

基于马尔可夫随机场的图像分割方法综述*

徐胜军^{1,2}, 韩九强¹, 刘光辉²

(1. 西安交通大学 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 西安 710049; 2. 西安建筑科技大学 信控学院, 西安 710055)

摘要: 系统地综述了基于 MRF 的图像分割方法。介绍了基于 MRF 模型的图像分割理论框架, 给出了当前 MRF 图像建模研究的热点问题。概括了基于 MRF 模型的图像分割算法, 包括图割算法、归一化割算法、置信度传播算法等, 指出了这些算法的发展方向。

关键词: 图像分割; 马尔可夫随机场; 图割; 归一化割; 置信度传播

中图分类号: TP391.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2013)09-2576-07

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2013.09.004

Survey of image segmentation methods based on Markov random fields

XU Sheng-jun^{1,2}, HAN Jiu-qiang¹, LIU Guang-hui²

(1. MoE Key Laboratory for Intelligent Networks & Network Security, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. School of Information & Control Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: This paper presented and discussed all the typical approaches based on MRF. First it provided a general framework of MRF in image segmentation and new progress for MRF modeling in recent years, and then emphatically presented the major image segmentation algorithms based on MRF, including graph cut algorithm, normalized cut algorithm, belief propagation algorithm, etc. Finally, it pointed out the future work for these segmentation algorithms.

Key words: image segmentation; Markov random fields (MRF); graph cut; normalized cut; belief propagation (BP)

图像分割是计算机视觉领域一个重要的研究方向,是图像进行更高层的图像分析和理解的基础。图像分割就是把图像划分成若干具有特定意义的非重叠同态区域。划分的同态区域定义为具有相同特性所有像素的集合。图像分割的目标是简化或者改变图像的表示形式,将图像划分成与其中含有真实世界的物体或区域有强相关性的组成部分^[1],使得图像更容易被计算机理解和分析。

图像信息的不确定性是图像分割面临的主要问题之一,对于不同的分割对象,通常有不同的分割方法。当前,研究图像分割的方法很多,这些方法主要可以划分为基于阈值的方法、基于边缘的方法、基于区域的方法等。虽然基于阈值的方法容易实现,但是由于其没有考虑图像的空间信息而导致其有时不能得到连续的分割区域;基于边缘的分割不仅对图像的噪声十分敏感,而且很难对图像中的纹理区域进行较好的分割;基于区域的分割方法不仅对图像的噪声不敏感,而且考虑了图像的空间信息,所以能够对图像的连续区域进行较好的分割;基于图的分割方法由于其良好的分割性能,近年来引起人们的关注,成为图像分割领域一个新的研究热点。这种方法不仅易于实现,而且结合 Bayes 理论,引入了图像不确定性描述与先验知识的联系,根据统计决策和估计理论中的最优准则确定分割问题的目标函数,通过求解满足这些条件或消费函数的最大可能分布,从而将图像分割问题转换为最优化问题,然后利用高

效的优化算法对图模型进行优化。这类模型和求解算法的出现,在图像处理领域内起到了变革性的推动作用,其效率和效果都远远超出了之前算法所能达到的程度^[2]。

1 图像的马尔可夫随机场描述

图模型(graphical models)在概率论与图论之间建立起了有效的联系,能够将图像的时间和空间等信息有机地结合到一起,依赖大量的变量独立关系,构建了一种基于联合概率分布的结构模型,为解决人工智能领域的不确定性问题提供了重要的途径^[3]。基于图的分割方法首先对图像建立一个图模型,如马尔可夫随机场(Markov random fields)、贝叶斯网络(Bayesian networks)等。图是一种可以用来表示实体集之间联系的数据结构,由顶点集合和连接顶点对的边集合组成。假定 $G = (V, E)$ 表示一个图,其中 V 为图像像素节点的集合,节点 $v_i \in V$ 表示图像的一个像素, E 为图像边的集合, $(v_i, v_j) \in E$ 表示连接节点 v_i 和 v_j 的不相似度。在图像分割中,边的权值表示两个像素的不相似性度量,如灰度、颜色、运动、位置等的差别。从统计学观点来看,基于图的分割方法就是以最大概率得到这个图的分割组态,相应地把一个图划分成不同的子图,每一个子图代表一个分割的区域。在基于图模型的图像处理中,马尔可夫随机场模型由于其简便的图像描述方式得到了广泛的应用。

收稿日期: 2013-01-19; **修回日期:** 2013-03-15 **基金项目:** 国家青年自然科学基金资助项目(51209167); 陕西省自然科学基金资助项目(2012JM8026); 陕西省教育厅专项科研项目(11JK1023)

作者简介: 徐胜军(1976-),男,陕西西安人,博士研究生,主要研究方向为图像处理、模式识别(duplin@sina.com); 韩九强(1951-),男,陕西西安人,教授,博导,主要研究方向为智能测控理论与应用、图像信息融合、机器视觉与模式测控; 刘光辉(1976-),男,甘肃民勤人,副教授,博士研究生,主要研究方向为模式识别、智能信息处理。

设 $S = \{(i, j) | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M\}$ 表示一个大小为 $M \times N$ 的有限格点集合, 令 $X = \{x_s | s \in S, x_s \in \{0, 1, \dots, 255\}\}$ 表示一个观察图像。观察图像的每一个像素 x_s 对应一个标号 y_s , 则分割图像的标号场 $Y = \{y_s | s \in S, y_s \in \Omega\}$ 。其中: $\Omega = \{1, 2, \dots, L\}$, L 表示标号的分类数。在 MRF 框架下, 图像标号场 Y 被看做一个二维随机过程, 通过 MRF 的邻域概念将图像的局部范围内的像素联系起来, 采用图像的局部特性描述当前像素。但是对于 MRF 来说, 很难描述图像的局部特性, 阻碍了 MRF 在图像处理领域的应用。Hammersley 等人^[4]提出了 MRF 的局部特性(马尔可夫性)和 Gibbs 随机场的全局性的等价关系。Besay^[5]进一步证明了 Hammersley-Clifford 定理, 并给出了 MRF 与 Gibbs 分布等价的条件: 一个随机场是关于邻域系统的 MRF, 当且仅当这个随机场是关于邻域系统的 Gibbs 分布^[6]。关于邻域系统 $N(s)$ 的 MRF 与 Gibbs 分布等价表明了 MRF 与 Gibbs 随机场的等价性, 使得 MRF 的局部特性转换为具有简洁表达式的 Gibbs 分布函数:

$$P(y_s | y_r, r \in N(s)) = \frac{1}{Z} \times \exp \left\{ -\frac{1}{T} \sum_{c \in C} V_c(y_s | y_r) \right\} \quad (1)$$

$$\text{其中: } Z = \sum_y \exp \left\{ -\frac{1}{T} \sum_{c \in C} V_c(y_s | y_r) \right\} \quad (2)$$

是一个归一化常数, 称为 Gibbs 分布的划分函数; T 是一个温度常数, 用于控制 $P(y)$ 的形状; $\sum_{c \in C} V_c(y_s | y_r)$ 称为 Gibbs 能量函数; $V_c(y_s | y_r)$ 称为与基团 c 有关的势函数; C 为所有基团的集合; $|c|$ 为基团的阶, 表示 c 中包含节点的个数, $|c| \geq 3$ 时, 该 MRF 称为高阶 MRF。

Hammersley-Clifford 定理解决了求解 MRF 概率分布的难题, 极大地促进了 MRF 在图像处理领域的大发展。进一步地, 通过把 Bayesian 理论与 MRF 模型结合起来, 从而有效地引入了图像的先验知识。在图像处理过程中, 得到的先验知识越多, 所能获得的处理结果就越好。因此, 这种利用了图像先验知识的图像处理有效提高了图像处理结果的质量, 得到了广泛的应用。根据 Bayes 规则, 给定先验 MRF 模型 $P(Y)$, 以及以标号场为条件用分布函数描述观察图像的特征场模型 $P(X|Y)$, 则图像分割的后验概率分布模型 $P(Y|X)$ 为

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)} \quad (3)$$

基于最大后验(maximum a posterior, MAP)准则, 图像分割的全局最优估计如下:

$$Y^* = \arg \max_{Y \in \Omega} P(Y|X) \quad (4)$$

由统计物理学可知, 上述模型的最大后验概率可以通过最小化后验分割模型的 Gibbs 自由能 $E_G(X, Y)$ 来得到。

$$Y^* = \arg \min_{Y \in \Omega} E_G(X|Y) = \arg \min_{Y \in \Omega} \{E_d(X, Y) + E_s(Y)\} \quad (5)$$

其中: $E_d(X, Y) = -\log P(X|Y)$, 常称为图像特征场模型的似然能量; $E_s(Y) = \sum_{c \in C} V_c(y_s | y_r)$, 称为图像标号场 MRF 先验模型的平滑能量。

特征场模型 $P(X|Y)$ 越逼近像素的真实分布, 越能反映图像的特征。高斯混合模型是常用的一个特征场模型, 且假定所有像素之间是独立分布的。虽然自然图像常是非高斯分布的, 但是高斯混合模型仍然取得了较好的处理结果^[7,8]。Poisson 模型在处理天文图像、医学图像以及考虑胶片银粒的颗粒噪声图像时能更好地描述图像的特征^[9]。在小波域中, HMT 模型^[10,11]将图像分解的每个小波系数分解为两个状态, 一个较

大的状态对应图像的边缘, 另一个较小的对应图像结构特征的平滑区域。这种 HMT 模型有效地描述了图像特征属性。

自然图像的全局先验模型本质上是一个复杂的高维模型, 因此简单的先验模型不能准确地描述整个图像的先验分布。在图像分割中, 虽然高阶先验 MRF 模型可以更合理、更准确地描述自然图像丰富的先验特征, 但是由于高阶 MRF 模型学习算法的复杂度以及高维 MRF 模型推理计算的复杂度, 很难满足实际需要, 目前还没有得到很好的解决, 因此高阶 MRF 模型的优化、学习和推理仍是当前研究的难点和热点问题。常用的点对 MRF(pairwise MRF)模型采用一些简单的先验模型, 为了进一步简化计算, 特别是由于 MRF 模型参数估计的困难, 常假定整个图像是同态的^[12]。在许多图像处理问题中, 如此简单的先验模型虽然得到了较好的处理结果, 但是这种简单的先验模型也常导致了过分割现象。如何解决现有分割技术边缘不准确、容易形成过分割或者不完全分割的现象, 这是当前图像分割的关键问题。避免过分割的一个方法是采用更复杂的先验模型。Levada 等人^[12]提出了一个非同态的全局先验 Potts 模型以及参数估计算法, 部分解决了常用的同态 Potts 模型对图像先验知识描述的不充分问题, 但是对于复杂的自然图像特征建模仍没有提出一个有效的解决方案。Roth 等人^[13]提出了一个专家场(field of experts, FoE)模型, 这个模型采用 Student-t 专家函数的乘积作为局部先验模型的分布。Weiss 等人^[14]提出了另一个 FoE 模型, 采用高斯尺度混合(Gaussian scale mixture)模型作为专家函数, 描述自然图像的非高斯特征。Zhang 等人^[15]利用高阶 FoE 模型更好地描述了图像的统计特征, 建立了一种自适应 MRF 模型。这些 FoE 模型在图像处理中得到了较好的结果, 但是这些 FoE 模型的学习仍然是一个 Hard 问题。Potetz^[16]采用线性限制节点将 MRF 模型的高阶项转换成低阶项, 然后通过自适应直方图约束 BP 算法消息的搜索空间, 有效减小了模型的复杂度。另一个有效避免过分割方法是采用一个自适应先验的方法对图像的局部区域进行建模。使用局部图像块或者小的图像区域来建模图像的局部特征, 并用来代替图像像素点对的关系^[18], 然后建立一个区域 MRF 模型描述整个待分割图像。这种基于区域邻接图的 MRF 模型在提取图像局部结构信息的同时能在一定程度上降低传统的单纯 MRF 分割策略的运算量^[19]。Chen 等人^[20]基于点对 MRF 模型提出了 HOPS(higher order proxy neighborhoods)模型来近似建模 MRF 的高阶邻域; Wang 等人^[21]提出使用一些局部聚类算法如 Normalized Cut, K-means 等算法对图像进行局部聚类, 得到图像的过分割结果, 把每一个过分割区域看做一个 super-pixel, 用来代替 MRF 模型的节点, 建立 SMRF(superpixel MRF)模型描述图像局部区域间的关系; 李鹏等人^[22]利用 mean-shift 算法对图像进行过分割, 并使过分割区域保持理想的边缘和空间相关性, 建立一种区域 MRF 模型。Jia 等人^[23]也提出了一个相似的模型, 采用 mean-shift 算法对图像进行预分割, 然后根据预分割结果建立区域邻接模型, 采用 LBP(loopy belief propagation)算法迭代得到最终分割结果。Tappen 等人^[24]提出了一种带权值的自适应高斯先验模型, 局部先验分布采用滤波器的输出集合建模, 在图像每一个局部块中, 权值大小由滤波器的输出自适应给定。这种模型有效地避免了采用简单高斯先验模型带来的过分割现象, 但是这个模型的自适应权值分配仍是一个艰巨的任务。因此, 如何建立有效的描述自然图像

复杂的统计特征的模型是基于 MRF 图像处理方法的一个主要研究方向。Komodakis 等人^[17,25]最近提出了对偶分解的框架,为高阶 MRF 模型优化提供了一个有效的处理途径。这种方法将高阶的复杂问题分解成几个简单子问题的组合,然后对每个子问题进行求解,利用每个子问题解的组合来逼近复杂问题的解。这种基于对偶分解的能量优化框架为高阶能量优化提供了一种可能的有效途径^[2]。

2 基于 MRF 模型的分割算法

基于 MRF 模型的分割方法建立在 MRF 模型和贝叶斯理论(Bayesian theory)的基础上,根据统计决策和估计理论中的最优准则确定图像分割问题的目标函数,采用一些优化算法求取满足这些条件的 MRF 的最大可能分布,从而将图像分割问题转换为 MRF 分布的最优化问题^[26]。在基于 Bayesian 的图像处理方法中,最大后验准则(MAP)、最大边缘后验准则(maximum posterior marginal, MPM)是常用的两个分割准则。MAP 准则是针对 MRF 模型的全局分布最大化,而 MPM 准则得到的是每一个像素的最大后验分布。对于 MRF 分布的最优化,一些常用的局部优化的确定松弛算法如 ICM(iterated conditional model)算法^[27,28]、MMD(modified metropolis dynamics)算法^[29,30]、MFA(mean field annealing)算法^[31]等,虽然具有较快的处理速度,但是这种局部优化算法只能得到局部最优解,分割效果较差。对于一些全局优化的随机松弛算法,如模拟退火算法(simulated annealing)^[32,33]、MCMC(Markov chain Monte Carlo)算法^[34]、Gibbs 采样(Gibbs sampler)算法^[32,35]等,需要大量的运行时间来获得全局最优解。因此前面这些算法由于较差的分割结果或者较长的运行时间,对于实际的图像处理工程来说是不适用的。近年来,随着各种高效的推理算法不断地被提出和完善,如循环置信度传播(loopy belief propagation, LBP)^[36~41]、归一化割(normalized cut)^[42]、图割(graph cut)^[43~46]、重置权树消息传播(tree-reweighted message passing)^[41,47]等算法,这种概率 MRF 模型在图像处理领域得到了广泛的发展和应用。

2.1 图割算法

Boykov 等人^[46]提出了一种交互式的图割算法。这种是一种基于最大流最小割(max-flow min-cut)理论的求解全局 MRF 能量最优的算法,由于其简洁的交互方式、较快的分割速度以及良好的分割结果,得到了人们广泛的关注,在计算机视觉和图像处理领域得到了广泛的研究与应用,如图像的立体匹配^[48,49]、图像修复^[50]、图像分割^[46,51~53]、立体视觉^[50]、三维场景重建^[54~55]等。该算法通过人工指定某些像素为分割目标的种子点,某些像素为分割背景的种子点,建立图像分割的约束条件,其他的像素根据种子点和约束条件,采用直方图模型进行分布估计。如图 1 所示,设一个具有源点 s 和汇点 t 的图 $G=(V,E)$,图 G 的一个割 C 可以将边集 V 分割成两个互不相交的子集 A 和 B ,这个割 $C=\{A,B\}$ 的代价定义为两个子集 A 和 B 相连边界上所有边的权值之和,最小割就是图 G 所有割中代价最小的割。图割算法把图像分割看做 MRF 的能量最小化问题(如式(5)所示),这个最小割的代价正好等于给定的能量函数的最小化^[56],根据最小割准则式(6)最终得到分割结果,即两个分割区域(A,B)之间具有最小的相似性。

$$\min \text{cut}(A, B) = \sum_{i \in A, j \in B} w_{ij} \quad (6)$$

其中, w_{ij} 表示分属于不同区域(A,B)像素之间边的权值。

标准图割算法一次仅能改变一个像素的标号,而 α 扩展移动和 $\alpha-\beta$ 移动^[57]可以同时改变大范围像素集的任意标号。两者的区别在于: α 扩展移动除了源点和汇点外,子集内所有像素均进行扩展移动; $\alpha-\beta$ 交换移动除了两个端点外,只有标号为 α 和 β 的像素参与移动。但是这两种算法适用的条件比较严格, α 扩展移动要求能量的平滑项是关于标号空间的度量,即

$$V_{(ij)}(\alpha, \alpha) + V_{(ij)}(\beta, \gamma) \leq V_{(ij)}(\alpha, \gamma) + V_{(ij)}(\beta, \alpha) \quad (7)$$

$\alpha-\beta$ 交换移动要求能量的平滑项是关于标号空间的半度量,即

$$V_{(ij)}(\alpha, \alpha) + V_{(ij)}(\beta, \beta) \leq V_{(ij)}(\alpha, \beta) + V_{(ij)}(\beta, \alpha) \quad (8)$$

图割算法对图像的二元标号问题可以得到全局最优解,并且不受图像维数限制,通过人机交互可以加入图像约束的先验信息,但是对于多元标号问题的求解是一个 NP-hard 问题,并且这种方法依赖于种子点的选取以及数据的分布估计模型,只有准确的种子点和精确的分布模型才能获得令人满意的结果。Rother 等人^[53]在图割算法的基础上提出了一种 grab cut 方法,采用彩色图像的高斯混合模型代替原始图切割算法的灰度图像的直方图模型,利用更加强大的迭代过程代替一次最小割算法,并提出了一种不完全标定的方法。Lempitsky 等人^[58]利用包围盒作为一个拓扑形状先验,有效阻止了分割结果的过度收缩。特征、形状以及序约束等先验信息的引入进一步促进了图割算法的应用和发展,取得了喜人的成果。但是现有融合先验信息的图割算法仍然不能有效提供更接近分割对象的先验信息,实现图像的无监督分割,平均形状法^[59]提供了一个好的思路,让先验信息更接近真实图像,不需要人工定义目标形状就可以分割目标^[56]。

图割算法与一些别的算法相结合也得到了较好的分割性能。Li 等人^[60]将图割算法与分水岭算法结合起来进行分割,采用后者进行初始化分割,对初始化分割结果再采用图割算法进行进一步分割,提高了算法分割的速度。Xu 等人^[51]将图割算法与主动轮廓相结合,通过设置初始化轮廓,建立轮廓区域,然后通过图割算法在轮廓区域进行迭代分割。Boykov 等人^[61]提出了一种 geo-cuts 算法,把图割算法与最小表面结合起来,通过建立网络图及设置边缘权值,使得图割的代价任意接近于相应轮廓的长度。Boykov 等人^[62]利用 geo-cuts 方法把图割算法与曲面演化结合起来,提出了一种建模轮廓和表面梯度流的新方法。

2.2 归一化割

归一化割^[42]采用谱图理论,将区域之间的相似性通过区域内部的相似性作归一化进行图像分割。分割的目标函数为

$$\min N \text{cut}(A, B) = \frac{\text{cut}(A, B)}{\text{vol}(A)} + \frac{\text{cut}(A, B)}{\text{vol}(B)} \quad (9)$$

其中, $\text{cut}(A, B)$ 定义为两个图像像素的集合(A, B)之间所有边的权值之和,即

$$\text{cut}(A, B) = \sum_{i \in A, j \in B} w_{ij} \quad (10)$$

$\text{vol}(A)$ 和 $\text{vol}(B)$ 分别定义为集合 A 或者 B 到图 G 中所有节点的权值总和。如果 $\text{cut}(A, B)$ 的值很小,而 $\text{vol}(A)$ 和 $\text{vol}(B)$ 相对比较大,则这样的一个割可以获得较好的分割,而且避免了图割算法中常常产生的不平衡的小点集。

但是随着图规模的增加,基于归一化割的图像处理问题是

一个 NP-hard 问题,实际中常常采用一些近似的算法来逼近全局最优解。Shi 等人^[42]把这个 NP-hard 问题转换为一个瑞利问题并得到了一个有效的近似解:

$$\min \left\{ \frac{y^T (D - W) y}{y^T D y} \right\} \quad (11)$$

其中: $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$; W 是一个大小为 $n \times n$ 的相似度权值矩阵; n 为图像的像素数。因此归一化割问题被转换为一个求解广义特征值的问题,将该方程的第二个最小的特征值对应的特征向量作为指示向量完成对全图的最优近似划分。尽管采取了复杂度抑制措施,但是这种近似算法的特征值和特征向量的计算仍然非常耗时^[56]。

2.3 BP 算法

BP 算法是一种求解图模型推理问题的高效的算法,可以对任意势能函数进行优化,不受目标函数的凹凸性的限制,包括一些图割算法不能优化的非正则势能函数^[63]。在立体匹配中,与图割算法相比,虽然图割算法可以得到一个更低的能量,但是 BP 算法的性能更接近于标准匹配结果^[64]。文献[65]已经证明了 BP 算法对于单连通图(如 Bayesian 网络等)是收敛的。对于循环图(loop graph)来说, BP 算法虽然不能总是保证收敛,但是大量的实验结果^[66-68]证明了 BP 算法仍然可以得到一个好的结果。Yedidia 等人^[69]已经证明了 BP 算法的不动点相应于 Bethe 自由能量极小值点,这个证明结果对于研究 BP 算法的收敛性和近似算法等问题起到了重要的作用,极大地促进了基于 MRF 模型的 BP 算法在图像处理领域的应用。通过构造不同形式的自由能可以得到不同形式的置信度传播算法。BP 算法与 Bethe 自由能量的等效性也促进了一些基于 Kikuchi 近似或者其他一些近似更准确地描述了 MRF 模型的能量,因此,在一些视觉问题中,与 BP 算法相比,这种泛化的消息传递算法——GBP (generalized belief propagation) 算法得到了更好的处理结果。

BP 算法通过节点消息循环传递直到收敛,得到 MRF 模型的最小全局能量(或者 MRF 模型的最大后验概率分布)。如图 2 所示, BP 算法在每一次迭代中,把节点的当前信息传递到其所有邻域节点中,同时也接收其邻域节点传来的消息,节点选择的标号根据节点置信度的最小化准则得到。

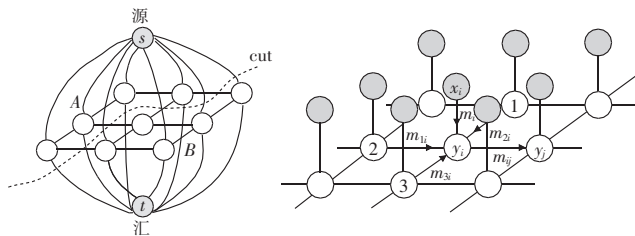


图 1 图割算法

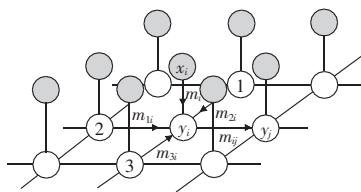


图 2 BP 算法消息的传递

算法迭代的规则如下:

$$m_{i \rightarrow j}^t(y_j) = \min_{y_i} \{ E_d(x_i, y_i) + E_s(y_i, y_j) + \sum_{k \in N(i) \setminus j} m_{k \rightarrow i}^{t-1}(y_i) \} \quad (12)$$

$$b_j(y_j) = E_d(x_j, y_j) + \sum_{i \in N(j)} m_{i \rightarrow j}^T(y_j) \quad (13)$$

其中: $m_{i \rightarrow j}^t(\cdot)$ 表示第 t 次迭代中节点 i 传递给它邻域节点 j 的消息; $N(i) \setminus j$ 表示节点 i 的邻域节点集合,但不包括节点 j ; $b_j(y_j)$ 表示节点 j 的信念。

BP 算法的缺点就是具有较高的时间复杂度,对于 MRF 模型来说,其计算复杂度随着 MRF 模型节点的标号空间的大小

按级数增长,这个问题限制了 BP 算法在一些视觉问题上的应用。特别是 BP 算法在迭代的后期,大部分节点的解已经收敛,但是 BP 算法仍在每一次迭代中需要对这些节点进行计算,因此 BP 算法具有大量的冗余计算。为了解决这些问题,近来一些学者已经提出了一些有效的策略并得到了成功的应用。Felzenszwalb 等人^[70]提出了三个技术来提高 BP 算法运行的效率:a)部分收敛的分层 BP 算法,可以有效减少 BP 消息的迭代次数;b)利用距离变换减低消息传递的复杂度;c)利用双边图技术减少 BP 算法一半的消息传输量。这种加速算法在图像匹配^[71,72]、图像分割^[73]等问题上得到了成功的应用。Komodakis 等人^[74]提出了一种优先度 BP (priority belief propagation) 算法,通过对 BP 算法传递的节点消息进行优先度排序,对优先度高的消息进行迭代传递,并移除优先度低的节点标号,因此有效加速了 BP 算法的收敛,减少了 BP 算法大量的冗余计算,在图像补全问题中得到了较好的处理结果。Chan 等人^[75]提出了一种局部信念收敛 (local belief aggregation, LBA) 的方法并成功应用到彩色图像的分割中,通过限定局部区域消息状态来减少 BP 算法的计算复杂度;SCOTT 等人^[76]采用分层的策略,使用较高层像素的状态来估计其较低层像素的状态空间,以此来减少图像像素的状态数,但这种分层 HBP (hierarchical belief propagation) 方法存在子节点的状态丢失问题;Lan 等人^[77]使用一种自适应状态空间的方法来减少高阶 MRF 模型的每一个节点的状态数,实验结果表明这种自适应高阶 MRF 模型的性能是优于点对 MRF 模型的。尽管如此,这种方法所采用的 FoE 模型的训练时间仍有待缩短,并且与前几种方法一样,仍存在着状态丢失的问题。徐胜军等人^[78]通过相邻标号之间的关系,提出了一种快速 BP 算法,避免了一些快速方法由于消息收敛的计算所导致更大的空间复杂度。Xu 等人^[79]利用蚁群算法对局部区域进行标号解的优化,大大减少了 BP 算法在消息传递时的冗余计算,对于大标号空间的 MRF 模型推理提供了一个新的思路。因此,如何有效减少图像的标号空间而又不会导致正确标号丢失仍是一个有待进一步研究的问题。这个问题的解决可以大量地减少 LBP 算法的冗余计算,提高 LBP 算法的推理效率,进一步促进 LBP 算法在图像处理领域的应用。

2.4 其他一些基于图的分割算法

Fukunaga 等人^[80]提出了一种均值漂移 (mean-shift) 算法。均值漂移算法是一种基于密度梯度上升的非参数算法,该算法迭代搜索图像特征空间中样本点最密集的区域,搜索点沿着样本点密度增加的方向进行漂移,直到局部密度极大点。Cheng^[81]定义了一簇核函数,使得随着样本与被偏移点的距离不同,其偏移量对均值偏移向量的贡献度也不同;同时,Cheng 还设定了一个权值函数,使得不同的样本点重要性不同,这大大扩展了均值漂移算法的应用领域。Comaniciu 等人^[82]证明了均值漂移算法在满足一定的条件下可以收敛到最近的一个概率密度函数的稳定点,并运用特征空间的分析,对均值漂移算法在图像恢复、图像分割、非刚体的跟踪^[83,84]等方面进行了成功的应用。Chen 等人^[20]基于 pairwise MRF 模型,提出了一种 HOPS (higher order proxy neighborhoods) 模型,通过这种简化的区域模型来近似 MRF 模型的高阶项,并运用 graph shift^[85,86]算法对局部区域进行漂移,迭代计算得到图像分割结果。Felzenszwalb 等人^[87]提出了一种有效的基于图的分割方法。这

种方法利用带权无向图描述图像,通过集内差异和集间差异来定义像素集内部和像素集间像素的相似性。利用区域生长的原理,如果两个图像区域相似,则融合成一个区域;否则,视为不同的分割区域。算法迭代运行直到没有区域被融合,得到分割结果。这种基于图的分割方法速度较快,算法复杂度与图像像素点的数目成正比。

3 结束语

当前,基于图模型的图像分割方法已经成为图像分割领域一个研究的热点,引起了越来越多的研究者的重视。本文对当前一些基于图模型的图像分割的主要研究方法和存在的问题进行了研究和论述,尽管这方面的研究已经取得了一些进展,但是总的来说,基于图模型的图像处理方法仍然是一个极具挑战性且具有重要研究意义的研究方向,图模型以及图模型的推理问题仍具有重要的理论研究意义和应用价值,存在更多的问题需要探索。最重要的挑战就是基于 MRF 模型的高效的推理算法,对于复杂自然图像的分割来说,MRF 模型的推理时间随分割对象的数量按级数增长,新的高效的推理算法是基于 MRF 模型的分割方法实际应用的基础。其次,对自然图像复杂的统计信息和先验知识准确的 MRF 建模是另一个关键问题,高阶 MRF 模型可以更准确地描述诸多底层视觉问题;同时,MRF 模型也可以把低级视觉特征和高级视觉特征融合到一个模型框架中,有效提高算法分割效率,这是基于 MRF 模型分割方法研究的一个重要方向。最后,MRF 分割模型参数的估计也是一个重要的研究方向。

参考文献:

- [1] SONKA M,HLAVAC V,BOYIE R. 图像处理、分析与机器视觉[M]. 艾海舟,苏延超,等,译.3版.北京:清华大学出版社,2011:124.
- [2] 史利民,余森,胡占义.计算机视觉中高级能量项的优化[J].计算机辅助设计与图形学报,2011,23(5):731-734.
- [3] 史忠植.知识发现[M].2版.北京:清华大学出版社,2011:327-328.
- [4] HAMMERSLEY J M,CLIFFORD P. Markov fields on finite graphs and lattices[EB/OL]. (1968). <http://www.citeulike.org/group/4300/article/2335717>.
- [5] BESAG J E. Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems[J]. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 1974, 36(2):192-236.
- [6] STAN Z L. Markov random field modeling in image analysis[M]. New York:Springer-Verlag,2009.
- [7] CHEN Fan,TANAKA K,HORIGUCHI T. Image segmentation based on Bethe approximation for Gaussian mixture model[J]. *Interdisciplinary Information Sciences*, 2005, 11(1):17-29.
- [8] 徐胜军,韩九强,赵亮,等.用于图像分割的局部区域能量最小化算法[J].西安交通大学学报,2011,45(8):7-12.
- [9] 邹谋炎.反卷积和信号复原[M].北京:国防工业出版社,2001.
- [10] CHOI H,BARANIUK R G. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden Markov models[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2001, 10(9):1309-1321.
- [11] 侯玉华,宋锦萍,周福娜,等.基于小波域隐马尔可夫模型的文本图像子带分割方法[J].电子学报,2002,30(8):1180-1183.
- [12] LEVADA A L M,MASCARENHAS N D A,TANNUS A,et al. Spatially non-homogeneous potts model parameter estimation on higher-order neighborhood systems by maximum pseudo-likelihood[C]//Proc of the 23rd Annual ACM Symposium on Applied Computing. New York:ACM Press,2008:1733-1737.
- [13] ROTH S,BLACK M. Fields of experts:a framework for learning image priors[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego,CA:IEEE Computer Society,2005:860-867.
- [14] WEISS Y,FREEMAN W T. What makes a good model of natural images? [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC:IEEE Computer Society,2007:1-8.
- [15] ZHANG Hai-chao,ZHANG Yan-ning. Bayesian image separation with natural image prior[C]//Proc of IEEE International Conference on Image Processing. Piscataway:IEEE Press,2012:2097-2100.
- [16] POTETZ B. Efficient belief propagation for vision using linear constraint nodes[C]//Proc of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC:IEEE Computer Society Press,2007:1-8.
- [17] KOMODAKIS N,PARAGIOS N. Beyond pairwise energies:efficient optimization for higher-order MRFs[C]//Proc of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC:IEEE Computer Society,2009:2985-2992.
- [18] TAPPEN M F,LIU Ce,ADELSON E H,et al. Learning Gaussian conditional random fields for low-level vision[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC:IEEE Computer Society,2007:1-8.
- [19] 杨艺,韩崇昭,韩德强.一种多源遥感图像分割的融合新策略[J].西安交通大学学报,2010,44(6):88-92.
- [20] CHEN A Y C,CORSO J J,WANG Le. HOPS:efficient region labeling using higher order proxy neighborhoods [C]//Proc of International Conference on Pattern Recognition. Piscataway:IEEE Press,2008:1-4.
- [21] WANG Xiao-feng,ZHANG Xiao-ping. A new localized superpixel Markov random field for image segmentation[C]//Proc of IEEE Conference Multimedia and Expo. New York:IEEE Press,2009:642-645.
- [22] 李鹏,李玲,李敏.基于空间相关性的图像分割算法研究[J].计算机应用研究,2013,30(1):314-317.
- [23] JIA Jian-hua,JIAO Li-cheng,CHANG Xia. Image segmentation via mean shift and loopy belief propagation[J]. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, 2010, 15(1):43-50.
- [24] TAPPEN M F,LIU Ce,ADELSON E H,et al. Learning Gaussian conditional random fields for low-level vision[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC:IEEE Computer Society,2007:1-8.
- [25] KOMODAKIS N,PARAGIOS N,TZIRITAS G. MRF energy minimization and beyond via dual decomposition[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(3):531-552.
- [26] 李旭超,朱善安.图像分割中的马尔可夫随机场方法综述[J].中国图象图形学报,2007,12(5):789-798.
- [27] BESAG J. On the statistical analysis of dirty pictures (with discussion) [J]. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 1986, 48(3):259-302.
- [28] FWU J,DJURIC P. Unsupervised vector image segmentation by a tree structure ICM algorithm[J]. *IEEE Trans on Medical Image*, 1996, 15(6):871-881.
- [29] KATO Z,ZERUBIA J,BERTHOD M. Satellite image classification using a modified Metropolis dynamics[C]//Proc of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. San Francisco,CA:IEEE Press,1992:573-576.
- [30] SZIRÁNYI T,ZERUBIA J,CZ ÚNI L,et al. Image segmentation using

- Markov random field model in fully parallel cellular network architectures[J]. *Real-Time Imaging*, 2000, 6(3):195-211.
- [31] ZERUBIA J, CHELLAPPA R. Mean field approximation using compound Gauss-Markov random field for edge detection and image restoration[C]//Proc of International Conference on Acoustics, Speech, and Processing. 1990:2193-2196.
- [32] GEMAN S, GEMAN D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1984, 6(6):721-741.
- [33] KIRKPATRICK S, GELLATT C D, VECCHI M P. Optimisation by simulated annealing[J]. *Science*, 1983, 220(4598):671-680.
- [34] KATO Z. Segmentation of color images via reversible jump MCMC sampling[J]. *Image and Vision Computing*, 2008, 26(3):361-371.
- [35] KATO Z, PONG T C. A Markov random field image segmentation model for color textured images[J]. *Image and Vision Computing*, 2006, 24(10):1103-1114.
- [36] FREEMAN W T, CARMICHAEL O T, PASZTOR E C. Learning low-level vision[J]. *International Journal Computer Vision*, 2000, 40(1):25-47.
- [37] SUN Jian, ZHENG Nan-ning, SHUM H Y. Stereo matching using belief propagation[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(7):787-800.
- [38] WEISS Y, FREEMAN W T. On the optimality of solutions of the max-product belief propagation algorithm in arbitrary graphs[J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2001, 47(2):723-735.
- [39] FELZENSZWALB P F, HUTTENLOCHER D. Efficient belief propagation for early vision[C]//Proc of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC: IEEE Computer Society, 2004:261-268.
- [40] YEDIDIA J S, FREEMAN W T, WEISS Y. Generalized belief propagation[C]//Advances in Neural Information Processing Systems. 2000:689-695.
- [41] SZELISKI R, ZABIH R, SCHARSTEIN D, *et al.* A comparative study of energy minimization methods for Markov random fields with smoothness-based priors[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, 30(6):1068-1080.
- [42] SHI Jian-bo, MALIK J. Normalized cuts and image segmentation[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(8):888-905.
- [43] SHARON E, GALUN M, SHARON D, *et al.* Hierarchy and adaptively in segmenting visual scenes[J]. *Nature*, 2006, 442(7104):810-813.
- [44] BOYKOV Y, JOLLY M P. Interactive graph cuts for optimal boundary and region segmentation of objects in N-D images[C]//Proc of the IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2001:105-112.
- [45] ROTHER C, KOLMOGOROV V, BLAKE A. Grab cut: interactive foreground extraction using iterated grab cuts[J]. *ACM Trans on Graphics*, 2004, 23(3):309-314.
- [46] BOYKOV Y, JOLLY M P. Interactive graph cuts for optimal boundary and region segmentation of objects in N-D images[C]//Proc of the IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2001:105-112.
- [47] KOLMOGOROV V, WAINWRIGHT M J. On the optimality of tree-reweighted max-product message-passing[C]//Proc of the 21st Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence. Edinburgh, Scotland: AUAI Press, 2005:316-323.
- [48] LI Hong, GEORGE C. Segment-based stereo matching using graph cuts[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC: IEEE Computer Society, 2004:74-81.
- [49] BLEYER M, GELAUTZ M. Graph-cut-based stereo matching using image segmentation with symmetrical treatment of occlusions[J]. *Image Communication*, 2007, 22(2):127-143.
- [50] BOYKOV Y, VEKSLER O, ZABIH R. Fast approximate energy minimization via graph cuts[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(11):1222-1239.
- [51] XU Ning, BANSAL R, AHUJA N. Object segmentation using graph cuts based active contours[C]//Proc of IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2003:46-53.
- [52] ZHU-JACQUOT J, ZABIH R. Graph cuts segmentation with statistical shape priors for medical images[C]//Proc of IEEE Conference on Signal-Image Technologies and Internet-Based System. Washington DC: IEEE Computer Society, 2008:631-635.
- [53] ROTHER C, KOLMOGOROV V, BLAKE A. Grab cut: interactive foreground extraction using iterated grab cuts[J]. *ACM Trans on Graphics*, 2004, 23(3):309-314.
- [54] KOLMOGOROV V, ZABIH R. Multi-camera scene reconstruction via graph cuts[C]//Proc of European Conference on Computer Vision. London: Springer, 2002:82-96.
- [55] KOLMOGOROV V. Graph based algorithms for scene reconstruction from two or more views[D]. Ithaca, NY: Cornell University, 2004.
- [56] 刘松涛, 殷福亮. 基于图割的图像分割方法及其新进展[J]. *自动化学报*, 2012, 38(6):911-922.
- [57] YURI B, OLGA V, RAMIN Z. Fast approximate energy minimization via graph cuts[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(11):1222-1239.
- [58] LEMPITSKY V, KOHLI P, ROTHER C, *et al.* Image segmentation with a bounding box prior[C]//Proc of the 12th IEEE International Conference on Computer Vision. Kyoto: IEEE Press, 2009:277-284.
- [59] JIANG T T, JURIE F, SCHMID C. Learning shape prior models for object matching[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Miami: IEEE Press, 2009:848-855.
- [60] LI Yin, SUN Jian, TANG C K, *et al.* Lazy snap-ping[C]//Proc of ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 2004:303-308.
- [61] BOYKOV Y, KOLMOGOROV V. Computing geodesics and minimal surfaces via graph cuts[C]//Proc of International Conference on Computer Vision. Piscataway: IEEE Press, 2003:26-33.
- [62] BOYKOV Y, KOLMOGOROV V, CREMERS D, *et al.* An integral solution to surface evolution PDEs via geo-cuts[C]//Proc of European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer, 2006:409-422.
- [63] METROPOLIS N, ROSENBLUTH A. Equations of state calculations by fast computing machines[J]. *The Journal of Chemical Physics*, 1953, 21(6):1087-1092.
- [64] TAPPEN M F, FREEMAN W T. Comparison of graph cuts with belief propagation for stereo, using identical MRF parameters[C]//Proc of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision. Washington DC: IEEE Computer Society, 2003:900-907.
- [65] PEARL J. Probabilistic reasoning in intelligent systems: networks of plausible inference[M]. Burlington: Morgan Kaufmann Publishers, 1988.
- [66] ZOMET A, LEVIN A, WEISS Y. Learning to perceive transparency from the statistics of natural images[C]//Proc of Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 2002:1247-1254.
- [67] FREEMAN W T, JONES T R, PASZTOR E C. Example-based super-resolution[J]. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 2002, 22(2):56-65.

- [68] FREEMAN W T, TAPPEN M F, ADELSON E H. Recovering intrinsic images from a single image [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(9): 1459-1472.
- [69] YEDIDIA J S, FREEMAN W T, WEISS Y. Understanding belief propagation and its generalizations [M]//LAKEMEYER G, NEBEL B. *Exploring Artificial Intelligence in the New Millennium*. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers, 2003: 239-269.
- [70] FELZENSZWALB P, HUTTENLOCHER D. Efficient belief propagation for early vision [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2006, 70(1): 41-54.
- [71] 卢阿丽, 唐振民, 杨静宇. 基于信任度传播的体视算法 [J]. *模式识别与人工智能*, 2010, 23(1): 84-90.
- [72] YANG Qing-xiong, WANG Liang. Stereo matching with color-weighted correlation, hierarchical belief propagation, and occlusion handling [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 31(3): 1-12.
- [73] 赵亮, 李昌华, 徐胜军, 等. 基于多尺度信念传播的混凝土 CT 图像分割 [J]. *计算机工程*, 2012, 38(8): 195-197.
- [74] KOMODAKIS N, TZIRITAS G. Image completion using efficient belief propagation via priority scheduling and dynamic pruning [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2007, 16(11): 2649-2661.
- [75] CHAN Jing-chu, YEN N, CHANG C, *et al.* Local belief propagation aggregation for MRF-based color image segmentation [C]//Proc of IPPR Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing. 2008.
- [76] SCOTT G G, KAMBHMETTU C. Hierarchical belief propagation to reduce search space using CUDA for stereo and motion estimation [C]//Proc of IEEE Workshop on Applications of Computer Vision. Washington DC: IEEE Computer Society, 2009: 1-8.
- [77] LAN Xiang-yang, ROTH S, HUTTENLOCHER D, *et al.* Efficient belief propagation with learned higher-order Markov random fields [C]//Proc of the 9th European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 269-282.
- [78] 徐胜军, 刘欣, 赵亮. 基于快速收敛 LBP 算法的图像分割 [J]. *计算机应用*, 2011, 31(8): 2229-2235.
- [79] XU Sheng-jun, LIU Guang-hui, LIU Xin. Image segmentation via ant colony algorithm and loopy belief propagation algorithm [C]//Proc of International Joint Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE Press, 2012: 1-7.
- [80] FUKUNAGA K, HOSTETLER L D. The estimation of the gradient of a density function, with applications in pattern recognition [J]. *IEEE Trans on Information theory*, 1975, 21(1): 32-40.
- [81] CHENG Yi-zong. Mean shift, mode seeking, and clustering [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(8): 790-799.
- [82] COMANICIU D, MEER P. Mean shift: a robust approach toward feature space analysis [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(5): 603-619.
- [83] COMANICIU D, RAMESH V, MEER P. Real-time tracking of non-rigid objects using mean shift [C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2000: 142-149.
- [84] COLLINS R T. Mean-shift blob tracking through scale space [C]//Proc of Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2003: 18-20.
- [85] CORSO J J, TU Zhuo-wen, YUILLE A, *et al.* Segmentation of Sub-cortical structures by the graph-shifts algorithm [C]//Proc of Information Processing in Medical Imaging. Berlin: Springer-Verlag, 2007: 183-197.
- [86] CORSO J J, YUILLE A, TU Zhuo-wen. Graph-shifts: natural image labeling by dynamic hierarchical computing [C]//Proc of IEEE Conference Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC: IEEE Computer Society, 2008: 320-327.
- [87] FELZENSZWALB P F, HUTTENLOCHER D P. Efficient graph-based image segmentation [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 59(2): 167-181.

(上接第 2569 页)

- [29] Van DIJK M, GENTRY C, HALEVI S, *et al.* Fully homomorphic encryption over the integers [C]//Proc of the 29th Annual International Conference on Theory and Applications of Cryptographic Techniques. Berlin: Springer, 2010: 24-43.
- [30] 黄汝维, 桂小林, 余思. 云环境中支持隐私保护的云计算加密 [J]. *计算机学报*, 2011, 34(12): 2391-2402.
- [31] 张坤. 面向多租户应用的云数据集隐私保护机制研究 [D]. 济南: 山东大学, 2012.
- [32] 陈钊. 基于云备灾的数据安全存储关键技术研究 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2012.
- [33] BONEH D, CRESCENZO G, OSTROVSKY R. Public key encryption with keyword search [C]//Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer, 2004: 506-522.
- [34] BONEH D, KUSHILEVITZ E, OSTROVSKY R, *et al.* Public key encryption at allows PIR queries [C]//Proc of the 27th Annual International Cryptology Conference. Berlin: Springer, 2007: 50-59.
- [35] MERKLE R. A certified digital signature [C]//Proc of Advance in Cryptology. Berlin: Springer, 1990: 218-238.
- [36] LI Fei-fei, HADJIELEFTBERIOU M, KOLLIONS G, *et al.* Dynamic authenticated index structures for aggregation queries [J]. *ACM Trans on Information and System Security*, 2010, 13(4): 1-30.
- [37] WEN Tao, SHENG Gang, GUO Quan, *et al.* Query results authentication of outsourced append-only database [J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2012, 49(10): 2077-2085.
- [38] XIE Min, WANG Hai-xun, YIN Jian, *et al.* Integrity audit of outsourced data [C]//Proc of the 33rd International Conference on Very Large Data Bases. New York: ACM Press, 2007: 782-793.
- [39] ATENIESE G, BURNS R, CURTMOLA R, *et al.* Provable data possession at untrusted stores [C]//Proc of the 14th ACM Conference on Computer and Communications Security. New York: ACM Press, 2007: 598-609.
- [40] ERWAY C, KUPCU A, PAPAMANTHOU C, *et al.* Dynamic provable data possession [C]//Proc of the 16th ACM Conference on Computer and Communications Security. New York: ACM Press, 2009: 213-222.
- [41] WANG Bo-yang, LI Bao-chun, LI Hui. Knox: privacy-preserving auditing for shared data with large groups in the cloud [C]//Proc of the 10th International Conference on Applied Cryptography and Network Security. Berlin: Springer, 2012: 507-525.
- [42] SION R. Query execution assurance for outsourced database [C]//Proc of the 31st International Conference on Very Large Data Bases. New York: ACM Press, 2005: 601-612.
- [43] DESWARTE Y, QUISQUATER J J. Remote integrity checking [C]//Proc of the 6th Working Conference on Integrity and Internal Control in Information Systems. [S. l.]: Kluwer Academic Publishers, 2004: 1-11.