

子午线轮胎内压应力计算方法修正

隆有明, 赵剑铭

[上海轮胎橡胶(集团)股份有限公司 轮胎研究所, 上海 200245]

摘要:根据子午线轮胎的特殊结构提出椭圆弧假设,并通过解析法对周向内压应力进行研究,得到子午线轮胎的主要受力部件钢丝束束层的内压应力计算公式,并采用有限元法进行验证。经过本次修正后,子午线轮胎内压应力计算公式可以适应全系列子午线轮胎。

关键词:子午线轮胎;内压应力;椭圆周长近似公式

中图分类号:TQ336.1+1;U463.341+.6 **文献标识码:**B **文章编号:**1006-8171(2006)06-0339-06

轮胎是由橡胶材料和橡胶基复合材料构成的复杂结构体。充气轮胎所承受的负荷包括内压负荷、外力机械负荷和热负荷。本研究从力学角度出发,不考虑热负荷。轮胎的内压负荷是指施加于轮胎内表面均匀沿外法线方向的压强。内压负荷在轮胎正常行驶时占轮胎所承受负荷的绝大部分,动负荷则叠加于内压负荷之上^[1]。

带束层是子午线轮胎的主要受力部件,准确地估计和计算带束周向内压应力成为子午线轮胎结构设计中的重要问题之一。然而,由于轮胎复杂的几何形状、不均匀的组件构成以及大变形等特点,要准确描述内压应力是相当困难的。尽管在斜交轮胎中应用薄膜理论和网格分析取得了一定成功,但对子午线轮胎而言,这些方法在带束区域是不正确的,因为不同帘布层里的帘线之间的负荷分布难以确定,这种结构是超静定的,大多数经典板壳理论不能直接用于轮胎分析。有限元分析虽然是一种比较有效的工具,但作为一种数值计算方法只能作为分析的辅助工具。在计算子午线轮胎内压应力时,最好能有一套比较适用的解析或半解析的分析方法来描述轮胎的力学本质。

1 物理分析

虽然 Böhm F 和 Frank F 的研究分别得到了

充气子午线轮胎断面几何形状的解析表达式^[2],但这两种解析表达式得到的内轮廓曲线与实际测量的内轮廓曲线有一定的偏差,而且该表达式使用了第一或第二类椭圆积分,不能用初等函数直接求解,给后续分析带来不便,并且 Böhm F 的解析表达式中包含了内压分担率函数 $g(s)$, Frank F 的解析表达式则假设胎面为圆弧形。从上述观点出发进行研究不仅繁琐,而且可能无法满足精度要求,因此我们提出了椭圆弧假设^[3],即轮辋点以上的子午线轮胎充气断面内轮廓曲线是一段椭圆弧。

另外,结合轮胎结构的具体情况,补充两点假设:充气断面内轮廓周长在轮胎变形过程中保持不变;充气断面内轮廓曲线形状在变形前后均可用椭圆弧进行描述。轮胎断面如图 1 所示。

2 受力分析

2.1 总体

轮胎充气平衡时,内压(p)垂直作用于胎腔内壁,轮辋点(C')受几何约束固定不动;胎冠区有效支撑宽度内的胎体受带束层箍紧力的约束。视接触压力为主动力,则子午线轮胎充气平衡时所受主动力作用如图 2 所示。

假设胎冠中心处产生一个虚位移(dm)(如图 3 所示),胎腔容积发生变化(dV),变化过程中内压恒定垂直于胎腔内表面,因此胎腔储能增大。由于容积变化较小,可以认为内压 p 基本不变, $p dV$ 即是内压所做的虚功。

作者简介:隆有明(1943-),男,四川威远人,上海轮胎橡胶(集团)股份有限公司教授级高级工程师,主要从事子午线轮胎技术工艺研究及管理工作。

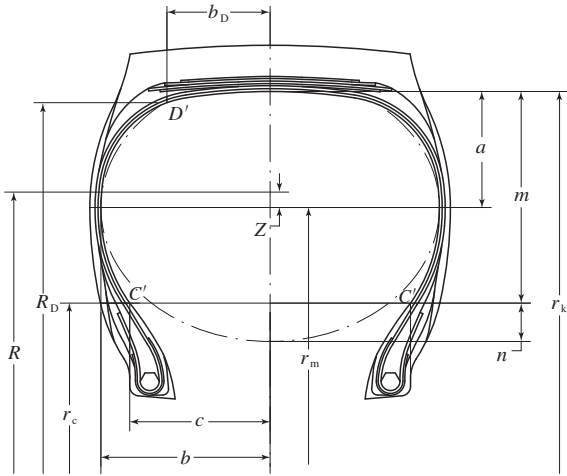


图1 轮胎断面示意

r_k —胎里半径; r_c —轮辋点半径; a —椭圆内轮廓曲线短轴的一半; b —椭圆内轮廓曲线长轴的一半; c —轮辋半宽;
 r_m —零点半径; R —轮辋点以上椭圆弓形面积重心点半径; R_D —支撑带束层的胎体宽度边缘点半径;
 b_D —支撑带束层的胎体轴向半宽; $m=r_k-r_c$;
 n —椭圆底部到轮辋点的距离。

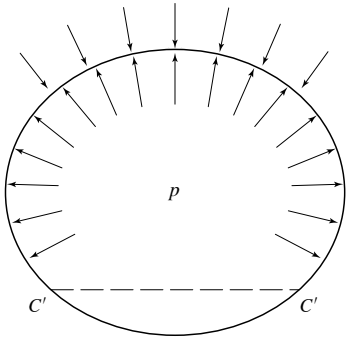


图2 轮胎带束力与内压作用示意

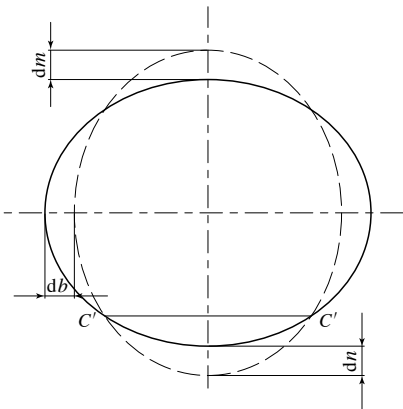


图3 轮胎虚位移与变形示意

在带束层对应的区域(轴向坐标为 x)上,接

触压力 $f(x)$ 的方向与作用点的位移 $d\lambda(x)$ 方向可以认为近似相反,所做的虚功为

$$2 \int_0^{b_D} f(x) d\lambda(x) 2\pi r(x) dx$$

根据虚功原理有

$$p dV = 2 \int_0^{b_D} f(x) d\lambda(x) 2\pi r(x) dx$$

进一步引入简化假设,即

$$d\lambda(x) = dm$$

$$r(x) = r_k$$

胎冠断面周长单位长度所对应带束末端的总接触压力(F)为

$$F = 2 \int_0^{b_D} f(x) dx$$

则有

$$p dV - 2\pi r_k F dm = 0$$

带束周向总应力(T_b)为

$$T_b = r_k F = \frac{p dV}{2\pi dm}$$

根据 Frank F 的结论,内压分担率 $g(s)$ 的分布曲线比抛物线更接近梯形,因此这里近似假设 $g(s)$ 是常数,则接触压力(P_b)为

$$P_b = \frac{F}{2b_D}$$

内压分担率为

$$g = \frac{P_b}{p} = \frac{T_b}{2b_D r_k p}$$

2.2 胎体帘线

将轮胎沿胎冠中心周向切开,且沿断面零点半径(r_m)周向剖开,用外力平衡条件取代内力平衡条件,剖面和断面分别如图4和5所示。

内压(p)在带束部位变成 $p - P_b$, 即(1 -

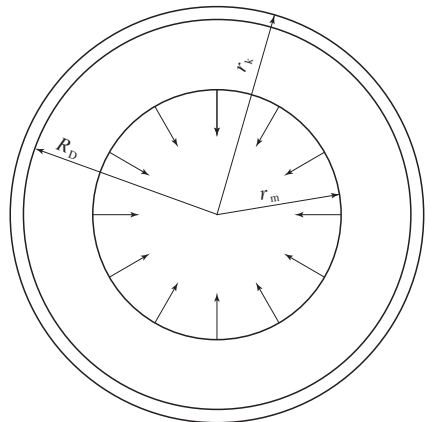


图4 胎体帘线受力分析剖面示意

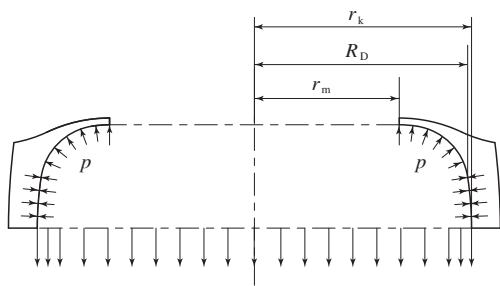


图 5 胎体帘线受力分析断面示意

$g)p$ 。设单根帘线张力为 T_C ，帘线总根数为 N ，则轴向力平衡条件为

$$NT_C = \pi p [R_D^2 - r_m^2 + (1-g)(r_k^2 - R_D^2)]$$

此式与 Böhm F 导出的帘线张力计算公式相同，物理意义相当明确。

2.3 钢丝圈

在本研究中，由于橡胶材料的受力忽略不计，因此可以作下述假设：子午线轮胎胎体帘线的张力连续而且各处相等；轮辋仅提供轴向约束，径向约束则完全由钢丝圈提供，其含义是胎体帘线经过轮辋凸缘后于径向将其张力完全传递给钢丝圈。因此，钢丝圈所受径向力之周向密度(λ_B)为

$$\lambda_B = \frac{NT_C}{2\pi r_B}$$

式中， r_B 为钢丝圈半径。

相应地，根据图 6 所示的力平衡关系，钢丝圈周向内压总应力(T_B)为

$$T_B = r_B \lambda_B = \frac{p}{2} [R_D^2 - r_m^2 + (1-g)(r_k^2 - R_D^2)]$$

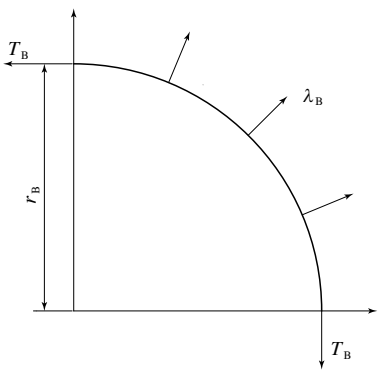


图 6 钢丝圈周向应力示意

3 公式推导

如图 7 所示，以椭圆弧为充气子午线轮胎内

腔断面平衡轮廓，以中心为原点，水平轴为 x 轴，建立直角坐标系，椭圆的长轴和短轴分别是 $2b$ 和 $2a$ ， C' 是轮辋点。

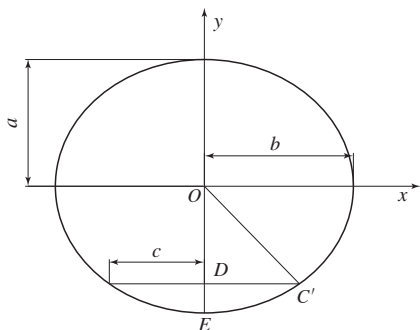


图 7 充气子午线轮胎内腔断面平衡轮廓椭圆方程为

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

将 C' 点的坐标代入椭圆方程，得

$$\overline{OD}^2 = \frac{a^2 b^2 - a^2 c^2}{b^2}$$

$$\overline{DE} = n$$

则根据几何关系有

$$\overline{OD} = a - n$$

$$m + n = 2a$$

代入整理得

$$a^2 c^2 + b^2 n^2 - 2ab^2 n = 0 \quad (1)$$

当发生虚位移 dm 时， a, b 和 n 都随之变化， c 保持不变。将式(1)两端微分，整理得

$$dn = \frac{(ac^2 - nb^2)da - mnbd b}{(a-n)b^2} \quad (2)$$

下面求帘线长度 L 的值。帘线长度是轮胎力学研究的一个重要参数，由于本研究使用了椭圆假设，导致求长度时遇到椭圆积分计算。为此，使用在轮胎适用范围内具有准二次精度的近似式来求解。设椭圆周长之半为 L_0 ，轮辋点以下椭圆弓形的弧长(即图 7 中的弧 EC')为 L_1 ，使用近似值 L_0^* 替代 L_0 。

$$L_0^* = \pi \left(\frac{a^{3/2} + b^{3/2}}{2} \right)^{2/3} \quad (3)$$

该近似式的精度见表 1。

从数据比较来看，该替代具有较高的精度。

对于 L_1 ，采用下述近似式：

$$L_1^* = \frac{c^2 + n^2}{2n} \arcsin \frac{2cn}{c^2 + n^2} \quad (4)$$

该式精度如表 2 所示。

根据轮胎设计的实际情况, c/a 的值在 0.65~0.85 之间, 为便于比较, 断面高宽比取值与表 1 相同, 为 0.5~1.0。

$$L = L_0 - L_1 \approx L_0^* - L_1^*$$

该公式基于帘线长度不变的假设, 即 L 是常数。

在近似函数的选取上同时也考虑了一阶导数

表 1 椭圆周长近似式精度

b	a	计算值	实测值	误差/%
1	1.00	3.141 6	3.141 6	0.000 2
1	0.95	3.063 6	3.063 6	0.000 2
1	0.90	2.986 6	2.986 6	0.000 7
1	0.85	2.910 8	2.910 8	0
1	0.80	2.836 2	2.836 2	0.000 4
1	0.75	2.762 0	2.763 0	0.001 1
1	0.70	2.691 2	2.691 2	0.002 1
1	0.65	2.621 0	2.621 1	0.003 0
1	0.60	2.552 6	2.552 7	0.006 0
1	0.55	2.468 1	2.468 3	0.010 2
1	0.50	2.421 7	2.422 1	0.018 1

表 2 椭圆弓形弧长近似式精度

c	n	b	a	计算值	实测值	误差/%
0.85	0.425 9	1	0.9	0.984 3	0.988 4	-0.41
0.80	0.360 0	1	0.9	0.903 0	0.905 6	-0.28
0.75	0.304 7	1	0.9	0.829 4	0.831 1	-0.21
0.70	0.257 3	1	0.9	0.761 1	0.762 1	-0.14
0.65	0.216 1	1	0.9	0.696 6	0.697 3	-0.09
0.85	0.378 6	1	0.8	0.957 3	0.962 5	-0.54
0.80	0.320 0	1	0.8	0.882 2	0.885 4	-0.36
0.75	0.270 8	1	0.8	0.813 2	0.815 3	-0.26
0.70	0.228 7	1	0.8	0.748 6	0.749 9	-0.18
0.65	0.192 1	1	0.8	0.687 1	0.687 9	-0.12
0.85	0.331 3	1	0.7	0.933 0	0.938 5	-0.58
0.80	0.280 0	1	0.7	0.863 4	0.866 9	-0.40
0.75	0.237 0	1	0.7	0.798 7	0.800 9	-0.27
0.70	0.200 1	1	0.7	0.737 4	0.738 8	-0.19
0.65	0.168 0	1	0.7	0.678 5	0.679 4	-0.14
0.85	0.283 9	1	0.6	0.911 5	0.916 8	-0.57
0.80	0.240 0	1	0.6	0.847 0	0.850 2	-0.38
0.75	0.203 1	1	0.6	0.786 0	0.788 0	-0.25
0.70	0.171 5	1	0.6	0.727 6	0.728 9	-0.18
0.65	0.144 0	1	0.6	0.671 0	0.671 8	-0.12
0.85	0.236 6	1	0.5	0.893 1	0.897 5	-0.49
0.80	0.200 0	1	0.5	0.832 8	0.835 5	-0.32
0.75	0.169 3	1	0.5	0.775 2	0.776 8	-0.21
0.70	0.142 9	1	0.5	0.719 2	0.720 3	-0.15
0.65	0.120 0	1	0.5	0.664 6	0.665 3	-0.10

在定义域上的充分逼近, 因此对上式微分得

$$dL = dL_0^* - dL_1^* = 0 \tag{5}$$

将式(3)微分并整理得

$$dL_0^* = \frac{\pi}{2}\sqrt{a}\left(\frac{a^{3/2}+b^{3/2}}{2}\right)^{-1/3}da + \frac{\pi}{2}\sqrt{b}\left(\frac{a^{3/2}+b^{3/2}}{2}\right)^{-1/3}db \tag{6}$$

将式(4)微分并整理得

$$dL_1^* = \left(\frac{c}{n} - \frac{c^2 - n^2}{2n^2}\arcsin\frac{2cn}{c^2 + n^2}\right)dn \tag{7}$$

将式(2), (6)和(7)代入式(5)并整理得

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\pi\sqrt{a}}{2}\left(\frac{a^{3/2}+b^{3/2}}{2}\right)^{-1/3} - A\frac{ac^2-nb^2}{(a-n)b^2}\right]da + \\ & \left[\frac{\pi\sqrt{b}}{2}\left(\frac{a^{3/2}+b^{3/2}}{2}\right)^{-1/3} + A\frac{mn}{(a-n)b}\right]db = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

式中

$$A = \frac{c}{n} - \frac{c^2 - n^2}{2n^2}\arcsin\frac{2cn}{c^2 + n^2}$$

根据式(8), 令

$$B = -\frac{\frac{\pi\sqrt{a}}{2}\left(\frac{a^{3/2}+b^{3/2}}{2}\right)^{-1/3} - A\frac{ac^2-nb^2}{(a-n)b^2}}{\frac{\pi\sqrt{b}}{2}\left(\frac{a^{3/2}+b^{3/2}}{2}\right)^{-1/3} + A\frac{mn}{(a-n)b}} \tag{9}$$

则有

$$db = Bda$$

因为

根据式(2)和(9)对其微分得

$$\left[2 + \frac{mbB - (ac^2 - nb^2)}{(a-n)b^2}\right]da = dm$$

令

$$G = \frac{1}{2 + \frac{mbB - (ac^2 - nb^2)}{(a-n)b^2}}$$

则有

$$\begin{aligned} da &= Gdm \\ db &= BGdm \\ dn &= (2G - 1)dm \end{aligned} \tag{10}$$

由此得到了 a, b 和 n 三个未知量用 m 表示的关系式。

根据第 2 节的推导, 带束周向应力为

$$T_b = \frac{p dV}{2\pi dm} \tag{11}$$

由此可见, 只要求出 dV/dm , 则 T_b 可确定。下面来计算 dV/dm 。

如图8所示, S 是轮辋点直线和内轮廓所围的弓形面积, V_A 是图8中阴影部分的容积, 根据轮辋点的定义, V_A 是不变量, 因此有

$$V = 2\pi RS + V_A \quad (12)$$

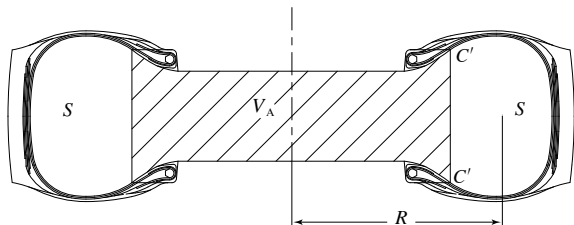


图8 轮胎内腔容积示意

对于 S , 则有

$$S = 2 \int_{a-m}^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - y^2} dy$$

经过简单的积分计算得

$$S = b \left[\frac{\pi}{2} a - \left(1 - \frac{m}{a}\right) \sqrt{mn} - \arcsin\left(1 - \frac{m}{a}\right) a \right] \quad (13)$$

对式(13)微分并将式(10)代入整理得

$$dS = H dm \quad (14)$$

式中

$$H = \frac{SBG}{b} + b \left\{ \frac{\pi}{2} G + \frac{a-mG}{a^2} \sqrt{mn} - \frac{1-\frac{m}{a}}{2\sqrt{mn}} [(2G-1)m+n] - \arcsin\left(1 - \frac{m}{a}\right) G + \frac{a-mG}{\sqrt{mn}} \right\}$$

轮辋点以上椭圆弓形弧重心点半径(R)为

$$R = r_k - a + \frac{2}{S} \int_{a-m}^a \frac{by}{a} \sqrt{a^2 - y^2} dy$$

经推导得

$$R = r_k - a + \frac{2b}{3aS} (mn)^{3/2} \quad (15)$$

对式(15)微分并将式(10)和(14)代入整理得

$$dR = Q dm \quad (16)$$

式中

$$Q = 1 - G + \frac{2}{3} \left[\frac{BG}{aS} - \frac{b}{a^2 S^2} (aH + SG) \right] (mn)^{3/2} +$$

$$\frac{b\sqrt{mn}}{aS} [(2G-1)m+n]$$

将式(12)对 m 求导, 并将式(14)和(16)代入整理得

$$\frac{dV}{dm} = 2\pi \left(R \frac{dS}{dm} + S \frac{dR}{dm} \right) = 2\pi (RH + SQ) \quad (17)$$

将式(17)代入式(11)得到最终计算公式:

$$T_b = p(RH + SQ) \quad (18)$$

计算内压应力的步骤整理如下。

(1) 确定 r_k, r_c, b 和 c 的值。

(2) 依次计算 $m, a, n, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_a, H_b, B, G, N, S, R, H, Q$ 和 T_b 的值。其中:

$$m = r_k - r_c$$

$$a = \frac{bm}{c^2} (b - \sqrt{b^2 - c^2})$$

$$n = 2a - m$$

$$H_1 = \arcsin \frac{2cn}{c^2 + n^2}$$

$$H_2 = \frac{ac^2 - nb^2}{(a-n)b^2}$$

$$H_3 = -\frac{mn}{(a-n)b}$$

$$H_4 = \frac{\pi\sqrt{a}}{2} \left(\frac{a^{3/2} + b^{3/2}}{2} \right)^{-1/3}$$

$$H_5 = \frac{\pi\sqrt{b}}{2} \left(\frac{a^{3/2} + b^{3/2}}{2} \right)^{-1/3}$$

$$H_a = H_4 - H_2 \left(\frac{c}{n} - \frac{c^2 - n^2}{2n^2} H_1 \right)$$

$$H_b = H_5 - H_3 \left(\frac{c}{n} - \frac{c^2 - n^2}{2n^2} H_1 \right)$$

$$B = -H_a/H_b$$

$$G = 1/(2 - H_3 B - H_2)$$

$$N = \arcsin(1 - m/a)$$

$$S = b \left[\frac{\pi}{2} a - \left(1 - \frac{m}{a}\right) \sqrt{mn} - aN \right]$$

$$H = \frac{SBG}{b} + b \left\{ \frac{\pi}{2} G + \frac{a-mG}{a^2} \sqrt{mn} - \right.$$

$$\left. \frac{a-m}{2a\sqrt{mn}} [(2G-1)m+n] - \right.$$

$$\left. NG + \frac{a-mG}{\sqrt{mn}} \right\}$$

4 结语

本研究根据虚位移原理, 通过两组力学平衡关系并从帘线长度不变这个假设出发, 得到了各

种变量的微分关系。对拟合函数使用微分本身是不严谨的,但由于拟合函数的合理选取,使微分关系仍然近似成立,这样就绕过了椭圆函数这个难题。根据国外的试验结果,在有效支撑宽度内对内压分担率的常数假设应当是近似成立的;对于骨架材料占绝对优势的轮胎,忽略了橡胶部件的应力是一种可行的简化。

虽然本研 究所得到的计算公式十分繁琐,但使用微机进行计算是非常容易的。当然,带束内压应力(T_b)的方向是正周向的,实际使用过程中

须根据各厂带束层的实际角度进行换算。

参考文献:

- [1] Ridha R A. Computation of stresses, strains and deformations of tires[J]. Rubber Chemistry and Technology, 1980, 53(4): 849-942.
- [2] 赤坂隆. ラジアルタイヤの构造力学[J]. 日本ゴム協会誌, 1978, 51(3): 152-168.
- [3] 隆有明. 子午胎内应力计算方法探讨[J]. 橡胶工业, 1986, 33(4): 1-6.

第3届全国橡胶工业用织物和骨架材料技术研讨会论文
(三等奖)

Revision of calculation method for internal stress in radial tire

LONG You-ming, ZHAO Jian-ming

[Shanghai Tire and Rubber (Group) Co., Ltd., Shanghai 200245, China]

Abstract: Based on the special structure of radial tire, an assumption of elliptic arc was proposed, and the circumferential internal stress was investigated by analytic method to obtain an equation for calculating the internal stress of steel belt—the main tension part in radial tire. The equation was verified by FEM. The revised equation for calculating the internal stress of radial tire was applicable to all series of radial tire.

Keywords: radial tire; internal stress; elliptic circumference; approximate equation

印度轮胎进口商被诉倾销

中图分类号: TQ336.1 文献标识码: D

英国《轮胎与配件》2006年2期76页报道:

印度轮胎业界敦促政府启动了针对从中国和泰国进口轮胎的反倾销程序。印度轮胎公司声称,每月从中国和泰国进口的3.5万条载重轮胎的价格大大低于国际市场和印度国内市场的价格。

根据印度汽车轮胎制造商协会(ATMA)公布的统计数据,从中国和泰国进口的商用车轮胎每条价格不到50美元,而国际市场每条商用车轮胎的批发价格在115美元左右,因而从以上两国的进口轮胎给印度国内轮胎业造成了伤害。在国内市场上,每条典型印度造载重轮胎的价格约为200美元,而从中国进口的载重轮胎每条售价仅为135美元。

印度工商部于2005年12月30日发布了一

项公告,宣布对从中、泰两国进口轮胎启动反倾销调查。按照程序,中国和泰国出口商和生产厂将有3个月的应诉期。

印度轮胎公司说,进口轮胎以不切合实际的低价压低了国内市场的轮胎价格,使他们很难把生产成本的上涨转嫁到最终用户头上。自从油价上涨以来,国际上几乎所有大轮胎公司都采用多次提价的方法获得了创记录的利润。而印度轮胎公司发现要保持原有的毛利率都很困难。

过去两年中,包括MRF、阿波罗、JK和Ceat等所有印度大轮胎公司的毛利率都在下滑,尽管其销售量呈两位数增长。印度轮胎公司希望对反倾销税的担心将迫使进口商即使不能停止进口,也要减小进口量。反倾销调查的影响已开始凸显,新进口轮胎的合同价格已升至每条74美元。

(涂学忠摘译)