



DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2017.01.021

李辉辉, 张宝森, 翟必焱, 等. 基于离散元方法的竖直群桩冰荷载分析[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(1): 126-131. LI Huihui, ZHANG Baosen, ZHAI Biya, et al. Analysis of ice load on vertical pile group based on discrete element method[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(1): 126-131. (in Chinese)

基于离散元方法的竖直群桩冰荷载分析

李辉辉¹, 张宝森², 翟必焱³, 季顺迎³

(1. 中海油信息科技有限公司 北京分公司, 北京 100029; 2. 黄河水利委员会 黄河水利科学研究院, 郑州 450003;
3. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘要: 在高纬度海域或高寒地区的江河中, 碎冰对海洋平台桩腿和桥墩等直立群桩结构产生很大的冲击作用, 并在一定条件下造成不同程度的破坏。依据碎冰在自然条件下的离散分布特性, 采用 Voronoi 切割算法构造随机分布和具有非规则几何形态的碎冰初始状态, 在此基础上采用若干个具有黏结破碎功能的球形颗粒构造具有一定厚度、尺寸和形状等物理参数的河冰离散单元模型, 将竖直群桩简化为刚体结构, 从而对碎冰的运移及其对群桩的冲击作用进行数值模拟。在此基础上可确定碎冰撞击下的群桩冰荷载, 并分析冰块尺寸、冰速和冰厚对桩结构所受冰荷载的影响。

关键词: 冰荷载; 离散元方法; 竖直群桩

中图分类号: TU473 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-1683(2017)01-0126-06

Analysis of ice load on vertical pile group based on discrete element method

LI Huihui¹, ZHANG Baosen², ZHAI Biya³, JI Shunying³

(1. Beijing Branch of CN OOC Information Technology Co, Ltd, Beijing 100029, China;

2. Yellow River Institute of Hydraulic Research, Zhengzhou 450003, China;

3. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: In the seas and rivers in high latitude regions, the broken ice floes can generate obvious ice load on offshore platform piles and bridge piers, and even cause damage of the vertical piles. Based on the discrete distribution characteristics of ice floes under natural conditions, the Voronoi cutting algorithm was used to construct the initial state of randomly distributed broken ice floes with irregular geometric shapes. The discrete element method was adopted to simulate the drifting process of ice floes and the interaction between ice floes and vertical piles. The ice floe model with certain thickness, size, shape and other physical parameters was constructed with bonded spheres with consideration to their failure effect. The vertical piles were simplified as rigid structures. A numerical simulation was conducted to determine the ice load on the pile group under the impact of ice floes, and analyze the effects of ice size, ice velocity and ice thickness on the ice load of pile structures.

Key words: ice load; discrete element method; vertical pile group

对冰的认识和研究最初始于北方内河航道交通 的需要。黄河以北的地区, 包括新疆、内蒙和东北三

收稿日期: 2016-06-12 修回日期: 2016-10-10 网络出版时间: 2017-01-04

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20170104.0929.011.html>

基金项目: 国家自然科学基金项目(41576179); 水利部堤防安全与病害防治工程技术研究中心开放课题(201403)

Fund: National Natural Science Foundation of China(41576179); Opening Funding of Research Center on Levee Safety and Disaster Prevention Ministry of Water Resources(201403)

作者简介: 李辉辉(1978-), 男, 陕西绥德人, 工程师, 主要从事寒区海洋工程研究。E-mail: lihh2@cnooc.com.cn

通讯作者: 季顺迎(1972-), 男, 河北武邑人, 教授, 博士, 从事工程海冰数值模式研究。E-mail: jisy@dlut.edu.cn

省, 秋末冬初, 气温逐渐降低, 太阳辐射减弱, 江河出现水冻结成冰的现象, 浮冰随流水顺流而下形成秋季流冰^[1]。春季由于气候变暖、太阳辐射加强, 封冻期形成的大面积的冰盖融化破碎形成尺寸大小不等的冰块, 顺流而下, 形成春季流冰^[2]。流冰在经过水工建筑物时, 会造成对水工建筑物有严重作用的流冰荷载。

冰荷载是寒区内河水工建筑物的主要荷载之一。水工建筑物因冰凌的静力动力作用遭到破坏的实例时有发生^[3]。20世纪50年代官厅水库中的桥梁墩台被冰力剪断; 20世纪60年代渤海湾中海洋平台的烽火台被流冰撞倒。国外, 20世纪60年代美国阿拉斯加库克湾两座采油平台在剧烈的冰振下倒塌; 日本雅内港的声向崎灯标被冰推倒; 20世纪70年代芬兰波兹尼亚湾的钢制灯塔在流冰撞击下倒塌; 20世纪90年代美国缅因州的一座钢筋混凝土大桥被流冰撞毁^[4]。随着社会的发展, 流冰引发的灾害现象也越来越得到人们的重视^[5-7]。

目前, 国内外对冰荷载的研究包括试验和理论分析两种方法。试验方法主要是在原型结构上进行现场测量和室内实验室试验, 如加拿大 Beaufort 海域 Molikpaq 平台^[8]、加拿大联邦大桥桥墩以及 Baltic 海 Kemr I 灯塔上的冰荷载测量^[9-10], 国内主要集中在渤海的海洋平台的测量工作^[11-13]。理论分析主要有理论模型分析和数值模型分析两种方法, 理论模型有 Matlock 首次提出的 Matlock 模型, Karna 引入失效区域对其进行了改进^[14], Withalm 等其他学者也对其进行不断的发展与应用^[15-16]。数值模型主要包括有限元方法和离散元方法, 其更加关注冰作为复杂的工程材料这一特点, 更多的考虑到冰的力学性质, 因而对理论分析法而言有了较大改进。

近年来, 离散元方法得到广泛的关注, 尤其在对冰的研究领域内发挥着重要作用。该方法在细观上能够合理地描述冰材料的结构性质, 在宏观上可以准确地模拟出冰与结构作用中的破碎过程^[17]。如 Hopkins 采用扩展圆盘^[18-19]来模拟近似圆形的浮冰, 并将其应用于对 Alaska 北岸浮冰的运动、断裂情况的分析, Hansen 采用二维圆盘离散元模型对锚系船舶在矩形浮冰中的航行进行了分析^[20], 另外还有很多学者利用离散元方法对河冰或者海冰进行了不断深入的研究^[21-22]。

为此, 本文采用离散元方法, 将冰离散为若干个具有黏结-破碎功能的球体颗粒单元, 将竖直群桩简化为刚体结构, 对冰运移以及冰对群桩的作用过程进行数值模拟。分析不同工况(冰厚、尺寸、冰速)对

桩结构所受冰荷载的影响。

1 冰的离散单元模型

在离散元模拟中, 颗粒单元之间视为在法向上由弹簧与阻尼器连接, 在切向上由弹簧、阻尼器和滑动摩擦器连接, 见图 1(a)。法向弹性力为 $F_n = K_n x_n - C_n \dot{x}_n$, 切向弹性力为 $F_s = \min(K_s x_s - C_s \dot{x}_s, \mu F_n)$ 。式中 K_n 和 K_s 分别是法向和切向刚度系数, C_n 和 C_s 是法向和切向阻尼系数, x 和 \dot{x} 分别为颗粒的变形和变形率。法向阻尼 $C_n = \zeta \sqrt{2MK_n}$, 其中 ζ_n 为无量纲黏滞系数, $\zeta_n = \frac{-\ln e}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 e}}$, e 为回弹系数。切向与法向的刚度、阻尼系数有如下关系: $K_s = \alpha K_n$, $C_s = \beta C_n$ 。这里取 $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ 。

考虑单元间的冻结作用, 建立了颗粒单元的黏结-破碎功能。两个黏结单元之间采用平行黏结模型, 如图 1(b) 所示, 即在两个颗粒单元之间设定弹性黏结圆盘, 传递轴向力、剪力、弯矩和扭矩, 力和力矩都用法向和切向分量来表示, $F_i = F_i^n + F_i^s$, $M_i = M_i^n + M_i^s$ 。式中, F_i^n 、 M_i^n 、 F_i^s 、 M_i^s 分别为力与力矩的法向分量和切向分量。

在颗粒相互作用时, 相对位置和相对转角的变化引起黏弹性力的变化, 并通过判断最大轴向力和剪切力分别与给定的法向黏结强度和切向黏结强度做比较, 判断颗粒间的黏结是否发生破坏, 黏结作用是否消失, 宏观的表现是冰块是否出现裂纹, 是否发生破碎。

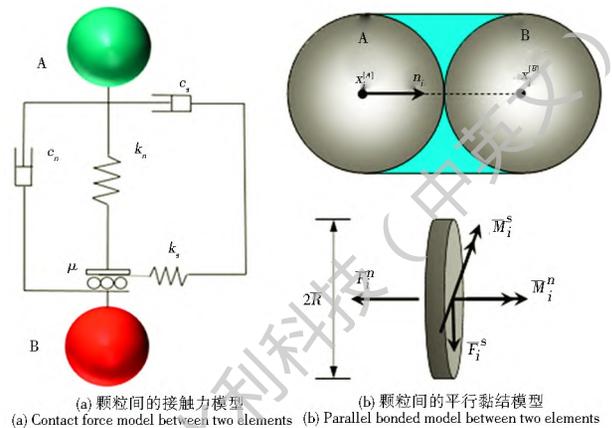


图 1 离散单元模型

Fig. 1 Discrete element model

2 竖直桩冰荷载的离散元分析

本文计算模拟的矩形水道见图 2, 长 500 m 宽 100 m, 左侧冰区长 300 m 宽 100 m。群桩位于冰区前方 100 m 处, 共有 5 个直立桩, 桩的直径为 2 m, 桩间距 20 m。浮冰是采用 Voronoi 切割算法构造

的,随机分布且形状非规则,由单层球体单元黏结,单元直径为 0.3 m, 竖直桩采用圆柱体单元。整个冰区的浮冰密集度为 80%, 厚度为 0.3 m, 平均尺寸是 25 m², 水面高度是 20 m, 水流速度为 1 m/s。整个冰区有 1 600 个浮冰块, 共由 172 695 个球体颗粒组成。具体离散元参数见表 1。

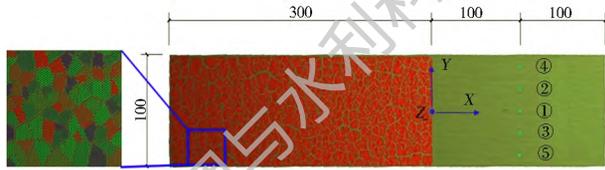


图 2 水道结构示意图

Fig. 2 Structure schematic of water channel

表 1 冰与群桩作用离散元模拟的主要计算参数

Tab. 1 Main computational parameters in DEM simulation

定义	参数值
冰密度 $\rho_i / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	980
水密度 $\rho_w / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1000
冰厚度 h / m	0.3
弹性模量 E / Pa	10^9
颗粒法向刚度 $K_n / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	2.5×10^6
颗粒切向刚度 $K_s / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$0.5 K_n$
颗粒黏结强度 σ_b / MPa	2
颗粒间摩擦系数 μ_p	0.2
颗粒间回弹系数 e_{pp}	0.3
结构摩擦系数 μ_{wp}	0.2
结构回弹系数 e_{wp}	0.3
结构阻尼系数 $\xi_{d,c}$	0.07
结构刚度 $K_{p,d,c} / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	7.5×10^6

碎冰在水流速度的拖曳力作用下基本保持匀速

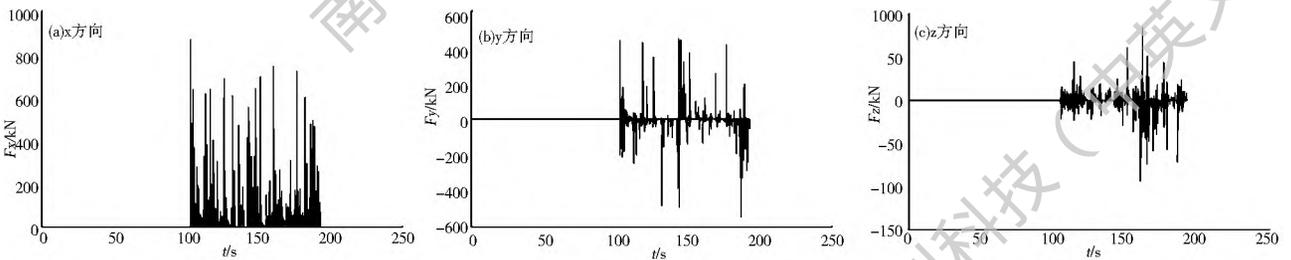


图 4 1 号桩 x, y, z 三个方向的冰力时程

Fig. 4 Simulated ice loads in x, y, z directions on Pile 1

统计剩下 4 个竖直桩的 x 方向的冰力时程曲线如图 5 所示, 5 个桩腿冰力峰值分别是 860.77 kN、919.98 kN、1 208.59 kN、1 201.78 kN、1 203.47 kN, 相应的均值为 85.40 kN、69.22 kN、91.18 kN、94.94 kN、86.14 kN。因为水道边界形状规则, 碎冰尺寸相近, 碎冰运移时冰速保持恒定, 所以 5 个竖直桩所受冰力具有很高的相似性, 冰力峰值和均值

运动, 到达群桩处时撞击桩腿, 有冰堆积, 部分冰块出现破碎, 在直立桩前堆积的冰块能迅速绕过桩腿继续向前运动, 整个过程如图 3 所示。初始时刻碎冰在直水道的分布情况见图 3(a), 不同颜色代表不同冰块。浮冰会发生三个相互垂直方向上的平动和转动, 其中规定浮冰前进的方向为 x 方向, 垂直于水面向上为 z 方向, x, y, z 三个方向符合右手定则。经过计算可以提取得到 5 个竖直桩的三个方向的冰荷载加以研究。

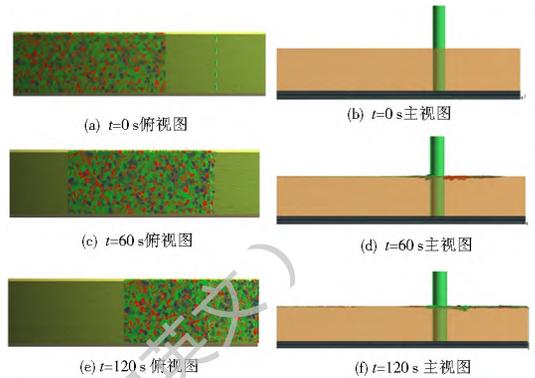


图 3 离散元模拟中碎冰在水道的运动过程

Fig. 3 Moving process of ice floes in water channel in DEM simulation

根据计算结果, 在此绘出 1 号桩腿 x, y, z 三个方向的冰力时程曲线见图 4, 其冰力峰值分别为 860.78 kN、442.84 kN、82.61 kN, 相应的均值分别为 85.40 kN、21.99 kN、4.00 kN。可以看出 x 方向的冰力大于 y 方向上的冰力, 且远远大于 z 方向的冰力。由于本文主要考虑冰运动对竖直桩正面造成的冰力冲击, 因此更多地关注 x 方向的冰荷载。

也都 very 相近。因此本文在分析冰荷载时, 只取水道中间的 1 号桩腿所受的冰荷载作为研究对象, 这和研究其他桩腿的冰力得到相同的结论。

3 竖直桩上冰荷载的影响因素分析

3.1 冰速对冰荷载的影响

冰速对冰荷载的影响显而易见, 不论是动冰能

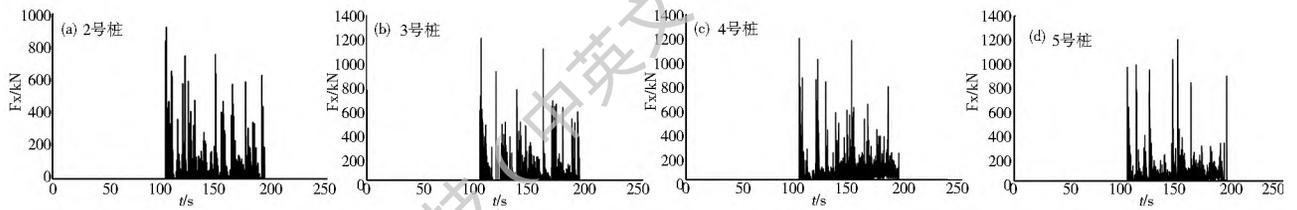


图5 各桩 x 方向的冰力历程

Fig. 5 Simulated ice loads in x direction on each pile

量理论和动冰强度极限理论,都将冰速作为影响冰力的关键因素加以考虑。如工程中流动冰块对竖直桩冲击荷载 $P = Vh \sqrt{AR_a}$, V 为冰块流速, h 为冰厚, A 为冰盖面积, R_a 为压缩强度,冰速 V 作为单独的一项加以研究^[4]。而且冰的强度值与加载速率紧密相关,高应变率下表现为脆性材料,低应变率下表现为弹性材料,因而冰速又间接影响冰的压缩强度与弯曲强度。为研究冰速与冰荷载的关系,本文将保持冰厚为 0.4 m, 尺寸为 25 m², 冰速分别设置成 1 m/s、2 m/s、3 m/s、4 m/s、5 m/s、6 m/s 对比,得到冰荷载历程。

计算提取不同速度下冰荷载最大值和相应的均

值,由此做出曲线见图 6,对比可以看出冰速对于冰荷载的影响很大,冰力随着冰速增加大体呈线性增长的趋势。根据动冰能量理论推导的流冰对河道上的桥墩作用冰荷载计算公式: $P = 0.4Vh \sqrt{m_s \Omega R}$, 式中, V 是流冰速度; h 是冰厚, m_s 是冰块质量; Ω 冰块面积; R 是局部挤压强度。在工程应用中,将冰速与冰荷载大小视为成线性相关,数值模拟结果与工程规范很好的对应。这主要是因为冰速的增加会导致浮冰与桩腿碰撞时的动量增大,产生的冰力也随之增大。模拟结果很好的验证了根据动冰能量理论所建立规范的合理性。

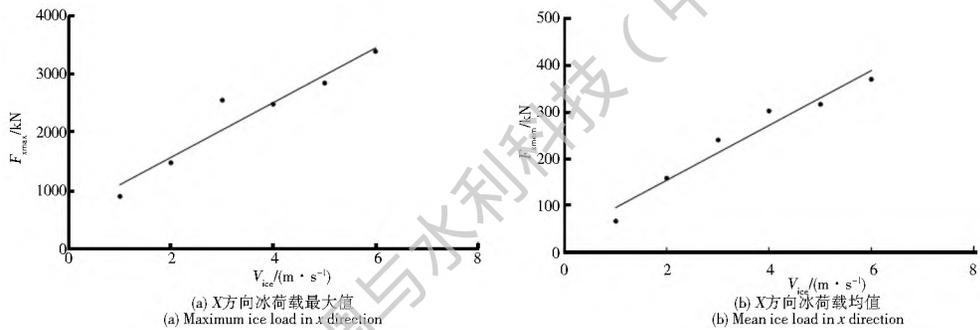


图6 对比不同冰速下冰荷载

Fig. 6 Ice load under different ice speeds

3.2 冰块尺寸对冰荷载的影响

浮冰尺寸作为流冰动能的重要影响要素,在动冰与桩撞击过程中也会影响冰荷载的大小。本文为研究尺寸与冰荷载的关系,将冰速设置为 1 m/s,冰厚为 0.4 m,生成冰块平均面积分别为 15 m²、20 m²、25 m²、30 m²、35 m²、40 m²,尺寸大小见图 7,其他计算参数同前。

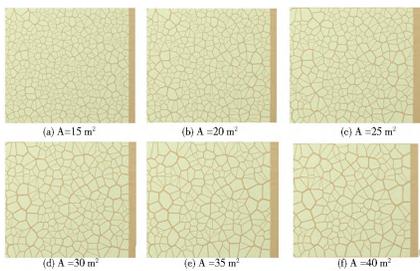


图7 Voronoi 切割得到不同尺寸下冰块分布

Fig. 7 Distribution of ice in different sizes generated with Voronoi tessellation algorithm

计算模拟了浮冰 250 s 运移过程,记录了其 x 方向的冰力,计算提取得到不同尺寸下冰荷载最大值和相应的均值,并由此做出曲线见图 8。结果表明,冰块尺寸对冰荷载有一定影响,随着冰块尺寸的增加,桩所受冰荷载随之增加。很多工程应用中都将只将冰与建筑物接触的水平投影宽度作为影响因素考虑,冰块尺寸间接影响碎冰碰撞桩腿的接触面积,从而影响冰力大小;另一方面浮冰尺寸的增加会导致整块浮冰质量增加,动量也随之增大,产生的冰荷载也随之增大。由冰荷载均值可以看出,在一定尺寸范围内,冰荷载遵循动冰能量理论,即冰荷载受碎冰动能决定,随着尺寸的增大,冰块的动能增大,冰荷载均值也随之增大;尺寸超过某个临界值之后,冰荷载遵循动冰强度极限理论,即统计的冰荷载是在碎冰碰撞桩腿发生破坏的时刻产生,由碎冰的破坏强度决定,尺寸的变化并不影响其破坏强度,因此在图 8(b) 后半段的冰荷载均值受尺寸的影响很小。

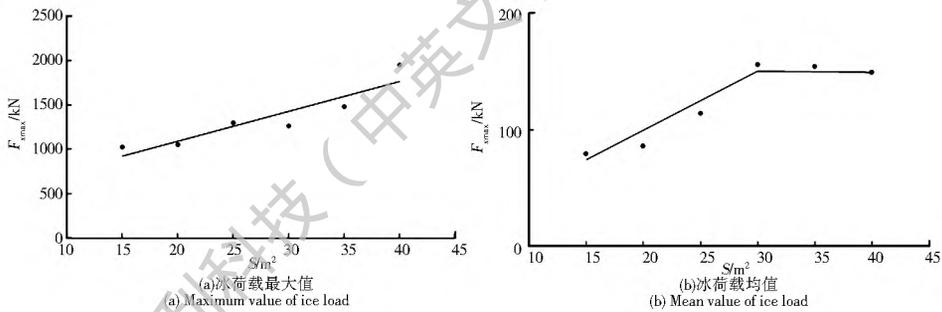


图 8 对比不同尺寸下的冰荷载

Fig. 8 Ice load under different ice sizes

3.3 冰厚对冰荷载的影响

冰厚与冰速一样,是影响冰力的重要因素。为了研究冰厚与冰荷载的关系,将保持冰块尺寸为 $25 m^2$,冰速为 $4 m/s$,冰厚分别设置成 $0.3 m$ 、 $0.4 m$ 、 $0.5 m$ 、 $0.6 m$ 做了四个算例对比,得到的冰荷载时程,计算提取得到每个尺寸下冰荷载最大峰值和相应的均值,由此做出曲线见图 9。可以看出,冰厚对

冰荷载影响较大,随着冰块尺寸的增大,桩腿所受垂向冰荷载也随之增大,之间近似成线性关系。主要原因是冰厚增加,冰块质量增大,从而引起碎冰对桩腿的冲击动量的增加;另一方面,随着冰厚增加,模拟冰块的颗粒粒径相应增加,因而颗粒之间的黏结力也增大,宏观上即表现为冰块破坏强度的增大,冰块破坏前给桩腿造成的冰荷载的增大。

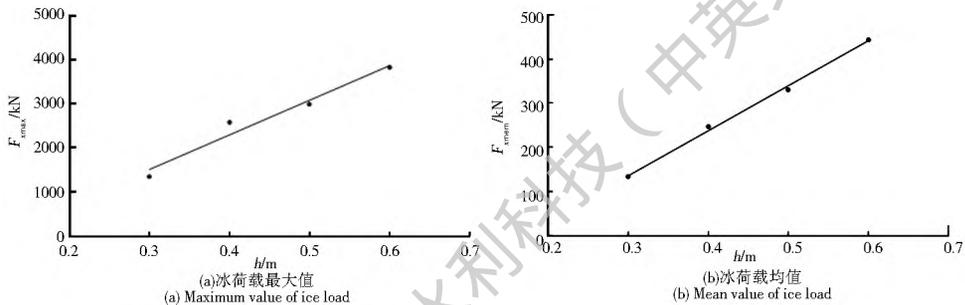


图 9 对比不同冰厚的冰荷载

Fig. 9 Ice load under different ice thicknesses

4 结论

本文采用了离散元方法对冰的运移以及冰对群桩的作用过程进行数值模拟,讨论了不同影响因素下,冰荷载的变化规律。以上研究表明,本文建立的离散元法能够合理计算流凌在水域中的运移过程,可对冰与桩的动力作用过程进行模拟,能得到很好的冰力时程曲线。经过分析可以发现冰厚、冰块尺寸和冰速都是影响冰力大小的重要因素。

由于影响冰荷载的因素诸多,加之工程规范中的计算公式各系数项的意义及取值原则,在实际工程中不可照搬,应该根据具体情况设置。用离散元法对冰的模拟更加接近实际情况,根据实际工况设置参数进行数值模拟的计算结果可以为规范计算提供很好的参考,也可为实际工程问题提供很好的参照。

参考文献(References):

[1] 陆钦年,段忠东,欧进萍,等. 黑龙江省的凌汛灾害及其区域划分[J]. 自然灾害学报, 2000(3): 54-58. (LU Qir nian, DUAN

Zhong dong, OU Jir ping, et al. Ice flood and its zonation in Heilongjiang Province [J]. Journal of Natural Disasters, 2000 (3): 54-58. (in Chinese)) DOI: 10. 3969/j. issn. 1004-4574. 2000. 03. 008

[2] 于天来,张砾元,雷俊卿,等. 春季流冰对桥墩产生动冰压力时冰抗压强度取值探讨[J]. 中外公路, 2010, 30(3): 168-172. (YU Tiar-lai, ZHANG Li-yuan, LEI Jun-qing, et al. Value of ice compressive strength when spring ice produces dynamic ice pressure on the pier [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2010, 30(3): 168-172. (in Chinese)) DOI: 10. 14048/j. issn. 1671-2579. 2010. 03. 028

[3] 苏盛奎. 冰荷载对水工建筑物的作用[J]. 水运工程, 1980(5). (SU Sheng-kui. The effect of ice load on hydraulic structures [J]. Port & Waterway Engineering, 1980(5). (in Chinese)) DOI: 10. 16233/j. cnki. issn1002-4972. 1980. 05. 008

[4] 蔡之瑞,孙柏涛,郭世荣,等. 冰荷载的实验研究与计算方法[J]. 地震工程与工程振动, 1997(4): 49-56. (CAI Zhirui, SUN Bai-tao, GUO Shirong, et al. Experimental research on ice load and its calculation method [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 1997(4): 49-56. (in Chinese)) DOI: 10. 13197/j. ceev. 1997. 04. 007

[5] 宋波,牛立超,黄帅,等. 强震作用下冰水域桥墩动力响应研究

- 分析[J]. 岩土力学, 2014(S1): 285-291. (SONG Bo, NIU Li chao, HUANG Shuai, et al. Research on dynamic response of pier column structures in ice plagued area under highly seismic action [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014(S1): 285-291. (in Chinese)) DOI: 10.16285/j.rsm.2014.s1.041
- [6] 贾玲玲. 波浪力对深水桥墩结构在地震和冰荷载作用下的响应影响分析[J]. 震灾防御技术, 2010, 05(2): 263-269. (JIA Ling-ling. Seismic and ice response analysis of bridge pier in deep water with the wave effect [J]. Technology for Earthquake Disaster Prevention, 2010, 05(2): 263-269. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1673-5722.2010.02.015
- [7] 吴云凤. 黄河海勃湾水利枢纽施工期防凌设计[J]. 人民黄河, 2013(11): 90-92. (WU Yur feng. Ice prevention design during construction of Haibowan water control project on the Yellow River [J]. Yellow River, 2013(11): 90-92. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1000-1379.2013.11.032
- [8] Timco G W, Johnston M. Ice Loads on the Molikpaq in the Canadian Beaufort Sea [J]. Cold Regions Science and Technology, 2003, 37: 51-68. DOI: 10.1016/S0165-232X(03)00035-1
- [9] Brown T G, Mtnen M. Comparison of Kemf I and Confederation Bridge Cone Ice Load Measurement Results [J]. Cold Regions Science and Technology, 2009, 55: 3-13. DOI: 10.1016/j.coldregions.2008.04.005
- [10] Brown T G, Tibbo J S, Tripathi D, et al. Extreme ice load events on the Confederation Bridge [J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 60: 1-14. DOI: 10.1016/j.coldregions.2009.08.004
- [11] Qu Y, Yue Q, Bi X, et al. A random ice force model for narrow conical structures[J]. Cold Regions Science and Technology, 2006, 45: 148-157. DOI: 10.1016/j.coldregions.2006.05.008
- [12] Yue Q, Bi X. Ice induced jacket structure vibrations in Bohai Sea [J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2000, 14: 81-92. DOI: 10.1061/(ASCE)0887-381X(2000)14:2(81)
- [13] 岳前进, 毕祥军, 于晓, 等. 锥体结构的冰激振动与冰力函数[J]. 土木工程学报, 2003, 36: 16-19. (YUE Qiarr jin, BI Xiang jun, YU Xiao, et al. Ice induced vibration and ice force function of conical structure [J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36: 16-19. (in Chinese)) DOI: 10.3321/j.issn:1000-131X.2003.02.004
- [14] K^{3/4}rn^{3/4} T, Kamesaki K, Tsukuda H. A numerical model for dynamic ice structure interaction [J]. Computers & Structures, 1999, 72: 645-658. DOI: 10.1016/S0045-7949(98)00337-X
- [15] Withalm M, Hoffmann N P. Simulation of full scale ice structure interaction by an extended matlock model [J]. Cold Regions Science and Technology, 2010, 60: 130-136. DOI: 10.1016/j.coldregions.2009.09.006
- [16] Yue Q, Guo F, K^{3/4}rn^{3/4} T. Dynamic ice forces of slender vertical structures due to ice crushing [J]. Cold Regions Science & Technology, 2009, 56(2-3): 77-83. DOI: 10.1016/j.coldregions.2008.11.008
- [17] 季顺迎, 李紫麟, 李春花, 等. 碎冰区海冰与船舶结构相互作用的离散元分析[J]. 应用力学学报, 2013(4): 520-526. (JI Shur ying, LI Zi lin, LI Chur hua, et al. Discrete element modeling of ice loads on ship hulls in broken ice fields [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2013(4): 520-526. (in Chinese)) DOI: 10.11776/cjam.30.04.D032
- [18] Hopkins M A. Discrete element modeling with dilated particles [J]. Engineering Computations, 2004, 21: 422-430. DOI: 10.1108/02644400410519866
- [19] Hopkins M A, Shen H H. Simulation of pancake ice dynamics in a wave field [J]. Annals of glaciology, 2001, 33: 355-360. DOI: 10.1016/j.coldregions.2012.02.003
- [20] Hansen E H, Lset S. Modelling floating offshore units moored in broken ice: model description [J]. Cold Regions Science and Technology, 1999, 29: 97-106. DOI: 10.1016/S0165-232X(99)00023-3
- [21] Lau M, Lawrence KP, Rothenburg L. Discrete element analysis of ice loads on ships and structures [J]. Ships and Offshore Structures, 2011, 6(3): 211-221. DOI: 10.1080/17445302.2010.544086
- [22] Lu W, Lubbad R, Lset S. Simulating ice sloping structure interactions with the cohesive element method [J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2014, 136: 031501. DOI: 10.1115/1.4026959

(上接第 54 页)

- [16] 魏凤英. 现代气候统计诊断与预测技术[M]. 北京: 气象出版社, 1999. (WEI Fengying. The statistical diagnosis and prediction technology of modern climate[M]. Beijing: Meteorological Press, 1999: 63-65. (in Chinese))
- [17] 汤国安, 杨昕. 地理信息系统空间分析实验教程[M]. 北京: 科学出版社, 2012. (TANG Guo an, YANG Xin. The experimental tutorial of Geographic information system spatial analysis[M]. Beijing: China: Science Press, 2012. (in Chinese))
- [18] 蔡福, 于慧波, 矫玲玲, 等. 降水要素空间插值精度的比较—以东北地区为例[J]. 资源科学, 2006, 28(6): 73-79. (CAI Fu, YU Hui bo, JIAO Ling-ling, et al. Comparison of precision of spatial interpolation of precipitation factors: A case study in northeastern China [J]. Resources Science, 2006, 28(6): 73-79. (in Chinese))
- [19] 孔云峰, 全文伟. 降雨量地面观测数据空间探索与插值方法探讨[J]. 地理研究, 2008, 27(5): 1097-1108. (KONG Yur feng, TONG Wen wei. Spatial exploration and interpolation of the surface precipitation data [J]. Geographical Research, 2008, 27(5): 1097-1108. (in Chinese))
- [20] 中华人民共和国农业部. 新中国农业统计 60 年[M]. 北京: 中国农业出版社, 2009. (The Ministry of Agriculture of the People's Republic of China. Agricultural Statistics of China in 60 Years [M]. Beijing, China: China Agriculture Press, 2009. (in Chinese))