 Q 和 T_1 值

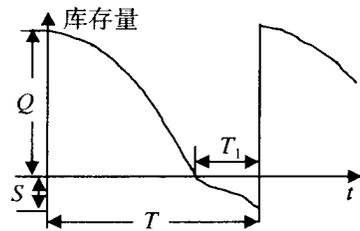


图 1 库存水平图

图 1 所示为该系统的库存水平随时间变化而变化的情况 为了获得该系统的正常最优订货策略, 首先作如下分析: 由图 1 可见, 每周期出空期的货物需求量(即每周期货物的短缺量) 为

$$S = a \int_0^{T_1} (1 - \mu) dt \quad (2)$$

此时失去的销售机会为 $a \int_0^{T_1} \mu dt$ 于是每周期订货总量为 $Q + a \int_0^{T_1} (1 - \mu) dt$; 在订货周期内的库存保管费用为 $h_1 + h_2 \int_0^{T_1} I(t) dt$; 拖后短缺费为 $ca \int_0^{T_1} (1 - \mu) dt$; 丢失销售机会而引起的损失成本为 $la \int_0^{T_1} \mu dt$ 处理变质物品的费用为

$$A + B \int_0^{T-T_1} a t dt = A + \frac{1}{2} B a (T - T_1)^2. \quad (3)$$

进而可知系统的平均总费用为

$$C_s(T, T_1) = \frac{1}{T} \left\{ K + P \left[Q + a \int_0^{T_1} (1 - \mu) dt \right] + h_1 + h_2 \int_0^{T-T_1} I(t) dt + (C + \right.$$

$$l) a \int_0^{T_1} (1 - \mu) dt + A + \frac{1}{2} B a (T - T_1)^2 \} \quad (4)$$

至此, 求解最优库存问题转化为寻找最佳库存量 Q 和最佳出空期 T_1 使平均总费用极小化问题, 因其为非线性规划问题, 很难求出解析解, 但可借助 Matlab 程序包求出数值解. 具体求解过程略.

4 数值举例

例 1 设模型参数为: $a = 20, k = 150, c = 2.2, p = 1.5, B = 0.06, A = 30, h_1 = 30, h_2 = 0.04, l = 0.25, d = 0.0001$. 利用 Matlab 求解得近似最优的 $T = 14.7418$ d (约 15 d), $T_1 = 1.6616$ d (约为 2 d), 即制定订货周期为 15 d, 仓库允许缺货 2 d 的控制策略. 此时系统的库存费用最低, 近似最优库存费用为 56 478.90 元, 约为 56.5 元.

例 2 设模型参数为: $d = 0.1\%, a = 20, l = 0.2, k = 100, c = 2.0, p = 1.0, A = 20, B = 0.03, h = 0.03$, 经计算可得, 系统的近似最优订货周期为 15.1602 d (约为 15 d), 出空周期为 0.02253 d (即没有出空周期) 的库存控制策略下可取得库存费用的近似最优值 41.2132 元, 约为 41.2 元.

5 变质系数的灵敏度分析

下面针对变质系数 d 进行灵敏度分析. 在例 1 中设参数 $a, l, k, c, p, A, B, h_1, h_2$ 不变, 改变变质系数 d , 依次取值为 0.01%, 0.03%, 0.05%, 0.07%, 0.09%, 0.1%, 0.2%, 0.3%, 0.4%, 观察控制决策变量 T, T_1 以及库存总费用 C_s 的变化趋势, 结果如表 1 所示.

表 1 变质系数的灵敏度分析表

次数	$d/\%$	T	T_1	C_s
1	0.01	14.7418	1.6616	56 478.0
2	0.03	14.5284	1.6641	56 654.6
3	0.05	14.3289	1.6665	56 826.5
4	0.07	14.1417	1.6688	56 993.8
5	0.09	13.9656	1.6711	57 156.9
6	0.1	13.8814	1.6723	57 237.0
7	0.2	13.1522	1.6831	57 989.0
8	0.3	12.5757	1.6932	58 667.9
9	0.4	12.1029	1.7026	59 289.2

从表 1 可以看出, 库存周期 T 的减少与变质系数 d 成反比, 而库存总费用 C_s 的增加与变质系数 d 成正比. 随着变质系数增大, 库存出空周期增大, 而

库存周期减小, 库存费用增大. 于是可定性地得出如下控制策略: 对越容易腐烂变质货物, 应采取相应缩短存贮时间, 同时增大存贮出空周期的库存控制策略, 以达到优化库存费用的目的. 此结论与我们日常的生活经验完全相符.

6 结 语

由于市场、环境(政治与经济环境)、消费者需求的复杂性与多变性, 在建立经济类模型时进行必要的假设仍是进行库存研究的一个手段, 而这必然与现实存在差距. 如何使假设更加合理, 仍是现阶段存贮研究的一个重要课题. 建立更为合理的库存数学模型对于分析和描述现实经济环境, 将提供有效的控制决策参考, 对解决实际问题具有十分重要的意义和价值.

本文针对现有存贮模型中的假设条件与实际情况存在较大差距, 建立了随机非线性允许缺货模型. 作为运筹学中一个较为活跃的研究领域, 库存问题的研究空间远大于此.

参考文献(References):

- [1] He X X, Xu S H. An inventory model with order crossover [J]. *Operation Research*, 1998, (S3): 112-119.
- [2] Abboud N E, Sfairy R G. Time-limited free-backorders EOQ model [J]. *Appl Math Modelling*, 1997, 21(1): 21-25.
- [3] Kim D H, Park S. (Q, r) inventory model with a mixture of lost sales and time-weighted backorders [J]. *J of the Operational Research Society*, 1997, 36(3): 231-238.
- [4] Ouyang L Y, Chen C K, Chang H C. Lead time and ordering cost reductions review inventory systems with partial backorders [J]. *J of the Operational Research Society*, 1999, 50(6): 1272-1279.
- [5] Chang H C, Dye C Y. An EOQ model for deteriorating items with time-varying demand and partial backlogging [J]. *J of the Operational Research Society*, 1999, 50(5): 1176-1182.
- [6] Akinniyi F A, Silver E A. Inventory control using a service constraint on the expected duration of stockouts [J]. *A IIE Trans*, 1981, 13(3): 343-348.
- [7] Wang T Y, Chen L H. A production lot size inventory model for deteriorating items with time-varying demand [J]. *Int J of Systems Science*, 2001, 32(6): 745-751.