宽容自适应波束形成在矢量阵上的应用

涂 英, 魏玉华, 徐俊华, 张秋生, 蔡惠智
(中国科学院声学研究所, 北京 100080)

摘要: 矢量水听器由声压和振速水听器复合而成,可以共点同步测量声场中的声压与振速。相对于声压阵,使用矢量阵能在大部分观测区域实现无模糊定向,突破半波阵限制,扩展阵列孔径。当导向矢量精确已知和观测数据充分时,MVDR(Minimum Variance Distortionless Response)的分辨率和抑制干扰能力都优于常规波束形成(CBF)。在实际应用中,导向矢量存在误差或者时变,MVDR 的性能严重恶化。RCB(Robust Capon Beamforming)是最近出现的一种宽容自适应波束形成算法,该算法直接对导向矢量进行估计作波束形成,从而有效避免了因导向矢量失配性能下降。推导了秩亏情况下的 RCB,将其应用到矢量阵,海试结果表明了该方法的有效性。

关键词: 声压阵;导向矢量;秩亏
中图分类号: TN911.7 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000-3630(2007)-04-0696-05

Application of robust capon beamforming to vector sensor array

TU Ying, WEI Yu-hua, XU Jun-hua, ZHANG Qiu-sheng, CAI Hui-zhi
(Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: An acoustic vector sensor can measure acoustic pressure and the three orthogonal components of the acoustic particle velocity at a single point in space. Unlike pressure-sensor array, the left/right ambiguity problem does not arise when using vector-sensor array. Furthermore, The inter-sensor spacing of a vector-sensor array can be increased beyond a half wavelength to extend the spatial aperture to a certain extent. It is well known that the MVDR beamformer has better resolution and much better interference rejection capability than the classic beamformer, provided that the array steering vector corresponding to the signal of interest (SOI) is accurately known. However, in most applications, knowledge of the SOI steering vector is inaccurate. In some case such as towed arrays, the steering vector is time-varying due to the change in the sensor's positions. Whenever this happen, the performance of MVDR degrades severely. The robust capon beamforming (RCB) is a recently proposed robust adaptive beamforming algorithm. It estimates the steering vector directly based on a steering vector uncertainty region, thus avoiding the suppression of SOI caused by steering vector mismatches. In this paper, we extend RCB to the case of rank-deficient and combine it with the vector-sensor array. Experimental result at sea shows the excellent performance of this method.

Key words: pressure-sensor array; steering vector; rank-deficient

1 引 言

矢量水听器作为一种新型的传感器, 可以测量声场的声压与该处的质点振速。应用矢量水听器阵,即使是最简单的线列阵也可以在大部分观测区域实现无模糊定向,解决拖曳阵的左右舷模糊问题。矢量阵还可以突破半波阵的限制,实现空间欠采样,在一定程度上扩展阵列孔径,提高了方位分辨率与精度。近年来, 有关矢量水听器应用的研究十分活跃。Hawkes 和 Nehorai 给出了基于矢量水听器直线阵

收稿日期: 2006-4-26 ; **修回日期**: 2006-6-21
作者简介: 涂英(1978-),男,重庆开县人,汉族,博士研究生,研究方向为阵列信号处理。
通信作者: 涂英, E-mai: xiaotu403@163.com

的常规波束形成和 capon 波束形成[1]。K.T.Wong 讨论了基于矢量阵的 root-music 算法[2]。张揽月讨论了利用空间欠采样实现阵列孔径的扩展[3]。本文关注的是声纳的波束形成，它也是其它后续处理如 LOFAR, DEMON 等的基础。常规波束形成采用固定的权系数，计算量小，但是它不能突破瑞利限，分辨率较低，并且其抑制干扰的能力较差。自适应波束形成自动调整权系数，使得阵列响应在干扰方向形成陷零，因此能有效抑制干扰的影响，保证输出信噪比。在导向矢量精确已知和观测数据充分的情况下，自适应波束形成具有分辨率高，阵增益最大的优点。但是通常在实际的应用中，导向矢量是不可能精确已知的。这是由于阵元的幅相以及阵元的位置都有误差。并且对于拖曳阵，阵元位置本来就是时变的。实际中为了跟踪快速运动的目标，也不允许有过长的观测时间，特别是对于长阵，观测数据几乎都是不充分。在上述情况下，MVDR 的性能会严重恶化。针对 MVDR 过于依赖导向矢量，稳健性差的问题，人们提出了很多算法以提高 MVDR 的宽容性[4-6]。其中由 Li[5]提出的 RCB 算法直接对导向矢量进行估计，并用估计的导向矢量作波束形成，从而有效避免了阵列流形失配而导致的性能下降。RCB 属于对角元加载类算法，与通常使用的白噪声增益 WNGC(White Noise Gain Constraint) 算法[4]不同，RCB 的自适应加载因子直接由导向矢量的误差范围控制。自提出以来，RCB 现在已经被应用到超声成像[7]，射电天文学[8]与谱估计[9]等。本文推导了秩亏情况下的 RCB，并进一步将其应用到矢量阵。

2　矢量阵信号模型

如图 1 所示，若只考虑目标为远场的情况，则目标与水听器都在同一平面内。假设 M 个二维矢量水听器(同时测量声压和振速的两个水平正交分量)组成一条线阵。坐标系的原点与阵首的水听器重合，第 i 个阵元的坐标为 $p_i=(x_i, y_i)^T$，第 i 个水听器的振速通道的安装偏角为 α_i。目标的单位方向矢量为 $u=(\cos\theta, \sin\theta)^T$，其中 θ 为目标方位角，T 表示矩阵转置。则目标对应的波矢 $k=u\omega/c$，ω 为信号角频率，c 为声速。

若采用频域表示，矢量阵的导向矢量为：

$$a_v(\omega,\theta)=[h_0(\theta),\cdots,e^{-jk^Tp_i}h_i(\theta),\cdots,e^{-jk^Tp_{M-1}}h_{M-1}(\theta)]^T \tag{1}$$

其中 $h_i(\theta)=[1,\cos(\theta-\alpha_i),\sin(\theta-\alpha_i)]$ 为目标在单个

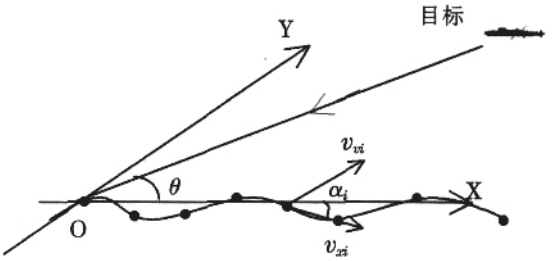

图 1　矢量线阵示意图

Fig.1　Sketch of vector-sensor array

矢量水听器上的单位幅度响应。假设有 K 个窄带声源入射到矢量阵上，则矢量阵的输出为：

$$X(\omega)=A(\omega)S(\omega)+E(\omega) \tag{2}$$

其中 $A(\omega)=[a_v(\omega,\theta_1),a_v(\omega,\theta_2),\cdots,a_v(\omega,\theta_K)]$ 为 $3M\times K$ 的矩阵，$S(\omega)=[s_1(\omega),\cdots,s_K(\omega)]^T$ 为 K 个目标信号的频域表示，$E(\omega)$ 为噪声的频域表示。

于是阵列输出的协方差矩阵估计为：

$$\hat{R}(\omega)=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}X_k(\omega)X_k^H(\omega) \tag{3}$$

其中 $X_k(\omega)$ 表示对应角频率 ω 的第 k 个快照，N 为快照数，^{H} 表示矩阵的厄米转置。

3　基于矢量阵的宽容波束形成

3.1　基于矢量阵的 RCB

标准的 MVDR 为如下的优化问题：

$$\min_w w^HRw,\ \text{subject to}\ w^Hs=1 \tag{4}$$

其中 w 为自适应权系数，s 为期望的导向矢量，R 为数据协方差矩阵。在实际应用中，由于各种误差的存在，真实导向矢量不可能精确已知。根据式(4)，任何偏离期望导向矢量的信号都会被抑制。导向矢量的偏差越大，信号被抑制地越严重，表现为信号的功率输出降低，功率谱的动态范围缩小。针对 MVDR 宽容性差的缺点，人们提出了多种改进算法。其中由 Li 提出的 RCB 算法直接对导向矢量进行估计，并用估计的导向矢量作波束形成，从而有效避免了阵列流形失配而导致的性能下降。RCB 为如下优化问题：

$$\min_a a^HR^{-1}a,\ \text{subject to}\ \|a-s\|^2\le\varepsilon \tag{5}$$

其中 ε 为导向矢量的误差限，s 为期望导向矢量，应用拉格朗日乘子法求解式(5)，得到真实导向矢量的估计为：

$$\hat{a}=s-(I+\lambda R)^{-1}s \tag{6}$$

其中 I 为单位矩阵，λ 为拉格朗日乘子。将式(6)代入约束 $\|a-s\|^2\le\varepsilon$ 得到 λ 满足以下方程：

$$g(\lambda)=\sum_{m=1}^{3M}\frac{|z_m|^2}{(1+\lambda\gamma_m)^2}=\varepsilon \tag{7}$$

其中 $z_m=u_m^H s$, u_m 为 R 的第 m 个特征矢量, γ_m 为第 m 个特征值。解得 λ 后即可得到信号的功率为:

$$P=\frac{1}{\hat{a}^H R^{-1}\hat{a}}\frac{\|\hat{a}\|^2}{\|s\|^2} \tag{8}$$

3.2 秩亏下的 RCB

上面推导的 RCB 算法适用于 R 为满秩的情况。由式(3)可知,满秩意味着快照数 N 至少大于阵元数 M(对于矢量阵而言是通道数 3M)。但实际中,观测时间是有限的,特别是对于长阵,由于形成的波束窄,在较短时间内,运动目标很容易跨过多个波束,不可能有很长的积分时间。因此大多数情况下,快照数小于阵元数,R 为秩亏矩阵, 需要将上述 RCB 算法修改使其能应用于秩亏情况。假设快照数为 K, R 的特征值分解为,利用关系式

$$I=\sum_{m=1}^{K}u_m u_m^H+\sum_{m=K+1}^{3M}u_m u_m^H \tag{9}$$

于是式(7)可以修改为:

$$\begin{aligned}g(\lambda)&=\sum_{m=1}^{K}\frac{|z_m|^2}{(1+\lambda\gamma_m)^2}+\sum_{m=K+1}^{3M}\frac{|z_m|^2}{(1+\lambda\times 0)^2}\\&=\sum_{m=1}^{3M}|z_m|^2+\sum_{m=1}^{K}\left(\frac{1}{(1+\lambda\gamma_m)^2}-1\right)|z_m|^2\\&=\|s\|^2+\sum_{m=1}^{K}\left(\frac{1}{(1+\lambda\gamma_m)^2}-1\right)|z_m|^2=\varepsilon\end{aligned} \tag{10}$$

将求解上式得到的 λ 代入式(8),得到秩亏情况下的功率估计为:

$$P=\frac{1}{\|s\|^2}\frac{\sum_{m=1}^{K}\frac{\lambda^2\gamma_m^2}{(1+\lambda\gamma_m)^2}|z_m|^2}{\sum_{m=1}^{K}\frac{\lambda^2\gamma_m}{(1+\lambda\gamma_m)^2}|z_m|^2} \tag{11}$$

值得注意的是当 K=3M 时,上式给出 R 满秩时的信号功率估计。下面给出基于矢量阵的秩亏情况下的 RCB 的计算步骤:

①对各路通道数据作 FFT 得到 $X(\omega)$

②根据(3)式求协方差矩阵 $\hat{R}(\omega)$

③计算协方差矩阵 $\hat{R}$ 的特征值分解。

④通过式(10)求解 λ。

⑤将 λ 代入式(11),求出信号功率。

3.3 矢量阵的误差限计算

在应用 RCB 时,需要确定 ε,文献[6]求解了声压阵的导向矢量的误差限。通过类似的推导得到在小量近似条件下,由水听器幅相,位置和振速通道偏角误差引入的矢量阵导向矢量的误差限:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1&=E\{\|a-s\|^2\}\\&\approx 2M\left(\sigma_g^2+\sigma_\varphi^2+\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\sigma_p^2+\frac{1}{2}\sigma_\alpha^2\right)\end{aligned} \tag{12}$$

其中 $\sigma_g^2,\sigma_\varphi^2,\sigma_p^2,\sigma_\alpha^2$ 为水听器各通道增益、相位、位置以及振速通道指向误差的方差。这些值可以由校准试验给出。

下面考虑由波束方向偏差引入的导向矢量误差:

$$\varepsilon_\theta=\|a(\theta)-s(\theta_0)\|^2 \tag{13}$$

其中, θ_0 为目标方位, θ 为波束扫描方位。类似[6]的推导,对于均匀间隔矢量直线阵:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\theta\approx&4M-4\cos\left(\frac{\omega d}{2c}(M-1)(\cos\theta-\cos\theta_0)\right)\\&\times\frac{\sin\left(\frac{\omega Md}{2c}(\cos\theta-\cos\theta_0)\right)}{\sin\left(\frac{\omega d}{2c}(\cos\theta-\cos\theta_0)\right)}\end{aligned} \tag{14}$$

其中 d 为阵元间距,对于一般线阵,可直接利用式(13)计算 ε_θ。最后导向矢量的误差为 $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_\theta$。

4 试验结果

为了验证 RCB 的实际效果并将其应用于处理海试数据。矢量阵为柔性长阵,由 14 个非均匀间隔的矢量水听器组成。每个水听器为二维的矢量水听器(即只测量声压 p 和振速的两个水平正交分量 v_x, v_y)。由于试验没有对阵形作校准,在计算波束形成时,我们假设所有阵元在同一直线上,各阵元的坐标分别为:(0,0),(6,0),(8,0),(10,0),(12,0),(18,0),(24,0),(30,0),(38,0),(46,0),(48,0),(52,0),(56,0),(60,0),单位是米。波束形成的处理频段为 300Hz~600Hz,积分时间是 12s,共计算了 360 个波束。可以计算,由波束方向引入的误差为 $\varepsilon_\theta<6.3$,通过调节导向矢量的误差限,当 $\varepsilon=10$ 时,波束形成的效果较好(这表明由水听器幅相,位置以及振速通道指向误差引入的导向矢量误差约为 3.7)。图 2,图 3 和图 4 分别是采用常规波束形成(CBF),宽容自适应波束形成(RCB)和 MVDR 处理得到的历程图。图中方位参考点为正北(0°),声阵正横方位约为 67.5°。试验中,已知在 45°附近,两个试验目标作交叉航行,215°附近有两艘拖网渔船,另外有数艘渔船在作业。从图中可以看到,RCB 的分辨率较高,并且由于宽容性,RCB 的信号功率估计损失小,相对于 CBF,其动态范围较大,因此其背景显得较干净,目标的航迹更清晰。此外,在 CBF 中,两艘拖网渔船在 100°附近形成一定程度的镜像模糊,而在离端射(157.5°)30°以外的

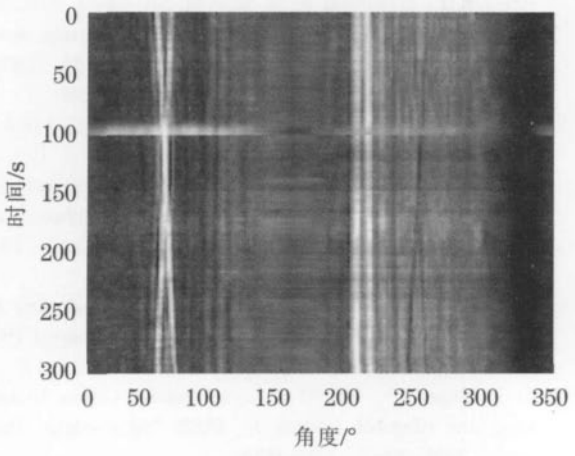

图 2　采用 CBF 的方位历程图
Fig.2　BTR using CBF

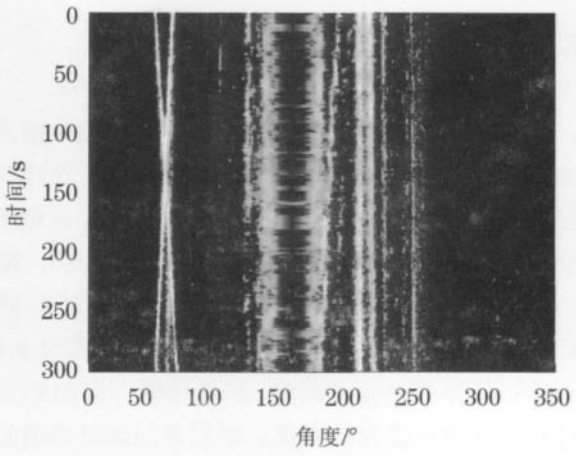

图 3　采用 RCB 的方位历程图
Fig.3　BTR using RCB

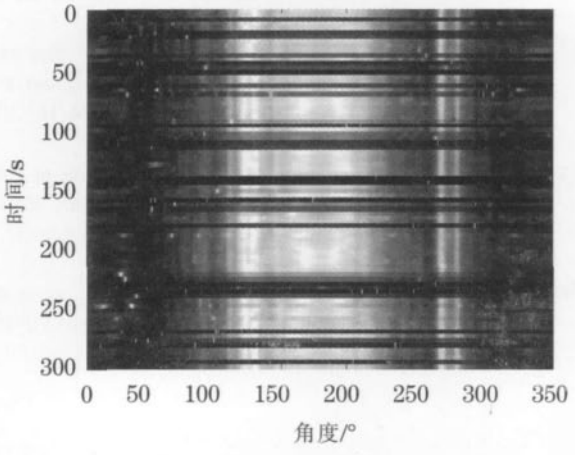

图 4　采用 MVDR 的方位历程图
Fig.4　BTR using MVDR

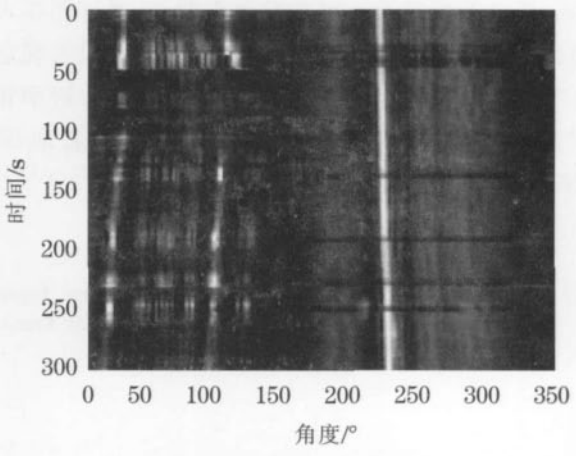

图 5　采用 CBF 的方位历程图
Fig.5　BTR using CBF

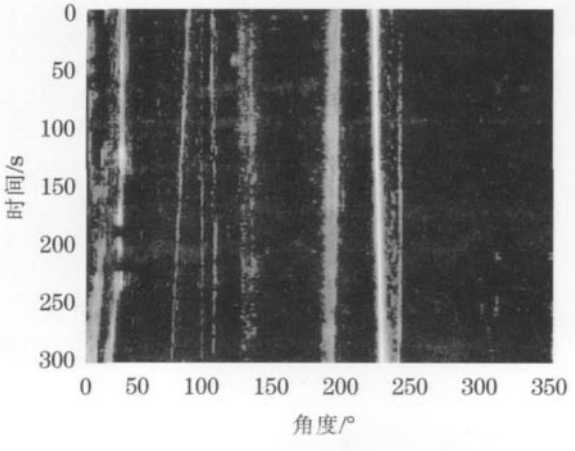

图 6　采用 RCB 的方位历程图
Fig.6　BTR using RCB

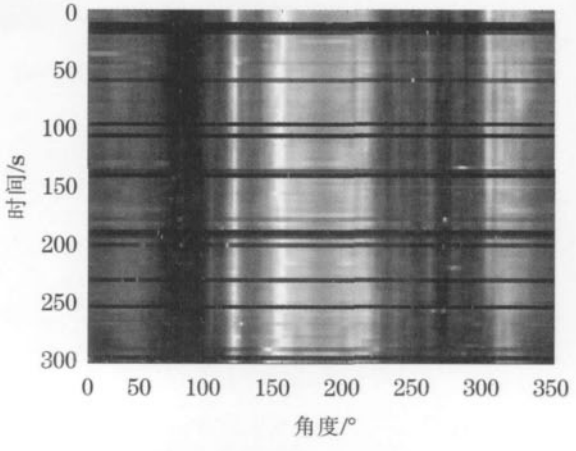

图 7　采用 MVDR 的方位历程图
Fig.7　BTR using MVDR

区域，RCB 几乎没有镜像存在。至于 MVDR，由于不具有宽容性，其波束形成效果很差，无法被实际应用。

图 5，图 6 和图 7 是三种算法对另外一组海试数据处理的结果。从图中可以看到，RCB 可以给出较清晰的目标航迹，而 CBF 给出的目标航迹模糊不清，并且在多个时间帧上，出现功率跳变，航迹中断的情况。另外值得一提的是，由于矢量阵允许一定程度的欠采样，虽然阵元间距远超过半波长（本试验中，相邻两阵元的间距有 2m，4m，6m 和 8m 四种情况），但是图中并没有明显的栅瓣出现。

5 结束语

RCB是一种很有潜力的宽容自适应波束形成算法,该算法直接将自适应对角元加载因子的计算与导向矢量的误差联系起来,易于实际操作,避免了其它宽容算法在计算加载量时的随意性。此外,RCB的计算量比MVDR略大,但是其性能却远好于MVDR。在试验中,由于所用的矢量阵为柔性长阵,布放后阵形有一定的畸变,并且伴随一定的幅相误差和振速通道指向的误差。我们采用固定对角元加载量的MVDR算法,发现该算法的性能很差,其根本原因在于这种算法的对角元加载量的选择没有依据,算法宽容性差。试验结果表明,矢量阵能在大部分观测区域实现无模糊定向。矢量阵可以实现空间欠采样,能在一定程度上扩展孔径,提高分辨率和方位估计精度。将RCB应用于矢量阵能取得比MVDR和CBF更好的效果。

参 考 文 献

[1] Hawkes M, Nehorai A. Acoustic vector-sensor beamforming and Capon direction estimation[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1998, 46(9): 2291-2304.

[2] Wong K T, Zoltowski M D. Root-MUSIC-based azimuth-elevation angle-of-arrival estimation with uniformly spaced but arbitrarily oriented velocity hydrophones[J]. IEEE T. rans. Signal Processing, 1999, 47(12): 3250-3260.

[3] 张揽月, 杨德森. 矢量水听器扩展孔径线阵方位估计技术[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(6): 714-718.
ZHANG Lanyue, YANG Desen. DOA estimation using extended-aperture uniformly linear vector-hydrophone array [J]. Jounal of Harbin Engineering University, 2004, 25(6): 714-718.

[4] Cox H, Zeskind R M, Owen M M. Robust adaptive beamforming[J]. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, 1987, 35(10): 1365-1376.

[5] LI J, Stoica P, WANG Z S. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2003, 51(7): 1702-1715.

[6] Ma C Z, B P Ng, BAO H J, YANG X B. Robust adaptive beamforming for large steering angle error[J]. Proc. International Symposium on Circuits and Systems, 2004, 3: III-273-6.

[7] WANG Z S, LI J, WU R B. Time delay and time-reversal-based robust capon beamformers for ultrasound imaging[J]. IEEE Trans. Medical Imaging, 2005, 24(10): 1308-1322.

[8] S. van der Tol, A. J. van der Veen. Application of robust Capon beamforming to radio astronomical imaging. Proc[J]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005, 4: iv/1089-iv/1092

[9] Wang Y, LI J, Stoica P. Rank-deficient robust Capon filter bank approach to complex spectral estimation[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2005, 53(8): 2713-2726.