

随机相幅误差对舷侧阵 MVDR 波束形成器阵增益的影响

徐 钧¹, 焦君圣², 陈 浩²

(1 哈尔滨工程大学, 哈尔滨 150001; 2 杭州应用声学研究所声纳技术国防科技重点实验室, 杭州 310012)

摘要: 舷侧阵正常工作时, 由于海洋环境比较复杂, 以及每路水听器通道的传输特性不完全一致, 使舷侧阵每一个水听器输出信号的相位和幅度叠加了一个随机误差。在作 MVDR 自适应波束形成时, 该随机误差的存在将影响到基阵的阵增益, 降低检测能力。仿真结果表明: 幅度和相位误差的存在会降低 MVDR 波束形成器的阵增益, 两类误差越大, 阵增益就越小; 输入信噪比越高, MVDR 波数形成器的阵增益就越小。文中从统计学角度分析了随机相幅误差对方差矩阵的影响, 然后通过数值仿真得到阵增益的变化规律。

关键词: 相幅误差; MVDR 波束形成; 阵增益; 舷侧阵

中图分类号: R9 文献标识码: A 文章编号: 1000-3630(2006)-03-0187-05

Array gain analysis of MVDR beamformer in the presence of amplitude and phase error

XU Jun¹, JIAO Jun-sheng², CHEN Hao²

(1. Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Hangzhou Institute of Applied Acoustics, Hangzhou 310012, China)

Abstract: Flank arrays working under water inevitably face problems such as complex ocean environment and perturbations. Therefore hydrophone output contains random perturbations both in amplitude and phase, which affect the beam pattern and array gain in MVDR based beamforming. Simulation results show that phase and amplitude errors can reduce the gain of MVDR beamformer array, which become more severe at large errors and high SNR. This paper studies two cases. First, assume only phase error exists. An actual steering vector, which contains phase error, is introduced and the array gain analyzed. Then the same approach is used to analyze the case where only amplitude error exists.

Key words: amplitude error; phase error; MVDR beamformer; array gain; flank array

1 引 言

在实际的声纳工程中, 由于海洋传播环境的复杂性、各水听器传输通道的不一致性, 水听器通道的输出信号中将叠加随机相位和幅度误差。这些误差的大小随时间和空间而变化, 可以利用统计学方法来讨论它们对 MVDR(最小方差处理器)自适应

波束形成的影响。国外已有很多学者对 MVDR 波束形成器性能进行了研究^[1-3], 他们分析的角度不相同, 例如文献[1]从水听器输出信号的协方差矩阵出发, 利用特征值分解方法, 定量地比较误差对 MVDR 波束形成器的影响。本文将把舷侧阵简化为均匀线阵, 并从统计学的角度, 分析幅度和相位误差对方差矩阵的影响, 然后通过数值仿真得到自适应波束形成器阵增益的变化规律。对于 MVDR 波束形成, 由于信号和指向性干扰的本质是一样的, 故在分析相幅误差对 MVDR 波束形成的影响时, 假设只存在海洋环

境噪声和远场目标的辐射信号, 并且环境噪声满足各向同性空间均匀噪声场模型。

2 随机相位误差对 MVDR 波束形成和阵增益的影响

2.1 实际协方差矩阵

在理想条件下, 均匀线阵的基阵响应向量为:

$$\mathbf{a}(\phi) = [1 \quad \exp(-j2\pi f d \cos(\phi)/c) \dots \exp(-j2\pi f d \cos(\phi)/c \cdot (M-1))]^T \quad (1)$$

其中: ϕ 为信号源的方向角, f 为窄带信号的频率, d 为阵元间距, c 为声速, M 为总阵元数。假设仅存在相位误差, 不考虑幅度误差, 各通道输出信号的随机相位误差为 γ_i ($i=1, 2, \dots, M$), 均服从均值为零、方差为 σ_γ^2 的正态分布, 即 γ_i 的正态密度函数为:

$$P(\gamma_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\gamma} \exp\{- (\gamma_i)^2 / (2\sigma_\gamma^2)\} \quad (2)$$

定义相位误差的对角阵为:

$$\mathbf{\Gamma}(\theta, f) = \text{diag}(e^{j\gamma_1} \quad e^{j\gamma_2} \quad \dots \quad e^{j\gamma_M}) \quad (3)$$

令 $\kappa = 2\pi f d \cos(\phi)/c$, 各水听器通道的实际输出信号的协方差矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \sigma_s^2 \cdot E[\mathbf{\Gamma}^H(\theta, f) \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi) \mathbf{\Gamma}(\theta, f)] + \\ & E[\mathbf{\Gamma}^H(\theta, f) \mathbf{R}_w \mathbf{\Gamma}(\theta, f)] \\ & \doteq \sigma_s^2 \cdot \\ & E \left[\begin{array}{cccc} 1 & e^{j(\kappa - \gamma_2 + \gamma_1)} & \dots & e^{j((M-1)\kappa - \gamma_M + \gamma_1)} \\ e^{-j(\kappa - \gamma_2 + \gamma_1)} & 1 & \dots & e^{j((M-2)\kappa - \gamma_M + \gamma_2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j((M-1)\kappa - \gamma_M + \gamma_1)} & e^{-j((M-2)\kappa - \gamma_M + \gamma_2)} & \dots & 1 \end{array} \right] + \\ & \sigma_w^2 \cdot E[\mathbf{\Gamma}^H(\theta, f) \mathbf{R}_w \mathbf{\Gamma}(\theta, f)] \quad (4) \end{aligned}$$

其中, σ_s^2 , σ_w^2 分别为各通道信号和噪声的功率; $\mathbf{R}_w = \mathbf{R}_w / \sigma_w^2$, 噪声相关矩阵 \mathbf{R}_w 中各元素 ρ 的大小由窄带信号的频率 f 和阵元间距 d 决定^[4]。令 γ_m , γ_n ($m, n=1, 2, \dots, M$; $m \neq n$) 分别代表两个不同水听器通道的相位误差, 由于相互是独立的, 故 γ_m 与 γ_n 的联合密度函数为:

$$f(\gamma_m, \gamma_n) = f(\gamma_m) f(\gamma_n) \quad (5)$$

因此有

$$\begin{aligned} E\{e^{j\gamma_m - j\gamma_n}\} &= \int \int e^{j\gamma_m - j\gamma_n} f(\gamma_m) f(\gamma_n) d\gamma_m d\gamma_n \\ &= \int e^{j\gamma_m} f(\gamma_m) d\gamma_m \int e^{-j\gamma_n} f(\gamma_n) d\gamma_n \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{由于 } E\{e^{j\gamma}\} &= \int e^{j\gamma} f(\gamma) d\gamma = \int e^{j\gamma} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\gamma} \cdot \\ & \exp\{- (\gamma)^2 / (2\sigma_\gamma^2)\} d\gamma = \exp\left(-\frac{\sigma_\gamma^2}{2}\right) \quad (7) \end{aligned}$$

$$E\{e^{-j\gamma}\} = \exp\left(-\frac{\sigma_\gamma^2}{2}\right) \quad (8)$$

得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \sigma_s^2 \cdot \left[\begin{array}{cccc} 1 & e^{-\sigma_\gamma^2} e^{j\kappa} & \dots & e^{-\sigma_\gamma^2} e^{j(M-1)\kappa} \\ e^{-\sigma_\gamma^2} e^{-j\kappa} & 1 & \dots & e^{-\sigma_\gamma^2} e^{j(M-2)\kappa} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-\sigma_\gamma^2} e^{-j(M-1)\kappa} & e^{-\sigma_\gamma^2} e^{-j(M-2)\kappa} & \dots & 1 \end{array} \right] + \\ & \sigma_w^2 \cdot E[\mathbf{\Gamma}^H(\theta, f) \mathbf{R}_w \mathbf{\Gamma}(\theta, f)] \\ & = \sigma_s^2 \cdot e^{-\sigma_\gamma^2} \left[\begin{array}{cccc} e^{\sigma_\gamma^2} & e^{j\kappa} & \dots & e^{j(M-1)\kappa} \\ e^{-j\kappa} & e^{\sigma_\gamma^2} & \dots & e^{j(M-2)\kappa} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j(M-1)\kappa} & e^{-j(M-2)\kappa} & \dots & e^{\sigma_\gamma^2} \end{array} \right] + \\ & \sigma_w^2 e^{-\sigma_\gamma^2} \mathbf{R}_w + \sigma_w^2 (1 - e^{-\sigma_\gamma^2}) \mathbf{I} \\ & = \sigma_s^2 e^{-\sigma_\gamma^2} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi) + (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) (1 - e^{-\sigma_\gamma^2}) \mathbf{I} + \sigma_w^2 e^{-\sigma_\gamma^2} \mathbf{R}_w \quad (9) \end{aligned}$$

从式(9)看出, 随机相位误差对协方差矩阵的影响, 表现为增加了一个对角项, 相当于在每个阵元上增加了一个功率为 $(\sigma_s^2 + \sigma_w^2) (1 - e^{-\sigma_\gamma^2})$ 白噪声序列; 同时将远场目标信号的协方差矩阵缩小到 $e^{-\sigma_\gamma^2}$ 倍。这样舷侧阵的实际等效输入信噪比为:

$$\text{SNR} = \frac{\sigma_s^2 e^{-\sigma_\gamma^2}}{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2) (1 - e^{-\sigma_\gamma^2}) + \sigma_w^2 e^{-\sigma_\gamma^2}} = \frac{\sigma_s^2 e^{-\sigma_\gamma^2}}{\sigma_s^2 (1 - e^{-\sigma_\gamma^2}) + \sigma_w^2} \quad (10)$$

显然, 它要比不存在相位误差的输入信噪比小。利用此协方差矩阵得到 MVDR 的最佳权向量 \mathbf{c}_{MVDR} :

$$\mathbf{c}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (11)$$

2.2 相位误差对阵增益的影响

当波束指向水下目标时, 波束输出中目标信号和噪声的功率分别是

$$P_{\text{sa}}(\phi) = \mathbf{c}_{\text{MVDR}}^H(\phi) \tilde{\mathbf{R}}_s \mathbf{c}_{\text{MVDR}}(\phi) \quad (12)$$

$$P_{\text{wa}}(\phi) = \mathbf{c}_{\text{MVDR}}^H(\phi) \tilde{\mathbf{R}}_w \mathbf{c}_{\text{MVDR}}(\phi) \quad (13)$$

其中: $\tilde{\mathbf{R}}_s = \sigma_s^2 e^{-\sigma_\gamma^2} \mathbf{a}(\phi) \mathbf{a}^H(\phi)$ 表示考虑相位误差时, 目标信号的等效协方差矩阵; 考虑相位误差时噪声的等效协方差矩阵为 $\tilde{\mathbf{R}}_w = (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) (1 - e^{-\sigma_\gamma^2}) \mathbf{I} + \sigma_w^2 e^{-\sigma_\gamma^2} \mathbf{R}_w$ 。

定义 $\tilde{R}_{s0} = \tilde{R}_s / \sigma_s^2 = e^{-\sigma_s^2} a(\phi) a^H(\phi)$, $\tilde{R}_{w0} = \tilde{R}_w / \sigma_w^2 = (\sigma_s^2 / \sigma_w^2 + 1)(1 - e^{-\sigma_s^2}) I + e^{-\sigma_s^2} R_{w0}$, 舷侧阵的阵增益为:

$$AG = \frac{SNR_{beamout}}{SNR_{hydrophone}} = \frac{C_{MVDR}^H(\phi) \tilde{R}_{s0} C_{MVDR}(\phi)}{C_{MVDR}^H(\phi) \tilde{R}_{w0} C_{MVDR}(\phi)} \quad (14)$$

将 MVDR 波束形成器的最佳权向量 C_{MVDR} 代入上式, 化简得:

$$AG = \frac{(R^{-1} a(\phi))^H \tilde{R}_{s0} R^{-1} a(\phi)}{(R^{-1} a(\phi))^H \tilde{R}_{w0} R^{-1} a(\phi)} \quad (15)$$

2.3 计算机仿真

设均匀线阵共有 32 个阵元, 阵元间距为 0.075m, 设水下目标的方位角为 90° ; 则在不同的相位误差方差 D、信号频率 f 下的阵增益见图 1 和图 2。从图 1 看出, 在同一个相位误差方差下(注: $D=0.1rad^2$, 其对应的均方差约为 18.1° ; $D=0.2rad^2$, 其对应的均方差约为 25.6°), 随着信号频率的增大,

阵增益逐渐增大; 在同一个频率下, 阵增益随着相位方差的增大而逐渐减小。在图 2 中, 随着信噪比的减少, 同一个频率下阵增益将增大, 逐步靠近不存在误差时的理论阵增益, 这说明信噪比越低, 阵增益对相位误差越不敏感。图 3 给出了频率为 8kHz 的信号在不同信噪比下的阵增益, 进一步说明了信噪比越大, 阵增益对相位误差越敏感, 反之, 则越不敏感。

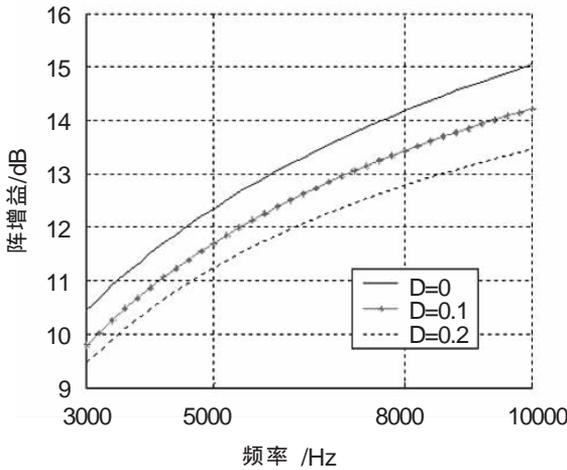


图 1 不同频率下的阵增益(SNR=0dB)

Fig.1 Array gain versus frequency (SNR=0dB)

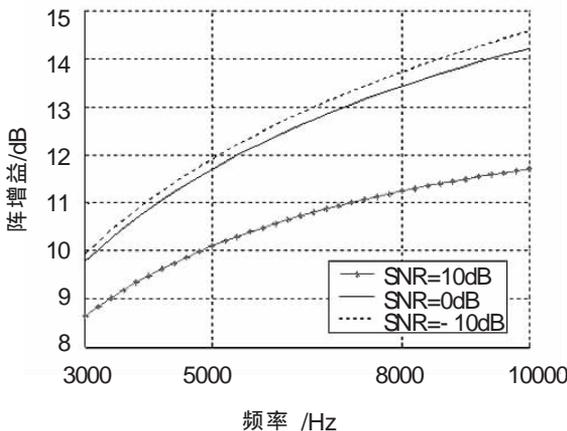


图 2 不同频率下的阵增益(D=0.1rad^2)

Fig.2 Array gain versus frequency (D=0.1rad^2)

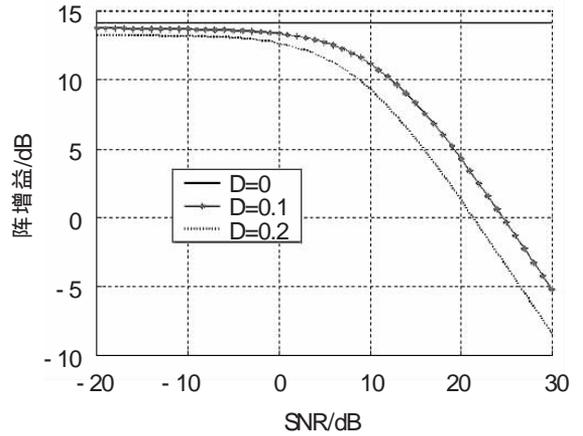


图 3 不同信噪比下的阵增益(f=8kHz)

Fig.3 Array gain versus input SNR (f=8kHz)

3 随机幅度误差对 MVDR 波束形成和阵增益的影响

3.1 实际协方差矩阵

假设水听器通道仅存在幅度误差, 设各通道的相对幅度误差为 $h_i = \Delta A_i / A (i=1, 2, \dots, M)$, 服从均值为零、方差为 σ_h^2 的正态分布, 即 h_i 的正态密度函数为:

$$p(h_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_h} \exp\{- (h_i)^2 / (2\sigma_h^2)\} \quad (16)$$

其中, $\kappa = 2\pi f d \cos(\phi) / c$

定义幅度误差的对角阵为:

$$\Gamma(\theta, f) = \text{diag}(h_1 \ h_2 \ \dots \ h_M) \quad (17)$$

各水听器通道输出信号的实际协方差矩阵为:

$$R = \sigma_s^2 \cdot E[\Gamma^H(\theta, f) a(\phi) a^H(\phi) \Gamma(\theta, f)] + E[\Gamma^H(\theta, f) R_w \Gamma(\theta, f)] = \sigma_s^2 \cdot E \left[\begin{matrix} (1+h_1)^2 & \dots & (1+h_1)(1+h_M) e^{j(M-1)\kappa} \\ (1+h_2)(1+h_1) e^{j\kappa} & \dots & (1+h_2)(1+h_M) e^{j(M-2)\kappa} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (1+h_M)(1+h_1) e^{j(M-1)\kappa} & \dots & (1+h_M)^2 \end{matrix} \right] + \sigma_w^2 \cdot E[\Gamma^H(\theta, f) R_w \Gamma(\theta, f)] \quad (18)$$

协方差矩阵中的对角元素为:

$$E\{(1+h_i)^2\} = E(1+2h_i+h_i^2) = 1+E(h_i^2) = 1+D(h_i) + E^2(h_i) = 1+\sigma_h^2 \quad (i = M, i \in N^+) \quad (19)$$

由于 $h_m, h_n (m, n=1, 2, \dots, M; m \neq n)$ 是相互独立的随机变量, 有

$$E(h_m h_n) = E(h_m) E(h_n) = 0$$

因此, $E\{(1+h_m)(1+h_n)\} =$

$$E(1+h_m+h_n+h_m h_n) = 1+E(h_m h_n) = 1 \quad (20)$$

将式(3)化简为:

$$R = \sigma_s^2 \begin{bmatrix} 1+\sigma_h^2 & e^{jk} & \dots & e^{j(M-1)k} \\ e^{jk} & 1+\sigma_h^2 & \dots & e^{j(M-2)k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(M-1)k} & e^{j(M-2)k} & \dots & 1+\sigma_h^2 \end{bmatrix} +$$

$$\sigma_w^2 \cdot E[\Gamma^H(\theta, f) R_{w0} \Gamma(\theta, f)] = \sigma_s^2 \cdot a(\phi) a^H(\phi) + (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \sigma_h^2 I + \sigma_w^2 R_{w0} \quad (21)$$

从式(6)看出, 随机幅度误差使理想协方差矩阵(不考虑各种误差)增加了一个对角项, 相当于在每个阵元上增加了一个功率为 $\sigma_s^2(1 - e^{-\sigma_h^2})$ 白噪声, 基阵的等效输入信噪比为:

$$SNR = \frac{\sigma_s^2}{(\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \sigma_h^2 + \sigma_w^2} \quad (22)$$

这样阵元的实际输入信噪比有所减少。利用该协方差矩阵可解出最佳权向量 C_{MVDRO} 。

3.2 幅度误差对阵增益的影响

设等效噪声和信号的协方差矩阵分别为 $\tilde{R}_w = (\sigma_s^2 + \sigma_w^2) \sigma_h^2 I + \sigma_w^2 R_{w0}$, $\tilde{R}_s = \sigma_s^2 a(\phi) a^H(\phi)$, 由于波束输出中的有用信号和噪声的功率分别为:

$$P_{sa}(\phi) = C_{MVDRO}^H(\phi) \tilde{R}_s C_{MVDRO}(\phi) \quad (23)$$

$$P_{wa}(\phi) = C_{MVDRO}^H(\phi) \tilde{R}_w C_{MVDRO}(\phi) \quad (24)$$

此时的阵增益为:

$$AG = \frac{SNR_{beamout}}{SNR_{hydrophone}} = \frac{(R^{-1} a(\phi))^H \tilde{R}_s R^{-1} a(\phi)}{(R^{-1} a(\phi))^H \tilde{R}_w R^{-1} a(\phi)} \quad (25)$$

其中, $\tilde{R}_{s0} = \tilde{R}_s / \sigma_s^2 = a(\phi) a^H(\phi)$; $\tilde{R}_{w0} = \tilde{R}_w / \sigma_s^2 = (\sigma_s^2 / \sigma_w^2 + 1) \sigma_h^2 I + R_{w0}$

3.3 计算机仿真

设舷侧阵参数同上, 信号源在基阵的正横方向。图4绘出了三个不同的幅度误差方差下, 基阵在不同频率 f 的阵增益, 从图上看, 在同一个频率下, 幅度误差越大, 阵增益就越小。图5假设幅度误差

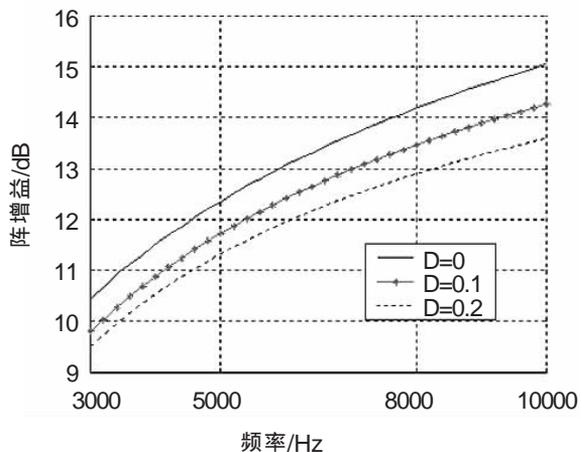


图4 不同频率下的阵增益(SNR=0dB)

Fig.4 Array gain versus frequency (SNR=0dB)

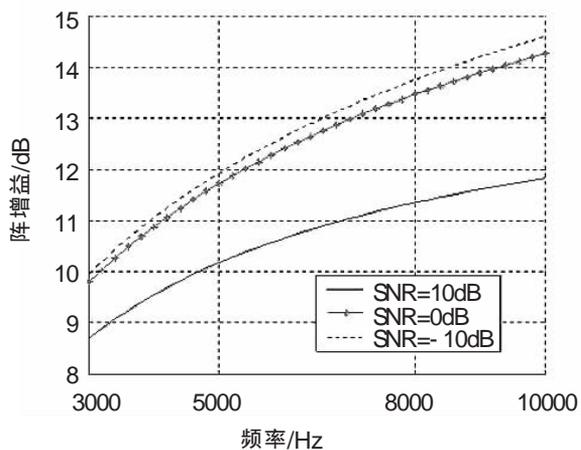


图5 不同频率下的阵增益(D=0.1)

Fig.5 Array gain versus frequency (D=0.1)

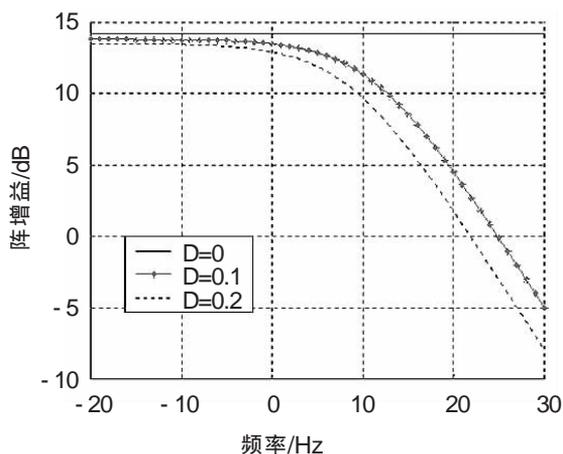


图6 不同信噪比下的阵增益(f=8kHz)

Fig.6 Array gain versus input SNR (f=8kHz)

方差, 在三个信噪比下, 给出了不同频率上的阵增益, 可以看出, 信噪比越小, 阵增益就越大, 越接近不存在误差时的理论值, 并且在低信噪比下, 信噪比变化对阵增益的影响非常小, 这说明信噪比越低, 阵增

益对幅度误差也越不敏感。图 6 以频率为 8kHz 的信号为研究对象, 给出了不同信噪比下的阵增益, 从图中看出, 信噪比越大, 幅度误差对阵增益的影响就越大。

4 结 论

通过上面的分析、仿真、比较, 阵增益对幅度和相位误差比较敏感, 幅度和相位误差的存在会降低 MVDR 波束形成器的阵增益, 两类误差越大, 阵增益就越小; 输入信噪比越高, MVDR 波数形成器的阵增益就越小。在实际声纳工程中, 为了降低随机幅相误差对自适应波束形成的影响, 通常将协方差矩阵作积分, 对于均匀线阵, 比较实用的误差校正法是基于协方差矩阵的 Toeplitz 结构, 对其作对角线平均, 该措施可以有效的降低相位和幅度误差对波

束形成和阵增益的影响。

参 考 文 献

- [1] SU Weimin, GU Hong, NI Jinlin, LIU Guosui. Performance analysis of MVDR Algorithm in the Presence of Amplitude and Phase Errors[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2001, 49(12): 1875-1883.
- [2] CHENG Chou Lee, JU Hong Lee. Robust adaptive array beamforming under steering vector errors[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45(1): 168-175.
- [3] JU Hong Lee, CHING Lun Cho. GSC-based adaptive beamforming with multiple-beam constraints under random array position errors[J]. Signal Processing, 2004, 84: 341-350.