

文章编号: 1672-2892(2012)04-0421-05

## 对地面某区域某时段连续覆盖的卫星轨道计算

王存良

(中国电子科技集团公司 第 27 研究所, 河南 郑州 450047)

**摘 要:** 为了对地面某一区域在未来某一时段连续覆盖, 需要对在轨卫星变轨, 并计算变轨后的卫星轨道参数。基于在轨卫星部分轨道参数(椭圆轨道  $a, i, e$ , 圆轨道  $a, i$ )和  $t$  时刻星下点的位置坐标及卫星的地面高度, 计算卫星的 6 个轨道参数, 从而得到  $t$  时刻对星下点位置为中心的区域覆盖所需要的卫星轨道参数。利用  $t$  时刻卫星在 J2000.0 平天球坐标系 3 个坐标轴的位置与速度分量计算其卫星轨道参数。用 STK 卫星工具箱软件 6.0 高精度轨道产生器仿真, 输入所得的  $t$  时刻卫星轨道参数, 运行 STK 6.0 得到的星下点位置与事先设置的星下点相距 6.63 m, 完全满足卫星对地面覆盖的需要。欲对该区域在  $t$  时刻以后的一段时间连续覆盖, 所需要的卫星轨道参数可按共地面轨迹计算; 通过 STK 6.0 高精度轨道产生器对计算得到的卫星轨道参数进行仿真, 验证了计算结果的正确性。

**关键词:** 卫星变轨; 轨道参数; 星下点; 平天球坐标系;

**中图分类号:** TN927

**文献标识码:** A

## Calculation of the satellite orbit covering certain area on the ground in some period of time

WANG Cun-liang

(The No.27 Institute, CETC, Zhengzhou Henan 450047, China)

**Abstract:** To cover certain area on the ground in some period of future time, orbital transfer is needed for running satellites, and the orbital parameters after shifting should be calculated. This paper calculates six parameters of satellite orbit basing on part parameters(ellipse orbit  $a, i$  and  $e$ , circle orbit  $a$  and  $i$ ) of running satellite, the coordinates of satellite projection position on the ground and the distance between a satellite and the earth at  $t$  time of the day. Therefore, the parameters of satellite orbit are obtained when the satellite covers the area whose centre is the satellite projection position on the ground at  $t$  time of the day. The parameters of satellite orbit are calculated by three coordinate components of satellite position and velocity at  $t$  time of the day in rooted celestial coordinate system of J2000.0. It is simulated with Satellite Tool Kit(STK) 6.0 High-Precision Orbit Propagator by importing satellite orbit parameters obtained at  $t$  time of the day, the distance between the position of a satellite projection on the ground in STK 6.0 and that setup beforehand is 6.63 m. The result satisfies the requirements of satellite for covering ground. The satellite orbit parameters needed to continually cover the area for some time after  $t$  time of the day should be calculated according to common ground track for satellites. The calculated results of satellite orbit parameters are validated by STK 6.0 High-Precision Orbit Propagator.

**Key words:** orbital transfer of satellite; orbit parameters; the position of a satellite projection on the ground; rooted celestial coordinate system

对航天飞行器(如卫星、载人航天、深空飞行器)的测控称为航天测控, 由于很多飞行器上的载荷均有通信传输要求(如遥感数据、话音等), 测控与通信进一步结合, 称之为飞行器测控通信系统<sup>[1]</sup>。卫星作为一类重要国家装备, 已在军事、气象、地质、农业、能源、交通等众多经济和政治领域发挥作用<sup>[2]</sup>。随着航天任务的增加, 仅

依靠陆基测控网进行卫星的定轨与跟踪将难以承受其高负荷的数据传输与处理<sup>[3]</sup>。天基测控网, 利用2颗中继卫星和1个地面终端站即可覆盖200 km轨道航天器的85%及1 200 km~12 000 km航天器的100%轨道段。这种几乎连续的测控能力可及时传递探测数据, 提高时效性<sup>[4]</sup>。中、低轨道卫星作为中继卫星系统的用户航天器, 可将在轨运行期间任何时刻拍摄的地面图像, 通过中继星和地面站及时传到用户中心。若某一地区成为热点, 需要中、低轨道卫星尽早连续监视, 则通过中继星遥控中、低轨道卫星使其变轨, 来完成这一使命。美国在海湾战争期间, 通过多颗卫星变轨, 形成了对伊拉克的连续覆盖, 为军事行动提供了及时准确的信息, 为赢得战争发挥了重要作用。

卫星变轨必须事先计算目标轨道参数, 然后制定变轨规划。一般情况下, 变轨规划的目标大多是固定时间的最省燃料问题<sup>[5]</sup>, 本文基于在轨卫星的部分轨道参数(椭圆轨道  $a, i, e$ , 圆轨道  $a, i$ )和某时刻的星下点位置与卫星地面高度, 计算卫星的轨道参数, 关键是卫星在平天球坐标系的速度在3个坐标轴上分量的计算。

## 1 星下点经纬度分别为 $L, B$ 时卫星的地心空间直角坐标和平天球坐标

卫星和地心的连线与地面的交点称为星下点, 即卫星在地面上的投影点。卫星到星下点的距离即为卫星的地面高度, 又称为飞行高度。卫星与星下点的大地经度相同, 大地纬度不同; 地心经度与地心纬度分别相同。利用卫星的地心球坐标计算其地心空间直角坐标, 首先计算星下点的地心纬度, 因为星下点是热点地区的中心, 所以星下点的地心大地坐标( $L, B, H$ )可通过数字地球获得, 星下点的地心球坐标( $r, \phi, L$ )计算如下:

地心经度同大地经度<sup>[6]</sup>,

$$\begin{cases} \phi = \arctan \left[ \frac{N(1 - e_E^2) + H}{N + H} \tan B \right] \\ r = (N + H) \frac{\cos B}{\cos \phi} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} N = \frac{a_E}{\sqrt{1 - e_E^2 \sin^2 B}} \\ e_E^2 = 0.006\,694\,379\,990\,13 \\ a_E = 6\,378\,137 \text{ m} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $B$  为大地纬度, 北纬为正, 南纬为负;  $L$  为经度, 东经为正, 西经为负。

星下点为( $L, B, H$ )时卫星的飞行高度  $H_s$ , 卫星的地心向径  $r_s = r + H_s$ ; 卫星的地心空间直角坐标( $x_D, y_D, z_D$ )按式(3)计算<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} x_D = r_s \cos \phi \cos L \\ y_D = r_s \cos \phi \sin L \\ z_D = r_s \sin \phi \end{cases} \quad (3)$$

计算卫星位于热点地区中心上空未来  $t$  时刻的平天球坐标, 是将上述计算的卫星地心空间直角坐标( $x_D, y_D, z_D$ ), 转换为 J2000.0 的平天球坐标, 转换过程可查看有关书籍, 这里从略。

## 2 计算 $t$ 时刻卫星在平天球坐标系的速度分量

利用在轨卫星椭圆轨道的  $a, i, e$  和飞行高度, 通过解方程组的方法, 计算  $t$  时刻卫星星下点经纬度分别为  $L, B$  时, 卫星在平天球坐标系的速度分量( $v_x, v_y, v_z$ )。  $t$  时刻卫星运行速度  $v$  可通过式(4)计算<sup>[7]</sup>:

$$v = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{r_s} - \frac{1}{a} \right)} \quad (4)$$

式中  $\mu = 3.986\,004\,418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ <sup>[4]</sup>。

卫星作椭圆轨道运动, 得到:

$$\begin{cases} \tan i = \frac{\sqrt{(yv_z - zv_y)^2 + (zv_x - xv_z)^2}}{xv_y - yv_x} \\ e = \sqrt{\frac{(xv_x + yv_y + zv_z)^2}{a\mu} + (1 - \frac{r_s}{a})^2} \\ v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \end{cases} \quad (5)$$

方程组(5)中的  $x, y, z$  是卫星在历元 J2000.0 的平天球坐标, 已经计算出来, 该方程组是关于  $v_x, v_y, v_z$  的非线性方程组, 采用迭代法求解。迭代法求解首先要解决迭代初值问题。本方程组的迭代初值可按式(6)求得:

$$\begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \\ v_{z0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin B \cos L & \sin L & \cos B \cos L \\ -\sin B \sin L & -\cos L & \cos B \sin L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \cos(i - 90^\circ) \\ v \sin(i - 90^\circ) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

对方程组(5)的求解, 采用牛顿迭代法, 以下说明求解过程。

将方程组(5)整理为:

$$\begin{cases} f_1(\mathbf{V}) = \sqrt{(yv_z - zv_y)^2 + (zv_x - xv_z)^2} - (xv_y - yv_x) \tan i = 0 \\ f_2(\mathbf{V}) = \sqrt{\frac{(xv_x + yv_y + zv_z)^2}{a\mu} + (1 - \frac{r_s}{a})^2} - e = 0 \\ f_3(\mathbf{V}) = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - v^2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中  $\mathbf{V} = (v_x, v_y, v_z)^T$ 。

若假设  $\mathbf{V}$  的第  $k$  次迭代近似值为  $\mathbf{V}_k = (v_{xk}, v_{yk}, v_{zk})^T$ , 则计算第  $k+1$  次迭代值的牛顿迭代格式为:

$$\mathbf{V}_{k+1} = \mathbf{V}_k - \mathbf{F}(\mathbf{V}_k)^{-1} f(\mathbf{V}_k) \quad (8)$$

式中  $f(\mathbf{V}_k) = (f_1(\mathbf{V}_k), f_2(\mathbf{V}_k), f_3(\mathbf{V}_k))^T$ 。

$\mathbf{F}(\mathbf{V})$  为雅可比矩阵<sup>[8]</sup>, 即:

$$\mathbf{F}(\mathbf{V}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{V})}{\partial v_x} & \frac{\partial f_1(\mathbf{V})}{\partial v_y} & \frac{\partial f_1(\mathbf{V})}{\partial v_z} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{V})}{\partial v_x} & \frac{\partial f_2(\mathbf{V})}{\partial v_y} & \frac{\partial f_2(\mathbf{V})}{\partial v_z} \\ \frac{\partial f_3(\mathbf{V})}{\partial v_x} & \frac{\partial f_3(\mathbf{V})}{\partial v_y} & \frac{\partial f_3(\mathbf{V})}{\partial v_z} \end{bmatrix} \quad (9)$$

当卫星作圆轨道运动, 偏心率  $e=0$ , 方程组(5)依然成立, 不过其中的第 2 个方程简化为  $xv_x + yv_y + zv_z = 0$ , 相应的偏导数更简单。

### 3 实例计算

对于地心大地坐标为  $(-58.544\ 296^\circ, 53.127\ 191^\circ, 20.72\ \text{m})$  的地面上一点, 转换为地心球坐标  $(6\ 364\ 513.985\ \text{m}, 52.942\ 286^\circ, -58.544\ 296^\circ)$ ; 在 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒(世界协调时), 该点为卫星的星下点, 若卫星此时的飞行高度为  $804\ 837.405\ \text{m}$ , 则此时卫星的地心距为  $7\ 169\ 351.39\ \text{m}$ , 卫星的地心球坐标为  $(7\ 169\ 351.39\ \text{m}, 52.942\ 286^\circ, -58.544\ 296^\circ)$ , 转换为卫星的地心空间直角坐标为  $(2\ 254\ 548.265\ \text{m}, -3\ 685\ 481.018\ \text{m}, 5\ 721\ 349.591\ \text{m})$ , 换算到该时刻的 J2000.0 平天球坐标为  $(3\ 230\ 311.584\ \text{m}, 2\ 876\ 749.244\ \text{m}, 5\ 717\ 429.511\ \text{m})$ 。

利用在轨卫星椭圆轨道的半长轴  $a=7\ 177\ 864.881\ \text{m}$ , 偏心率  $e=0.002\ 0$ , 轨道倾角  $i=98.40^\circ$ , 计算在 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒时刻, 该卫星星下点为  $(-58.544\ 296^\circ, 53.127\ 191^\circ, 20.72\ \text{m})$ , 飞行高度为  $804\ 837.405\ \text{m}$ , 该卫星的其余 3 个轨道参数。按照前面给出的公式计算卫星此时此刻的速度  $v=7\ 460.816\ 435\ 9\ \text{m/s}$ , 按照前面的方法解得该时刻卫星在 J2000.0 的平天球坐标系 3 个速度分量  $v_x=-3\ 104.317\ 314\ \text{m/s}$ ,  $v_y=-5\ 183.462\ 461\ \text{m/s}$ ,  $v_z=4\ 377.066\ 692\ \text{m/s}$ 。利用成熟软件, 由卫星在平天球坐标系的位置与速度计算, 得到此刻的卫星轨道参数:

$a=7\,177\,864.881\,8\text{ m}$ ,  $e=0.002\,000$ ,  $i=98.400\,000^\circ$ ,  $\Omega=52.942\,000^\circ$ ,  $\omega=0.000\,086\,86^\circ$ ,  $M=53.534\,853\,8^\circ$ ; 将这些轨道参数输入到 STK 6.0 进行仿真, 选择高精度轨道产生器, 在 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒时刻, 卫星的地心空间直角坐标为(2 254 552.811 m, -3 685 485.006 m, 5 721 345.217 m), 星下点的地心大地坐标为(-58.544 272°, 53.127 133°, 20.70 m), 与已知设置的星下点相距 6.63 m, 而该卫星能够覆盖以星下点为中心, 半径 3 046.4 km 的地面, 所以这一误差可以不予考虑, 卫星参数计算结果满足应用需要。存在星下点这一位置误差的原因是 STK 6.0 在输入卫星轨道参数时,  $i, \Omega, \omega, M$  的数值小数点后只取到 3 位, 由此计算卫星的地心空间直角坐标产生误差。

#### 4 对地面某一区域连续覆盖所需卫星轨道参数

对上述设定地面上的点(-58.544 296°, 53.127 191°, 20.72 m), 在 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒时刻, 以该点为中心, 对半径 2 000 km 的区域进行覆盖, 所需卫星(假定为 sat1)变轨的参数已经算出; 再过 15 min 第 2 颗卫星(假定为 sat2)经过该地点上空, 飞行高度同 sat1, 对该卫星变轨的参数, 可按共地面轨迹计算。在 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒时刻, 卫星 sat2 的轨道参数  $a, e, i, \omega$  同卫星 sat1, 其  $\Omega$  等于 sat1 的  $\Omega$  加上地球在 15 min 转过的角度(3.760 266 7°), 其  $M$  等于 sat1 的  $M$  减去 sat1 在 15 min 运行的角度(53.535 407 35°)。用 STK 6.0 进行仿真, 选择高精度轨道产生器, 2012 年 6 月 1 日 14 时 15 分 0 秒时刻, 卫星的地心空间直角坐标为(2 253 524.604 m, -3 683 914.950 m, 5 718 725.009 m), 星下点的地心大地坐标为(58.545 039°, 53.126 479°, 20.47 m), 与 sat1 卫星 15 min 前的星下点相距 89.1 m, 满足工程应用需要。若采用圆轨道卫星星下点误差会减小。用同样方法设置第 3 颗卫星 sat3, 运行 STK 6.0 显示卫星对地面的覆盖情况如图 1~图 3 所示。图 1~图 3 中的小圆形区域(图中阴影 AreaTarget1)表示地面同一热点地区, 半径为 2 000 km 的地面, 中心点大地经纬度为前述设置; 大圆区域表示卫星对地面的覆盖范围。图 1 为 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒时刻, 卫星 sat1 对设置的热点地区的覆盖情况, 卫星星下点在热点地区中心; 图 2 为 2012 年 6 月 1 日 14 时 15 分 0 秒时刻, 卫星 sat2 对设置的热点地区的覆盖情况, 卫星星下点基本上在热点地区中心; 图 3 为 2012 年 6 月 1 日 14 时 30 分 0 秒时刻, 卫星 sat3 对设置的热点地区的覆盖情况, 卫星星下点基本上在热点地区中心。

由图 1~图 3 可见这 3 颗卫星在一段时间内可覆盖该热点地区; 还可设置更多的卫星, 这里为了简单明了仅设置 3 颗卫星。为了说明这 3 颗卫星在一段时间内连续覆盖该热点地区, 用 STK 6.0 分别生成这 3 颗卫星对该热点地区的访问时间如图 4~图 6; 图 4 表示卫星 sat1 覆盖热点地区的第 1 个时间段, 在世界协调时 2012 年 6 月 1 日 12 时 9 分至 32 分; 图 5 表示卫星 sat2 覆盖热点地区的第 1 个时间段, 在世界协调时 2012 年 6 月 1 日 12 时 25 分至 48 分; 图 6 表示卫星 sat3 覆盖热点地区的第 1 个时间段, 在世界协调时 2012 年 6 月 1 日 12 时 39 分至 13 时 2 分。由图 4~图 6 可知卫星 sat1~sat3 在世界协调时 2012 年 6 月 1 日 12 时 9 分至 13 时 2 分, 连续对该热点地区覆盖; 在世界协调时 2012

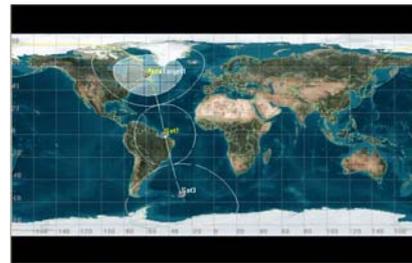


Fig.1 Satellite sat1 will cover watchful area at 14:00:00 June 1,2012.  
图 1 2012 年 6 月 1 日 14 时 0 分 0 秒时刻,  
卫星 sat1 对设置的热点地区的覆盖情况

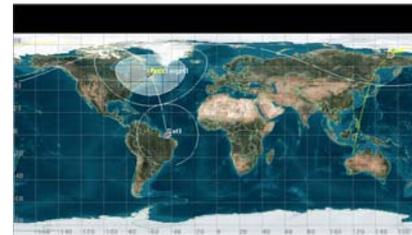


Fig.2 Satellite sat2 will cover watchful area at 14:15:00 June 1,2012.  
图 2 2012 年 6 月 1 日 14 时 15 分 0 秒时刻,  
卫星 sat2 对设置的热点地区的覆盖情况



Fig.3 Satellite sat3 will cover watchful area at 14:30:00 June 1,2012.  
图 3 2012 年 6 月 1 日 14 时 30 分 0 秒时刻,  
卫星 sat3 对设置的热点地区的覆盖情况

Passes	Start Time (UTC)	Stop Time (UTC)	Duration (Sec)
1	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
2	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
3	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
4	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
5	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
6	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
7	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
8	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
9	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
10	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
11	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
12	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
13	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
14	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
15	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
16	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
17	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
18	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
19	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000
20	2012-06-01 12:09:00.000	2012-06-01 12:32:00.000	1440.000

Fig.4 Time-table when satellite sat1 will cover watchful area  
图 4 卫星 sat1 覆盖该热点地区的时间表

sat1~sat3 在世界协调时 2012 年 6 月 1 日 12 时 9 分至 13 时 2 分, 连续对该热点地区覆盖; 在世界协调时 2012

年 6 月 1 日 13 时 48 分至 14 时 42 分,3 颗卫星连续对该热点地区覆盖;若对更多卫星变轨,则可得到更长时间段对该热点地区连续覆盖。

### 5 结论

本文介绍基于在轨卫星的部分轨道参数(椭圆轨道  $a,i,e$ , 圆轨道  $a,i$ )和未来某时刻的星下点位置及飞行高度,计算所需的卫星轨道参数,达到对地面某热点地区在某一时段连续覆盖;关键是计算第 1 颗卫星在未来某一时刻对地面某一区域覆盖(严格说是星下点为该区域中心点)所需的轨道参数。没有限制条件时有很多卫星能满足这一要求;本文的基于卫星的部分轨道参数(椭圆轨道  $a,i,e$ , 圆轨道  $a,i$ )及过热点地区的飞行高度,就是限制条件,经过大量仿真,证明了方程组(5)有唯一解,满足这些要求的卫星轨道参数是唯一的,所编的解算软件经过多次运行,并与 STK 6.0 仿真软件运行结果比对,证明了其正确可行。间隔一定时间,第 2 颗卫星的星下点位于该热点区域中心,其轨道参数的计算较为简单,得到的卫星轨道参数也经过仿真证明该算法正确可行。图 2~图 3 和图 5~图 6 是针对这一简单算法得到结果的仿真验证。欲对高纬度地区形成覆盖,卫星的轨道倾角必须大于该纬度值;最终选择哪些卫星进行变轨(只改变升交点赤经、近地点幅角、平近点角),使之形成对地面某热点地区在某一时段连续覆盖,还要考虑卫星变轨实现的难易程度和所需燃料的多少。

### 参考文献:

[ 1 ] 张健. 电子对抗环境下飞行器测控通信技术的发展[J]. 信息与电子工程, 2006,4(2):81-88. (ZHANG Jian. Developments of vehicle tracking telemetry command and communication techniques under environments of electronic countermeasure[J]. Information and Electronic Engineering, 2006,4(2):81-88.)

[ 2 ] 李晓娟,戴谊. 一种卫星地面站伺服跟踪测控软件的实现[J]. 信息与电子工程, 2011,9(2):244-247. (LI Xiaojuan,DAI Yi. Design of servo control software based on satellite ground station[J]. Information and Electronic Engineering, 2011,9(2):244-247.)

[ 3 ] 常青,冀婷,张贤立. 基于星间测距的卫星自主定轨研究与仿真[J]. 信息与电子工程, 2010,8(5):505-509. (CHANG Qing, JI Ting,ZHANG Xianli. Algorithm and simulation of satellite autonomous orbit determination based on cross-link range[J]. Information and Electronic Engineering, 2010,8(5):505-509.)

[ 4 ] 夏南银. 航天测控系统[M]. 北京:国防工业出版社, 2002.

[ 5 ] 桑 艳,周进. 侦察卫星战场应用综合仿真系统[J]. 计算机仿真, 2010,27(7):14-17.

[ 6 ] 张守信. 外弹道测量与卫星轨道测量基础[M]. 2 版. 北京:国防工业出版社, 2001.

[ 7 ] 陈芳允. 卫星测控手册[M]. 北京:科学出版社, 1992.

[ 8 ] 徐士良. C 常用算法程序集[M]. 2 版. 北京:清华大学出版社, 1996.

### 作者简介:



王存良(1968-),男,郑州市人,本科,高级工程师,主要从事外测、导航、定轨等算法研究、精度分析计算、测量数据处理工作。获国家科技进步二等奖 1 项,获所级科技进步一等奖、三等奖各 1 项.email:WCL1127@163.com.

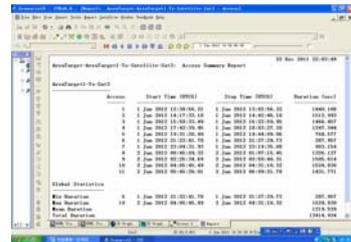


Fig.5 Time-table when satellite sat2 will cover watchful area  
图 5 卫星 sat2 覆盖该热点地区的时间表

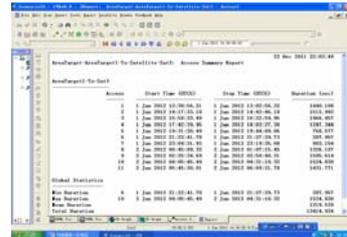


Fig.6 Time-table when satellite sat3 will cover watchful area  
图 6 卫星 sat3 覆盖该热点地区的时间表