

# 改进的模糊综合评价法在地下水水质评价中的应用

谢非, 张永祥, 任仲宇, 王昊, 冉令坦

(北京工业大学 建筑与工程学院; 水质科学与水环境恢复工程北京市重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 模糊综合评价法是一种建立在模糊数学基础上的地下水水质评价方法, 在水质模糊综合评价中, 权重占有极其重要的地位, 它反映了各个指标在水质评价过程中所起到的作用, 直接影响到模糊综合评价的结果。为了避免传统方法的不合理之处, 本文提出 AHP-熵权综合赋权法即结合主观赋权法(AHP法)和客观赋权法(熵权法)计算指标权重, 此方法在充分利用专家的经验的同时兼顾了各个数据的信息, 有效地避免人为因素的影响, 降低主观性和盲目性。并应用实例与不同赋权方法分析比较, 证明该方法切实可靠。

**关键词:** 模糊综合评价法; 熵权; 层次分析; 水质评价

中图分类号: X824 文献标识码: A 文章编号: 1672-643X(2014)03-0125-04

## Application of method of improved fuzzy comprehensive evaluation in assessment of groundwater quality

XIE Fei, ZHANG Yongxiang, REN Zhongyu, WANG Hao, RAN Lingtan

(Beijing Key Laboratory of Water Quality Science and Water Environment Recovery Engineering, College of Architectural and Civil Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** The method of fuzzy comprehensive evaluation is a kind of evaluation method of groundwater quality based on fuzzy mathematics. The weight in fuzzy comprehensive evaluation occupies a very important position, and reflects the importance of various indicators, directly affects evaluation results. In order to avoid unreasonable aspects of traditional method, this article introduced the comprehensive weight method based on AHP and entropy to calculate weight. This method fully thought the experience of experts and information of each data and effectively avoided the subjectivity and blindness. The evaluation results show that the comprehensive weight method based on AHP and entropy is practical and reliable.

**Key words:** fuzzy comprehensive evaluation; entropy method; AHP; water quality assessment

近些年来,随着经济的快速发展,城市无限扩张,人口急剧增加,大自然承载力已达到极限,地下水环境遭到破坏,水质日益恶化。地下水水源作为我国的饮用水主要供水水源之一<sup>[1]</sup>,地下水水质的安全关系到人民的健康乃至社会的稳定。

选择科学合理的评价方法是反映地下水水质实际情况的关键。然而地下水水质在区域内的分布变化是一个渐变的过程,并没有明显界限。地下水资源系统是不确定的。所以地下水水质评价中经常会遇到难以准确判断的模糊性问题。在众多的地下水水质评价方法中,比如单因子评价方法和国标F值评价法等,实际应用时评价结果在评价区域可能会出现较大偏差<sup>[2]</sup>。

水质模糊综合评价法以模糊数学模型的理论和方法为依托,在赋予各评价指标不同权重的基础上,量化描述不同指标对地下水的影响程度。比传统的评价方法更具合理性,能较好地解决水质污染级别划分的模糊性对水质评价的影响<sup>[3]</sup>。

## 1 改良的模糊综合评价法

随着传统模糊综合评价法在地下水水质评价中的广泛应用,充分体现其模糊数学的优势的同时,其在确定权重方面的不足也显现出来。因此本文主要从权重确定方面进行相应的改进,提出了AHP-熵权综合赋权法。

收稿日期:2014-01-10; 修回日期:2014-01-25

基金项目:国家科技支撑计划项目(2011BAC12B00);北京市教委科研基地(004000546612008)

作者简介:谢非(1988-),男,云南昭通人,硕士研究生,主要从事水资源管理与污染控制模拟技术的研究。

## 1.1 模糊综合评价法基本原理

模糊综合评价法就是根据所给的实测值和评价标准,应用模糊变换原理和最大隶属度原则,同时考虑与指标相关因素对事物做出评价的方法<sup>[4]</sup>。

## 1.2 模糊综合评价步骤

1.2.1 建立因子集和评价语集 考虑影响水质的污染指标,建立评价因子集合:  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ; 根据地下水评价等级,建立评价集  $V = \{I, II, III, IV, V\}$ 。

1.2.2 建立模糊关系矩阵 隶属函数是模糊综合评价的基础,一般采用降半梯形分布法计算隶属度函数,确定各指标属于各水质级别的隶属度函数。各水质隶属度函数如下:

I 级水质( $j = 1$ )的隶属度函数为:

$$r_{i1} = \begin{cases} 1 & x_i \leq s_{i1} \\ \frac{s_{i2} - x_i}{s_{i2} - s_{i1}} & s_{i1} < x_i < s_{i2} \\ 0 & x_i > s_{i2} \end{cases} \quad (1)$$

II ~ IV 级水质( $j = 2, 3, 4$ )的隶属度函数为:

$$r_{ij} = \begin{cases} 1 - \frac{s_{ij} - x_i}{s_{ij} - s_{ij-1}} & s_{ij-1} \leq x_i \leq s_{ij} \\ \frac{s_{ij+1} - x_i}{s_{ij+1} - s_{ij}} & s_{ij} < x_i < s_{ij+1} \\ 0 & x_i \leq s_{ij-1}, x_i > s_{ij+1} \end{cases} \quad (2)$$

V 级水质( $j = 5$ )的隶属度函数为:

$$r_{i5} = \begin{cases} 0 & x_i \leq s_{i4} \\ 1 - \frac{s_{i5} - x_i}{s_{i5} - s_{i4}} & s_{i4} < x_i < s_{i5} \\ 1 & x_i > s_{i5} \end{cases} \quad (3)$$

由以上建立的隶属度函数可确定一个  $i \times 5$  的模糊关系评价矩阵  $R$ ,即:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & r_{n4} & r_{n5} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中: $x_i$  为第  $i$  种评价指标的实测浓度;  $s_{ij}$  为第  $i$  种评价指标的  $j$  级水质标准值;  $r_{ij}$  为第  $i$  种评价指标对  $j$  级水质的隶属度。

1.2.3 确定评价指标的权重 各评价指标权重的确定在地下水水质评价中至关重要,直接关系评价结果的准确性<sup>[5]</sup>,目前通常采用污染物超标法确定权重。该方法在计算权重时以各级评价标准均值为依托,并且只考虑了单个指标对水质的影响,而对多

个评价指标的相互联系,整体对水质的影响并无描述。在此,本文采用将一种客观赋权法(熵权法)和一种主观赋权法(AHP法)相结合,形成新的综合权重<sup>[6]</sup>进行地下水水质评价。

(1)熵权法。信息熵值是系统无序化程度的度量,可以度量信息量的大小和有效性,水质评价中某一项水质指标各值的差异越大,说明此指标带有的信息越多,此时的信息熵值则越小,即系统的无序化程度越小,表明该项指标的权重也就越大<sup>[7-8]</sup>。因此,在地下水水质评价中,也可用各评价指标值的信息熵来确定各指标的权重大小。熵权法计算步骤如下:

对原始数据进行标准化

原始数据为由  $n$  个评价指标,  $m$  个评价对象形成的  $n \times m$  矩阵,即:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix} \quad (5)$$

对于越小越优指标采用公式

$$y_{ij} = \frac{\max_j \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_j \{x_{ij}\} - \min_j \{x_{ij}\}} \quad (6)$$

标准化后,得到判断矩阵

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nm} \end{pmatrix} \quad (7)$$

根据熵的定义,有  $n$  个评价指标,  $m$  个评价对象,第  $i$  个指标的熵定义为:

$$H_i = \frac{-\sum_{j=1}^m f_{ij} \ln f_{ij}}{\ln m} \quad (8)$$

式中:  $f_{ij} = y_{ij} / \sum_{j=1}^m y_{ij}$ ,显然当  $f_{ij} = 0$  时,  $\ln f_{ij}$  无意义,因此对  $f_{ij}$  的计算加以修正,将其定义为:

$$f_{ij} = (1 + y_{ij}) / \sum_{j=1}^m (1 + y_{ij}) \quad (9)$$

则熵权可用下式求得:

$$w_{ei} = \frac{1 - H_i}{n - \sum_{i=1}^n H_i} \quad (10)$$

(2)层次分析法(简称AHP法)。构造判断矩阵:AHP法就是通过对多个指标的分析,建立各指标间相互联系的有序层次,然后通过两两比较各指标以确定它们的相对重要性,最后综合计算指标的权重系数,AHP法通常采用T. L. Saaty建议的九级标度法<sup>[9]</sup>确定指标之间的相对重要性(表1),接下

来建立数学模型,计算各指标相对重要性的权值

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad (11)$$

式中: $a_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, n)$  是第  $i$  个因素的重要性与第  $j$  个因素的重要性之比。取 1 至 9 的整数及其倒数,显然  $a_{ji} = 1/a_{ij}, a_{ii} = 1$ 。

表 1 AHP 标度法及其含义

标度 $a_{ij}$	含 义
1	$i$ 与 $j$ 同样重要
3	$i$ 比 $j$ 稍重要
5	$i$ 比 $j$ 明显重要
7	$i$ 比 $j$ 强烈重要
9	$i$ 比 $j$ 极端重要
2,4,6,8	上述相邻两判断的中间值

计算权重:本文采用方根法计算权重,然后将结果归一化,得到的行向量就是权重向量,计算公式如下:

$$w_{si} = \bar{w}_{si} / \sum_{i=1}^n \bar{w}_{si} \quad (12)$$

式中: $w_{si}$  即为指标权重; $\bar{w}_{si} = \sqrt[n]{M_i}, M_i = \prod_{j=1}^n a_{ij}, (i = 1, 2, \dots, n)$

(3) 综合权重。结合熵权法和 AHP 法计算所得权重,则第  $i$  个评价指标的综合权重为:

$$W_i = \frac{w_{ei}w_{si}}{\sum_{i=1}^n w_{ei}w_{si}} \quad (13)$$

1.2.4 模糊综合评价结果分析 最后,权重向量  $W$  与模糊关系矩阵  $R$  根据模糊变换原理,经过复合运算  $W \cdot R$  得到评价指标的最大隶属度  $B$ 。本文选择“加权平均型”的相乘相加法,此方法根据权重大小均衡兼顾总体因素,充分利用了全部数据所提供的信息。计算公式为:

$$b_j = \sum_{i=1}^n w_i r_{ij} \quad (14)$$

$$B = \max \{ b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 \} \quad (15)$$

式中: $b_j$  为对应第  $j$  级标准的隶属度。

## 2 实例应用

本文基于前人研究成果,以及北京地下水水样中各指标的累积超标频率统计<sup>[10-11]</sup>,并考虑到污染

物对水质的影响以及对人体的危害。选择总硬度,溶解性总固体,硝酸盐,亚硝酸盐,氨氮,硫酸盐,氯化物 7 个评价指标。随机抽取 2013 年北京市某地区地下水水样 7 组。水质数据见表 2。

### 2.1 建立模糊关系矩阵

以 1 号水样为例,由隶属度函数公式(1)、(2)、(3)所求得的模糊关系矩阵为:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.068 & 0.932 & 0 & 0 \\ 0 & 0.633 & 0.367 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.567 & 0.433 & 0 \\ 0.26 & 0.74 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.79 & 0.21 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

表 2 2013 年北京市某地区地下水水质数据 mg/L

序号	总硬度	溶解性总固体	硝酸盐	亚硝酸盐	氨氮	硫酸盐	氯化物
1	588	966	10.50	0.028	0.330	124.0	171.0
2	386	528	26.30	0.003	0.021	48.0	94.6
3	564	843	28.30	0.007	0.021	134.0	107.0
4	546	873	24.40	0.003	0.040	136.0	130.0
5	385	541	0.15	0.003	0.230	69.6	64.2
6	296	439	0.15	0.005	0.570	24.6	323.0
7	273	432	5.84	0.003	0.160	61.2	55.9

### 2.2 确定指标权重

按照本文提出的综合权重法,分别根据熵权法和 AHP 法各自计算两种权重  $W_{ei}$  和  $W_{si}$ ,再将两种权重结合起来,形成综合权重,下面以 1 号水样为例:

#### 2.2.1 熵权法

原始数据矩阵。

$$X = \begin{pmatrix} 588 & 386 & 564 & 546 & 385 & 269 & 273 \\ 996 & 528 & 843 & 873 & 541 & 439 & 432 \\ 10.5 & 26.3 & 28.3 & 24.4 & 0.15 & 0.15 & 5.84 \\ 0.028 & 0.003 & 0.007 & 0.003 & 0.003 & 0.005 & 0.003 \\ 0.33 & 0.021 & 0.021 & 0.04 & 0.23 & 0.57 & 0.16 \\ 124 & 48 & 134 & 136 & 69.6 & 24.6 & 61.2 \\ 171 & 96.4 & 107 & 130 & 64.2 & 323 & 55.9 \end{pmatrix}$$

过标准化处理后得到标准化矩阵为:

$$Y = \begin{pmatrix} 0.021 & 0.612 & 0 & 0.062 & 0.615 & 0.921 & 1 \\ 0 & 0.820 & 0.230 & 0.174 & 0.795 & 0.987 & 1 \\ 0.632 & 0.071 & 0 & 0.139 & 1 & 1 & 0.798 \\ 0 & 1 & 0.840 & 1 & 1 & 0.92 & 1 \\ 0.437 & 1 & 1 & 0.965 & 0.619 & 0 & 0.747 \\ 0.108 & 0.790 & 0.018 & 0 & 0.596 & 1 & 0.671 \\ 0.569 & 0.855 & 0.809 & 0.732 & 0.969 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

由熵的定义,根据公式(8)、(9)、(10) 计算得1号水样的熵权  $W_{ei}$

$$W_{ei} = (0.1863, 0.1581, 0.1823, 0.0998, 0.1099, 0.1684, 0.0952)$$

2.2.2 AHP法 根据 T L Saaty 建议的九级标度法,利用1号水样数据构建判断矩阵为:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 2 & 1/2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1/5 & 1/2 & 1 & 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 2 & 1/3 & 4 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1/4 & 2 & 1/2 & 1 & 2 & 3 \\ 1/2 & 1/5 & 1 & 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/3 & 1/6 & 1/2 & 1/5 & 1/3 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

根据公式(12) 计算得到权重  $W_{si}$

$$W_{si} = (0.1155, 0.3877, 0.0644, 0.2124, 0.1155, 0.0644, 0.0402)$$

2.2.3 综合权重 由公式(13) 综合两种权重得

$$W_i = (0.1504, 0.4283, 0.0820, 0.1482, 0.0887, 0.0757, 0.0267)$$

### 2.3 模糊综合评价

一号水样模糊综合评价结果为:

$$B_1 = W_i R_i = (0.0197, 0.1582, 0.6185, 0.0533, 0.1504)$$

同理,可以得出其他6组水样的模糊综合评价结果向量,计算及模糊综合评价结果见表3。

表3 模糊综合评价水质结果

序号	隶属度					水质等级
	I类水	II类水	III类水	IV类水	V类水	
1	0.0197	0.1582	0.6185	0.0533	0.1504	III
2	0.2058	0.6015	0.1410	0.0517	0	II
3	0.0730	0.4003	0.3082	0.0681	0.1504	II
4	0.1312	0.3071	0.3813	0.1804	0	III
5	0.2810	0.5099	0.2002	0.0089	0	II
6	0.3747	0.5099	0.0072	0.0195	0.0887	II
7	0.3803	0.5461	0.0736	0	0	II

## 3 分析与讨论

本文基于熵权法和 AHP 法的综合权重改进了传统的模糊综合评价法,为了便于对比分析,将基于不同赋权方法的模糊综合评价结果汇总到表4。

根据表4 对比结果可以看出,综合权重法与 AHP 法评价结果一致,但相比于 AHP 法,由于综合权重法结合了熵权法,在确定权重的过程中引入了信息熵评价所获得的信息量,有效地降低了各指标

权重的主观性,尽可能避免人为因素的影响的同时又能充分的利用专家的经验。使评价结果更能反映客观实际。

表4 不同评价方法得到的结果对比

序号	超标法	AHP法	熵权法	综合权重
1	III	III	III	III
2	III	II	II	II
3	V	II	II	II
4	IV	III	II	III
5	III	II	I	II
6	V	II	I	II
7	II	II	II	II

超标法评价结果与其他3种方法差异明显,是一种凸显主要因素,强调超标指标的赋权方法,超标越多,权重越大。但其权重计算过程是建立在各级水质评价标准上的,评价指标标准值越大,其所占权重就越小。没有考虑各指标间的相互关系。会造成个别指标超标影响到整体水质综合评价结果的情况。

层次分析法把指标相对重要性定量化,强调指标类别差异,当评价指标数量众多时,优越性越能体现,但层次分析法采用的是线性加权的算法,不能保持方案的独立性。

熵权法通过兼顾同一评价指标的多个数据确定权重,使多个样本数据间形成有机整体,并将异常值的对结果的影响降到最低。但不能给出评价指标实际意义上的重要性程度,只能反映评价指标为决策所提供的有效信息量的多少。

## 4 结 语

不同方法在实际应用时各有优缺点,改进模型在保留传统模糊综合评价法优点的同时,克服了在实际地下水水质评价确定指标权重时显现出来的一些弊端,具有一定的合理性。本文对比了改进模型于其他3种方法的评价结果,结论基本一致,因此证明了此方法的可靠性。

### 参考文献:

- [1] 薛禹群,张幼宽. 地下水污染防治在我国水体污染控制与治理中的双重意义[J]. 环境科学学报,2009,29(3): 474-481.
- [2] 马成有. 地下水环境质量评价方法研究[D]. 长春:吉林大学,2009.

表4 模型精度检验

模型	平均相对	均方差比值	%
	误差 $\bar{\Delta}$	$C_0$	小误差概率 $p_0$
GM(1,1)	12.7830	1.1578	0.5833
GM(1,1, $\lambda$ )	7.3451	0.6306	0.7500

际情况不符。而基于遗传算法的 GM(1,1, $\lambda$ ) 模型的最大相对误差仅为 18.716%。2006 年引青济秦二期工程通水,水库供水能力增加,实际用水量急剧上升,而改进模型 GM(1,1, $\lambda$ ) 的预测值也随之上升;2011 年秦皇岛市干旱少雨(据燕京都市网报道),水利部门对水资源进行了调控,适时降低了城市供水量,导致 2011 年城市用水量明显减少,此时,模型预测值也大幅降低。说明 GM(1,1, $\lambda$ ) 模型预测能力对数据列的响应较为敏感,较好地反映出数据的变化趋势,因此,GM(1,1, $\lambda$ ) 模型具有较高的可靠性。

利用 GM(1,1, $\lambda$ ) 模型,对 2013-2016 年秦皇岛市引青济秦工程用水量预测,其结果为 5982.2 万、6063.3 万、6201.5 万、6518.5 万  $m^3$ (表 5)。

表5 2013-2016 年用水量预测值

年份	2013-2016 年用水量预测值			万 $m^3$
	2013	2014	2015	2016
用水量	5982.2	6063.3	6201.5	6518.5

## 4 结 语

(1) 基于遗传算法的参数优化,结合新陈代谢思想,建立了改进的 GM(1,1, $\lambda$ ) 模型,结果表明,

改进 GM(1,1, $\lambda$ ) 模型针对波动较大的数据列较传统 GM(1,1) 模型对数据的响应结果较好,预测精度较高。

(2) 引入最大相异系数,通过对相对误差向量进行加权,降低了数据振荡对模型预测精度的影响,提高了模型的预测精度。

(3) GM(1,1, $\lambda$ ) 模型预测 2013-2016 年用水量分别为 5982.2,6063.3,6201.5,6518.5 万  $m^3$ 。

## 参考文献:

- [1] 徐得潜. 中长期城市工业用水量预测[J]. 中国给水排水, 1992, 8(1): 38-40.
- [2] 张雄, 党志良, 张贤洪, 等. 城市用水量预测模型综合研究[J]. 水资源与水工程学报, 2005, 16(4): 24-28.
- [3] 汪妮, 孙博, 张刚. 改进的灰色模型在城市工业需水量预测中的应用[J]. 西北大学学报(自然科学版), 2009, 39(2): 313-316.
- [4] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用(第五版)[M]. 北京: 科学出版社, 2010: 147-162.
- [5] Liu S F, Lin Y. Grey information: theory and practical applications[M]. London: Springer-Verlag, 2006.
- [6] 何海, 陈绵云. GM(1,1) 模型预测公式的缺陷及改进[J]. 武汉理工大学学报, 2004, 26(7): 81-83.
- [7] 李峰, 刘静延, 蒋录全. 新陈代谢 GM(1,1) 模型在全社会用电量预测中的应用[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2005, 29(2): 259-261.
- [8] 张宇, 刘宇东, 计钊. 向量相似度测度方法[J]. 声学技术, 2009, 28(4): 532-536.

(上接第 128 页)

- [3] 管延海, 李强, 柴成繁. 模糊数学方法在天津市地下水水质评价中的应用[J]. 地下水, 2008, 30(2): 27-28+87.
- [4] 万金保, 李媛媛. 模糊综合评价法在鄱阳湖水质评价中的应用[J]. 上海环境科学, 2007, 26(5): 215-218.
- [5] 侯素霞, 刘新铭, 钟秦. 模糊数学在丹河水环境综合评价中的应用[J]. 生态环境, 2008, 17(4): 1411-1414.
- [6] 王秋平, 宋晓萌. 基于 AHP-熵权模糊赋值组合模型的煤炭企业总图运输设计方案评价研究[J]. 工业技术经济, 2013(3): 45-52.
- [7] 邱苑华. 管理决策与应用熵学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002.

- [8] 邹志红, 孙靖南, 任广平. 模糊评价因子的熵权法赋权及其在水质评价中的应用[J]. 环境科学学报, 2005, 25(4): 552-556.
- [9] 柳军. AHP 法在水环境质量综合评价中的应用[J]. 重庆建筑大学学报, 2003, 25(1): 77-81.
- [10] 林健. 北京市城近郊区地下水污染演变分析研究[D]. 长春: 吉林大学, 2004.
- [11] 林沛. 北京市城近郊区地下水水质评价与趋势分析[D]. 长春: 吉林大学, 2004.