

文章编号: 1001-0920(2007)12-1357-06

基于分段模糊 Lyapunov 方法的 T-S 模糊系统 H_∞ 控制

纪志成, 朱 芸, 王 艳

(江南大学 电气自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对具有外部扰动的 T-S 模糊系统, 利用分段模糊 Lyapunov 函数和线性矩阵不等式方法研究了模糊系统的镇定问题, 给出了闭环系统渐近稳定的充分条件, 提出了闭环系统 γ -一次优 H_∞ 控制器的参数化设计方法. 仿真实例验证了所提出方法的有效性.

关键词: T-S 模糊系统; 分段模糊 Lyapunov 方法; H_∞ 控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标识码: A

H_∞ control for T-S fuzzy system based on piecewise fuzzy Lyapunov approach

J I Zhi-cheng, Z H U Yun, W A N G Yan

(Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: J I Zhi-cheng, E-mail: zcji@sytu.edu.cn)

Abstract: To with the disturbance nonlinear Takagi fuzzy system, based on piecewise fuzzy Lyapunov function and LMI method, the systematic design procedures are studied. The sufficient conditions for closed-loop system stability are derived. The parameters design method of γ -superior H_∞ controller for closed-loop system is provided. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Takagi-Sugeno fuzzy system; Piecewise fuzzy Lyapunov function; H_∞ control; LMI

1 引言

Takagi-Sugeno (T-S) 模糊控制系统的分析与设计是当前模糊控制研究领域的热点. 以往的研究大多基于文献[1]的普通二次 Lyapunov 函数(CQLF)理论, 采用并行分配补偿(PDC)控制策略, 将满足各个子系统的 Lyapunov 方程中的公共矩阵 P 的求解转换为线性矩阵不等式(LMI)^[2]可行解问题, 进而利用凸优化技术进行高效求解. 然而, 采用 CQLF 理论存在一定的保守性^[3], 对于某些模糊系统可能会出现无解的情况, 而且在实际应用中, 随着系统前提变量以及规则数目的增多, LMI 的求解难度往往会随之变大, 降低了求解效率. 为了解决上述问题, 文献[3, 4]提出了分段二次 Lyapunov 函数(PFLF)策略, 针对一类 T-S 模糊系统, 在分析隶属度函数规则结构的基础上, 将整个模糊输入空间划分成几个模糊子区域, 并在每个子区域上求解一个二次 Lyapunov 方程, 大大降低了求解难度.

在模糊系统中, 总会存在一定的外部扰动, 这些

扰动往往会导致系统的不稳定, 因而 T-S 模糊系统的抗扰性是评价系统的一个较为重要的参数. 在设计控制器时, 除简单的模糊系统镇定目标外, 系统的抗扰性往往是需要综合考虑的一项指标, 其目的在于使系统稳定的同时, 以 H_∞ 范数界表征的系统性能能始终保持在适当的水平.

基于上述分析, 本文利用分段模糊 Lyapunov 函数方法, 研究系统镇定并满足 H_∞ 范数界约束的控制器. 仿真结果表明了所提出的方法具有可行性.

2 具有外部输入扰动的 T-S 模糊系统

对于具有外部输入扰动的 T-S 模糊系统, 其连续状态的模糊规则表示如下:

$$\begin{aligned} R^i: & \text{ If } x_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \cdots \text{ and } x_g(t) \text{ is } M_{ig}; \\ & \text{ Then} \\ & \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + D_i w(t), \\ y(t) = C_i x(t), \quad i = 1, 2, \cdots, r. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是状态向量, $u(t) \in R^m$ 是输入向量, $w(t) \in R^p$ 是干扰输入向量, $y(t) \in R^r$ 是可控输

收稿日期: 2006-10-28; 修回日期: 2007-08-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60774030); 江南大学创新团队发展计划项目.

作者简介: 纪志成(1959—), 男, 杭州人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制等研究; 王艳(1978—), 女, 江苏盐城人, 副教授, 博士, 从事智能控制的研究.

出向量; r 是 If-Then 规则数, g 是前提变量数; R^i 表示第 i 条模糊规则, M_{in} 表示模糊集合; A_i, B_i, C_i, D_i 是维数适当的常量矩阵.

对于给定输入 $x(t)$, 采用单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化, 可得到模糊系统的整个状态方程如下:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{ A_i x(t) + \\ &\quad B_i u(t) + D_i w(t) \}, \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t), \\ w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^n M_{ij}(z_j(t)), \\ h_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}.\end{aligned}\quad (2)$$

其中: $M_{ij}(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 关于模糊集 M_{ij} 的隶属度函数; $w_i(z(t))$ 满足

$$w_i(z(t)) \geq 0, \\ \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, r;$$

同时有

$$h_i(z(t)) \geq 0, \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

假设每个前提变量 $x_n(t)$ 在相应的论域中都有 q 个模糊集合 (例如 $M_{1n}, M_{2n}, \dots, M_{qn}$), 且所有的前提变量都是单点模糊集. 对于模糊系统 (2), 设计如下模糊状态反馈控制律:

$$r_i: \text{If } x_1(t) \text{ is } M_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_i(t) \text{ is } M_i^i;$$

$$\text{Then } u_i(t) = F_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, q. \quad (3)$$

式中 $F_i \in R^{p \times n}$ 是状态反馈增益阵, 使得闭环控制系统渐近稳定.

令 G 和 f 分别为前件变量的模糊区域数和每个区域内被激活的规则数, S_i 表示第 i 个模糊区域, $h_{li}(z(t))$ 表示 S_i 的归一化激活度, l 表示第 i 个区域内的规则数. 在 S_i 内, 模糊状态反馈控制律 (3) 清晰化后的输出和系统输出分别为

$$u^i(t) = \sum_{l=1}^f h_{li}(z(t)) F_{li} x(t), \quad (4)$$

$$y^i(t) = \sum_{l=1}^f h_{li}(z(t)) C_{li} x(t). \quad (5)$$

将控制律 (4) 代入式 (2), 在第 i 个模糊子区域内, 可得清晰化闭环系统的状态方程

$$\dot{x}(t) = \sum_{l=1}^f \sum_{k=1}^f h_{li} h_{ki} [(A_{li} +$$

$$B_{li} F_{ki}) x(t) + D_{li} w(t)]. \quad (6)$$

在整个模糊区域内有

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^G \lambda_i(x(t)) \sum_{l=1}^f \sum_{k=1}^f h_{li} h_{ki} [(A_{li} + \\ &\quad B_{li} F_{ki}) x(t) + D_{li} w(t)].\end{aligned}\quad (7)$$

其中: A_{li}, B_{li}, D_{li} 是各个分段区域内维数适当的常量矩阵; $\lambda_i(x(t))$ 是各个模糊区域定义的特征函数.

$$\lambda_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in S_i; \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases} \quad \sum_{i=1}^G \lambda_i(x) = 1.$$

3 H^∞ 控制

下面针对式 (2) 描述的模糊系统, 讨论存在外部扰动时系统 H^∞ 的控制方法.

定义 1 称

$$V(x(t)) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(x(t)) x^T(t) P_i x(t) \quad (8)$$

为 T-S 模糊系统 (2) 的分段模糊 Lyapunov 函数, 当且仅当 $x(t) \neq 0$ 时, $V(x(t))$ 的导数始终为负.

由式 (8) 可知, $V(x(t))$ 是一个分段连续函数, $V_i(x(t)) = x^T(t) P_i x(t)$ 是相应模糊区域上的一个模糊 Lyapunov 函数, 且有

$$P_i = \sum_{l=1}^f h_{li}(z(t)) P_{li}.$$

其中: P_{li} 是正定对称矩阵, $1 \leq l \leq f, 1 \leq i \leq r$.

定义 2 针对模糊控制系统 (2), 若存在模糊状态反馈控制规律 (4), 使得: 1) 当 $w = 0$ 时, 闭环系统 (7) 渐近稳定. 2) 给定正数 γ , 在零初始条件下, 满足 H^∞ 范数的约束条件

$$\int_0^\infty \|y(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \|w(t)\|^2 dt.$$

其中: $\|\cdot\|$ 是 $L_2[0, \infty)$ 的标准范数, γ 是给定的正常数. 则称满足上述条件的模糊状态反馈控制律为系统的 γ -一次优模糊 H^∞ 控制律.

引理 1^[5] 对于任意适维向量 x 和 y 以及矩阵 Y , 若矩阵 R 正定, 则

$$x^T Y y + y^T Y^T x \leq x^T Y R^{-1} Y^T x + y^T R y. \quad (9)$$

定理 1 对于闭环模糊控制系统 (6), 给定标量 $\gamma > 0$, ϕ_{pi} 和 h_{pi} 可导且 $|\dot{h}_{pi}| \leq \phi_{pi}$. 假设系统状态可测, 若存在对称正定矩阵 $P_{1i}, P_{2i}, \dots, P_{fi}$ ($1 \leq l \leq f, 1 \leq i \leq r$) 以及矩阵 $F_{1i}, F_{2i}, \dots, F_{fi}$, 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} \Psi & D_{li} & X_{ji} C_{li}^T \\ D_{li}^T & -\gamma I & 0 \\ C_{li} X_{ji} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \\ &i = 1, \dots, G, j, l = 1, \dots, f; \\ &\begin{bmatrix} \Gamma & D_{li} & X_{ji} (\Xi_{lk})^T \\ D_{li}^T & -\gamma I & 0 \\ \Xi_{lk} X_{ji} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0,\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned} i &= 1, \cdots, G, j = 1, \cdots, f, \\ 1 \leq l < k \leq f. \end{aligned} \tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned} X_{ji} &= P_{ji}^{-1}, M_{lj}^i = F_{li} X_{ji}, \\ Y_{ji} &= \sum_{\rho} \phi_{\rho i} X_{ji} \bar{P}_{\rho i}^{-1} X_{ji}, \\ \Xi_{lk} &= (C_{li}^T C_{ki} + C_{ki}^T C_{li})^{1/2}, \\ \Psi &= X_{ji} A_{li}^T + A_{li} X_{ji} + (M_{lj}^i)^T B_{li} + \\ &\quad B_{li} M_{lj}^i + Y_{ji}, \\ \Gamma &= X_{ji} A_{li}^T + A_{li} X_{ji} + X_{ji} A_{ki}^T + \\ &\quad A_{ki} X_{ji} + (M_{ki}^i)^T B_{li}^T + B_{li} M_{ki}^i + \\ &\quad (M_{lj}^i)^T B_{ki} + B_{ki} M_{lj}^i + 2 Y_{ji}. \end{aligned}$$

证明 1) 首先证明系统的稳定性. 令 $w(t) = 0$. 为简单起见, 以下将 $h_i(z(t))$ 简写为 h_i . 对于分段模糊 Lyapunov 函数(8), 可得其导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x(t)) &= \\ &\sum_i^G \dot{h}_i x^T(t) P_i x(t) + \\ &\sum_i^r h_i(\dot{x}^T(t) P_i x(t) + x^T(t) P_i \dot{x}(t)). \end{aligned} \tag{12}$$

将式(6) 代入(12), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x(t)) &= \\ &\sum_{\rho} \dot{h}_{\rho i} x(t) P_{\rho i} x(t) + \\ &\sum_j^f h_{li} \left\{ \sum_l^f \sum_k^f h_{li} h_{li} x^T(t) (A_{li} + B_{li} F_{ki})^T P_{ji} x(t) + \right. \\ &\quad \left. x(t)^T P_{ji} \sum_l^f \sum_k^f h_{li} h_{li} [(A_{li} + B_{li} F_{ki}) x(t)] \right\}. \end{aligned}$$

令 $H_{lk}^i = A_{li} + B_{li} F_{ki}$, $H_{li}^i = A_{li} + B_{li} F_{li}$, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x(t)) &= \\ &\sum_{\rho} \dot{h}_{\rho i} x(t) P_{\rho i} x(t) + \\ &\sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li} h_{ki} [x^T(t) ((H_{lk}^i)^T P_{ji} + \\ &\quad P_{ji} H_{lk}^i) x(t)]. \end{aligned}$$

由 $|\dot{h}_{\rho i}| \leq \phi_{\rho i}$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x(t)) &\leq \\ &\sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li}^2 [x^T(t) \left(\sum_{\rho} \phi_{\rho i} P_{\rho i} + \right. \\ &\quad \left. (H_{li}^i)^T P_{ji} + P_{ji} H_{li}^i \right) x(t)] + \\ &2 \sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li} h_{ki} \left\{ x^T(t) \left[\sum_{\rho} \phi_{\rho i} P_{\rho i} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(\frac{H_{lk}^i + H_{kl}^i}{2} \right)^T P_{ji} + P_{ji} \left(\frac{H_{lk}^i + H_{kl}^i}{2} \right) \right] x(t) \right\}. \end{aligned}$$

由式(10) 和(11) 可知, $\Psi < 0$, $\Gamma < 0$, 且 h_{ji} , h_{li} , $h_{ki} \geq 0$, 从而有

$$\sum_{\rho} \phi_{\rho i} P_{\rho i} + (H_{li}^i)^T P_{ji} + P_{ji} H_{li}^i < 0, \tag{13}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{\rho} \phi_{\rho i} P_{\rho i} + \left(\frac{H_{lk}^i + H_{kl}^i}{2} \right)^T P_{ji} + \\ &P_{ji} \left(\frac{H_{lk}^i + H_{kl}^i}{2} \right) < 0. \end{aligned} \tag{14}$$

将式(13), (14) 代入 $\dot{V}_i(x(t))$, 可看出当定理中的条件满足时, $\dot{V}_i(x(t)) < 0$.

2) 当 $w(t) \neq 0$ 时, 令

$$J = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma} y^T y - w^T w \right) dt.$$

由式(8) 知 $V_i(x) > 0$, 在零初始条件下, 有

$$J < \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma} y^T y - w^T w + \dot{V}_i \right) dt. \tag{15}$$

由系统方程可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x(t)) &= \\ &\sum_{\rho} \dot{h}_{\rho i} x(t) P_{\rho i} x(t) + \\ &\sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li} h_{ki} [x^T(t) (H_{lk}^T P_{ji} + \\ &\quad P_{ji} H_{lk}) x(t) + w^T(t) D_{li}^T P_{ji} x(t) + \\ &\quad x^T(t) P_{ji} D_{li} w(t)]. \end{aligned}$$

考虑到 $|\dot{h}_{\rho i}| \leq \phi_{\rho i}$, 且应用引理 1, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(x(t)) &\leq \\ &\sum_{\rho} \Psi_{\rho i} x^T(t) P_{\rho i} x(t) + \\ &\sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li} h_{ki} \left\{ x^T(t) (H_{lk}^T P_{ji} + \right. \\ &\quad \left. P_{ji} H_{lk}) x(t) + \frac{1}{\gamma} x^T(t) P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} x(t) + \right. \\ &\quad \left. w^T(t) w(t) \right\} = \\ &\sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li}^2 [x^T(t) \left(\sum_{\rho} \phi_{\rho i} + H_{li} P_{ji} + P_{ji} H_{li} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{\gamma} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} \right) x(t) + w^T(t) w(t)] + \\ &2 \sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li} h_{ki} \left\{ x^T(t) \left[\left(\frac{H_{lk} + H_{li}}{2} \right)^T P_{ji} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. P_{ji} \left(\frac{H_{lk} + H_{li}}{2} \right) \right] x(t) + \frac{\gamma}{2} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} \right\} x(t) + \\ &\frac{\gamma}{2} w^T(t) w(t) \} = \\ &\sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li}^2 [x^T(t) \left(\sum_{\rho} \phi_{\rho i} + H_{li} P_{ji} + \right. \\ &\quad \left. P_{ji} H_{li} + \frac{1}{\gamma} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} \right) x(t)] + \\ &2 \sum_j^f \sum_l^f \sum_k^f h_{ji} h_{li} h_{ki} \left\{ x^T(t) \left[\left(\frac{H_{lk} + H_{li}}{2} \right)^T P_{ji} + \right. \right. \end{aligned}$$

$$P_{ji} \left(\frac{H_{lk} + H_{lk}}{2} \right)^T + \frac{\gamma}{2} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} \} x(t) \} + \gamma w^T(t) w(t). \quad (16)$$

由式(5)可知

$$y_i^T(t) y_i(t) = \left(\sum_l h_{li} C_{li} x(t) \right)^T \sum_l h_{li} C_{li} x(t) = \sum_l \sum_k h_{li} h_{ki} x(t) C_{li}^T C_{ki} x(t). \quad (17)$$

将式(16), (17) 代入(15), 可得性能指标满足

$$J < \sum_j \sum_l \sum_k h_{ji} h_{li}^2 \left[x^T(t) \left(\rho \sum_i \phi_i P_{\rho i} + H_{li} P_{ji} + P_{ji} H_{li} + \frac{1}{\gamma} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} + \frac{1}{\gamma} C_{li}^T C_{li} \right) x(t) \right] + 2 \sum_j \sum_l \sum_k h_{ji} h_{li} h_{ki} \left\{ x^T(t) \left[\rho \sum_i \phi_i P_{\rho i} + \left(\frac{H_{lk} + H_{lk}}{2} \right)^T P_{ji} + P_{ji} \left(\frac{H_{lk} + H_{lk}}{2} \right)^T + \frac{\gamma}{2} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} + \frac{1}{2\gamma} (C_{li}^T C_{ki} + C_{ki}^T C_{li}) \right] x(t) \right\}. \quad (18)$$

由式(10)和(11), 应用 Schur 补定理得

$$\Psi + \frac{1}{\gamma} D_{li} D_{li}^T + \frac{1}{\gamma} X_{ji} C_{li}^T C_{li} X_{ji} < 0, \quad (19)$$

$$\Gamma + \frac{1}{\gamma} D_{li} D_{li}^T + \frac{1}{\gamma} X_{ji} (\Xi_{lk})^T \Xi_{lk} X_{ji} < 0. \quad (20)$$

两边同时左乘、右乘 X_{ji}^{-1} , 得

$$\begin{aligned} & \rho \sum_i \phi_i P_{\rho i} + H_{li} P_{ji} + P_{ji} H_{li} + \\ & \frac{1}{\gamma} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} + \frac{1}{\gamma} C_{li}^T C_{li} < 0, \quad (21) \\ & \rho \sum_i \phi_i P_{\rho i} + \left(\frac{H_{lk} + H_{lk}}{2} \right)^T P_{ji} + \\ & P_{ji} \left(\frac{H_{lk} + H_{lk}}{2} \right)^T + \frac{\gamma}{2} P_{ji} D_{li} D_{li}^T P_{ji} + \\ & \frac{1}{2\gamma} (C_{li}^T C_{ki} + C_{ki}^T C_{li}) < 0, \quad (22) \end{aligned}$$

则 $J < 0$, 即在第 i 个子模糊区域有

$$\int_0^\infty \frac{1}{\gamma} y^T y dt < \int_0^\infty w^T w dt. \quad (23)$$

此时, 系统在其各个模糊子区域上局部渐近稳定且满足 H_∞ 控制性能指标.

对于整个模糊系统, 令 $P = \sum_i \lambda_i(x(t)) P_i$, 在整个输入向量空间上构造 Lyapunov 函数

$$V(x(t)) = x^T(t) P x(t) = x^T(t) \left(\sum_i \sum_l \lambda_i h_{li} P_{li} \right) x(t) =$$

$$\sum_i \lambda_i x^T(t) \sum_l h_{li} P_{li} x(t) = \sum_i \lambda_i x^T(t) P_i x(t) = \sum_i \lambda_i V_i(x(t)). \quad (24)$$

当式(11)和(12)成立时, 由定义(1)可知, $V(x(t))$ 是一个分段模糊 Lyapunov 函数. 此时系统在平衡状态渐近稳定, 且满足 H_∞ 控制性能指标

$$\int_0^\infty \|y(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \|w(t)\|^2 dt. \quad \square$$

4 实例仿真

考虑如下 T-S 模糊系统:

- R^1 : If $x_1(t)$ is M_{11} and $x_2(t)$ is M_{12} ,
Then $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) + D_1 w(t)$;
 R^2 : If $x_1(t)$ is M_{21} and $x_2(t)$ is M_{12} ,
Then $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) + D_2 w(t)$;
...
 R^9 : If $x_1(t)$ is M_{31} and $x_2(t)$ is M_{32} ,
Then $\dot{x}(t) = A_9 x(t) + B_9 u(t) + D_9 w(t)$.

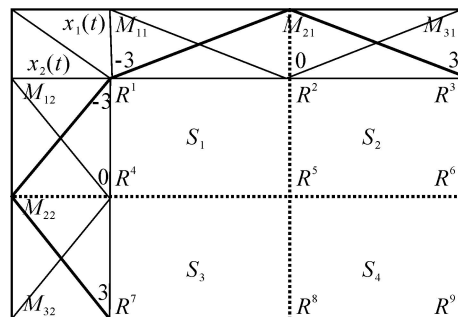


图 1 T-S 模糊系统前提规则结构

上述 T-S 模糊系统的前提规则结构如图 1 所示, 共有 4 个模糊区域, 且易推出 $g = 2, r = 9, G = 4, f = 4$. 系统矩阵如下:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 13 & -2 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -5 & -0.04 \\ -0.01 & 13 \end{bmatrix}, \\ A_5 &= \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}, A_6 = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \\ A_7 &= \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, A_8 = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}, \\ A_9 &= \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -1 & -2.25 \end{bmatrix}, B_1 = B_4 = B_7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}, \\ B_2 &= B_5 = B_8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}, B_3 = B_6 = B_9 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= C_2 = \dots = C_9 = [0.1; 0.02], \\ D_1 &= D_2 = \dots = D_9 = [0; 1]. \end{aligned}$$

仿真时, 状态初始值为 $x_1(0) = 1, x_2(0) =$

- 1, 白噪声扰动产生时间为 9 ~ 11 s.

由系统的规则结构可知,在 S_1 中激活的规则分别为 R^1, R^2, R^4, R^5 , 对应的子系统为 $(A_1, B_1), (A_2, B_2), (A_4, B_4), (A_5, B_5)$. 以此类推, 可得 (A_{li}, B_{li}) 的值如表 1 所示.

表 1 (A_{li}, B_{li}) 的值				
l	i			
	1	2	3	4
1	(A_1, B_1)	(A_2, B_2)	(A_4, B_4)	(A_5, B_5)
2	(A_2, B_2)	(A_3, B_3)	(A_5, B_5)	(A_6, B_6)
3	(A_4, B_4)	(A_5, B_5)	(A_7, B_7)	(A_8, B_8)
4	(A_5, B_5)	(A_6, B_6)	(A_8, B_8)	(A_9, B_9)

根据定理 1, 并采用 Matlab 中的 rand() 函数实现系统参数的随机变换, 继而采用 feasp 命令进行 LMI^[6] 求解, 可得如下控制器反馈增益矩阵:

$$F_{11} = [0.591\ 8 \quad -0.513\ 0],$$
$$F_{12} = [0.675\ 9 \quad -0.497\ 6],$$
$$F_{13} = [-0.934\ 8 \quad -3.679\ 9],$$
$$F_{14} = [-0.934\ 8 \quad -3.679\ 9],$$
$$F_{21} = [0.933\ 6 \quad -0.183\ 3],$$
$$F_{22} = [-1.826\ 3 \quad -4.845\ 7],$$
$$F_{23} = [-1.827\ 1 \quad -1.636\ 1],$$
$$F_{24} = [0.103\ 2 \quad -1.983\ 2],$$
$$F_{31} = [-0.237\ 5 \quad -0.324\ 5],$$
$$F_{32} = [-0.563\ 0 \quad -1.176\ 5],$$
$$F_{33} = [0.205\ 3 \quad -0.179\ 0],$$
$$F_{34} = [0.117\ 9 \quad -0.418\ 8],$$
$$F_{41} = [-1.232\ 1 \quad -1.078\ 2],$$
$$F_{42} = [0.108\ 1 \quad -1.026\ 5],$$
$$F_{43} = [0.046\ 6 \quad -0.736\ 8],$$
$$F_{44} = [0.332\ 2 \quad -1.206\ 2].$$

根据文献[7,8], 取 $\phi_{ij} = \phi = 0.5, 1 \leq i, j \leq 4$, 可得

$$P_{11} = \begin{bmatrix} -0.886\ 8 & 1.854\ 5 \\ 1.854\ 5 & -0.746\ 9 \end{bmatrix},$$
$$P_{12} = \begin{bmatrix} -0.759\ 1 & 1.025\ 4 \\ 1.025\ 4 & -0.352\ 0 \end{bmatrix},$$
$$P_{13} = \begin{bmatrix} -1.160\ 4 & 0.815\ 0 \\ 0.815\ 0 & -0.253\ 6 \end{bmatrix},$$
$$P_{14} = \begin{bmatrix} -1.160\ 4 & 0.815\ 0 \\ 0.815\ 0 & -0.253\ 6 \end{bmatrix},$$
$$P_{21} = \begin{bmatrix} 0.262\ 3 & 0.439\ 0 \\ 0.439\ 0 & -0.512\ 9 \end{bmatrix},$$
$$P_{22} = \begin{bmatrix} 0.242\ 2 & 0.366\ 3 \\ 0.366\ 3 & -0.419\ 4 \end{bmatrix},$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0.229\ 4 & 0.311\ 9 \\ 0.311\ 9 & -0.355\ 8 \end{bmatrix},$$
$$P_{24} = \begin{bmatrix} 0.220\ 3 & 0.270\ 9 \\ 0.270\ 9 & -0.309\ 3 \end{bmatrix},$$
$$P_{31} = \begin{bmatrix} -0.230\ 0 & 0.600\ 7 \\ 0.600\ 7 & -0.293\ 4 \end{bmatrix},$$
$$P_{32} = \begin{bmatrix} -0.220\ 9 & 0.542\ 2 \\ 0.542\ 2 & -0.252\ 1 \end{bmatrix},$$
$$P_{33} = \begin{bmatrix} -0.214\ 9 & 0.495\ 6 \\ 0.495\ 6 & -0.219\ 8 \end{bmatrix},$$
$$P_{34} = \begin{bmatrix} -0.210\ 7 & 0.457\ 6 \\ 0.457\ 6 & -0.194\ 2 \end{bmatrix},$$
$$P_{41} = \begin{bmatrix} 0.173\ 1 & 0.246\ 6 \\ 0.246\ 6 & -0.098\ 1 \end{bmatrix},$$
$$P_{42} = \begin{bmatrix} 0.180\ 3 & 0.230\ 4 \\ 0.230\ 4 & -0.080\ 2 \end{bmatrix},$$
$$P_{43} = \begin{bmatrix} 0.185\ 9 & 0.217\ 5 \\ 0.217\ 5 & -0.066\ 0 \end{bmatrix},$$
$$P_{44} = \begin{bmatrix} 0.190\ 5 & 0.207\ 0 \\ 0.207\ 0 & -0.054\ 4 \end{bmatrix}.$$

仿真系统响应曲线如图 2 和图 3 所示. 由图可以看出, 采用分段模糊 Lyapunov 函数方法得到的控制器具有很好的抗扰性.

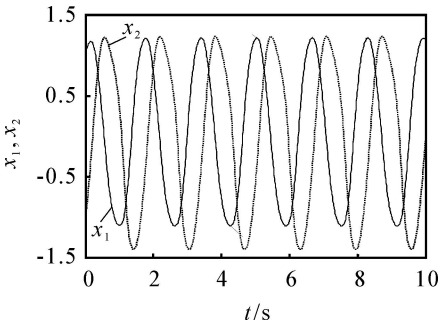


图 2 开环系统状态响应曲线

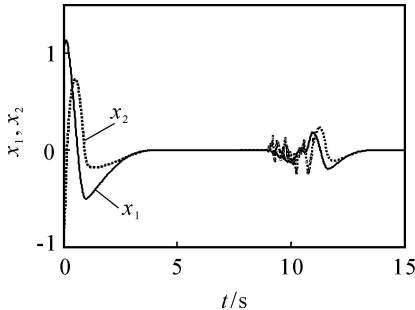


图 3 闭环系统状态响应曲线

5 结 语

本文采用分段模糊 Lyapunov 函数对具有外部扰动的 T-S 模糊系统进行研究. 基于分段模糊 Lyapunov 函数进行次优 H_∞ 控制器的参数化设计,

得到了新的 LMI 形式的稳定性条件和控制器设计方法. 仿真结果表明, 本文提出的方法是可行而有效的, 对系统的外部扰动具有良好的抑制性能.

参考文献(References)

- [1] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control system [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 45(2): 135-136.
- [2] Tanaka K, Wang H O. Fuzzy control systems design and analysis: A linear matrix inequality approach[M]. New York: Wiley, 2001.
- [3] Zhicheng Ji, Yinghuan Zhou. Stabilization of a class of fuzzy control systems via piecewise fuzzy Lyapunov function approach [C]. American Control Conf. New York, 2007: 4065-4070.
- [4] Tanaka K, Hori T, Wang H. A multiple Lyapunov function approach to stability of fuzzy control systems [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2003, 11(4): 582-589.
- [5] Li J, Wang H O, Niemann D, et al. Dynamic parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy systems: An LMI approach [J]. Information Sciences, 2002, 123(3/4): 201-221.
- [6] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Zheng Da-zhong. Liner system theory [M]. Beijing. Tsinghua University Press, 2002.)
- [7] 刘亚, 胡寿松. 基于模糊模型的时滞不确定系统的模糊 H_∞ 鲁棒反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 20(4): 497-502.
(Liu Ya, Hu Shou-song. Fuzzy H_∞ robust feedback control for uncertain nonlinear system with time-delay based on fuzzy model [J]. Control Theory & Applications, 2004, 20(4): 497-502.)
- [8] Tanaka K, Hori T, Wang H O. A fuzzy Lyapunov approach to fuzzy control system design[C]. Proc of the Americal Lyapunov Control Conf. Arlington, 2001: 4790-4795.
-
- (上接第 1356 页)
- [14] Chiou H K, Tzeng G H, Cheng D C. Evaluating sustainable fishing development strategies using fuzzy MCDM approach[J]. Omega, 2005, 33(3): 223-234.
- [15] 徐泽水, 达庆利. 一种组合加权几何平均算子及其应用[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2002, 32(3): 506-509.
(Xu Ze-shui, Da Qing-li. Combined weighted geometric averaging operator and its application [J]. J of Southeast Univrsity(Natural Science Edition), 2002, 32(3): 506-509.)
- [16] 陈华友, 盛昭瀚. 一类基于 IOWGA 算子的组合预测新方法[J]. 管理工程学报, 2005, 19(4): 36-39.
(Chen Hua-you, Sheng Zhao-han. A kind of new combination forecasting method based on induced ordered weighted geometric averaging (IOWGA) operator [J]. J of Industrial Engineering and Engineering Management, 2005, 19(4): 36-39.)
- [17] Xu Z S. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations[J]. Information Sciences, 2004, 166(1-4): 19-30.
- [18] 周宏安, 刘三阳. 基于 OWGA 算子的偏好信息集结法及其在群决策中的应用[J]. 运筹与管理, 2005, 14(6): 29-32.
(Zhou Hong-an, Liu San-ying. Method based on OWGA operators for aggregating preference information and its application in group decision-making problems[J]. Operations Research and Management Science, 2005, 14(6): 29-32.)
- [19] Tseng F M, Chiu Y J. Hierarchical fuzzy integral stated preference method for Taiwan's broadband service market[J]. Omega, 2005, 33(1): 55-64.
- [20] Tzeng G H, Ou Yang Y P, Lin C T, et al. Hierarchical MADM with fuzzy integral for evaluating enterprise intranet web sites [J]. Information Sciences, 2005, 169(3/4): 409-426.
- [21] Chen C B, Lin C T, Wang C H. Model for measuring quality of software in DVRS using the gap concept and fuzzy schemes with GA[J]. Information and Software Technology, 2006, 48(3): 187-203.
- [22] Miyajima K, Ralescu A. Modeling of natural objects including fuzziness and application to image understanding [C]. Proc of IEEE 2nd Int Fuzzy Systems Conf. San Francisco: IEEE, 1993: 1049-1054.