

正交判别的线性局部切空间排列的人脸识别

李勇周 罗大庸 刘少强

(中南大学信息科学与工程学院, 长沙 410075)

摘要 为了将线性局部切空间排列算法发展为有监督的学习算法, 提出了一种正交判别的线性局部切空间排列算法。该算法首先利用样本数据的类别信息计算类间散度矩阵, 然后再通过对原算法的目标函数进行修改来建立新的优化问题。在解出投影子空间的基础上, 再通过进行正交化来得到投影的正交子空间。在两个标准人脸数据库上进行的实验表明, 由于该算法使用了局部切空间来表示数据样本所在流形的局部几何结构, 不仅融合了判别信息和正交化技术, 并且兼顾了局部几何结构和判别结构的保持, 因此提高了识别能力。

关键词 人脸识别 正交判别的线性局部切空间排列 流形学习 子空间

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)11-2311-05

Face Recognition Using Orthogonal Discriminant Linear Local Tangent Space Alignment

LI Yong-zhou, LUO Da-yong, LIU Shao-qiang

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410075)

Abstract In order to develop linear local tangent space alignment to supervised learning algorithm, an algorithm called orthogonal discriminant linear local tangent space alignment is proposed. The algorithm makes use of class information of the data samples to compute the interclass scatter matrix. Then we modify the objective function of the original algorithm, constructing the new optimization problem. Moreover, on this basis, the algorithm orthogonalizes the subspace to obtain the orthogonal one. The effectiveness of the algorithm has been verified on two standard face databases. With local tangent space representing for local geometrical structure of the manifold of the data samples, the algorithm fuses discriminant information and orthogonal technique to preserve the local geometrical structure and discriminant structure, and the algorithm improves the recognition performance.

Keywords face recognition, orthogonal discriminant linear local tangent space alignment, manifold learning, subspace

1 引言

人脸识别是计算机视觉中一个充满挑战的研究领域, 使用流形学习方法进行人脸识别是这一领域的重要研究方向。回顾流形学习的发展历史, 可知局部线性嵌入 (locally linear embedding, LLE)^[1] 和等距映射 (isometric map, Isomap)^[2] 于 2000 年在

Science 上的发表, 是指引流形学习发展的两大代表方法。Belkin 和 Niyogi 在 2003 年提出了拉普拉斯特征映射 (Laplacian eigenmap, LE)^[3], 他们将流形学习放到黎曼几何的范畴内进行了完整的几何分析。在这些理论的基础上, 流形学习获得了快速的发展, 局部保持投影 (locality preserving projections, LPP)^[4]、局部切空间排列 (local tangent space alignment, LTSA)^[5] 等方法随后相继被提出。LTSA

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60776834)

收稿日期: 2008-01-13; 改回日期: 2008-09-30

第一作者简介: 李勇周 (1971 ~), 男。中南大学信息科学与工程学院模式识别与智能系统专业博士研究生。主要研究方向为模式识别、智能算法、信号处理等。E-mail: lyz872004@163.com

算法是基于局部切空间的流形学习方法,它是先通过逼近每一个样本点的切空间来构建低维流形的局部几何;然后用局部切空间排列求出整体低维嵌入坐标。文献[6]证明了局部切空间可以用局部样本协方差矩阵的特征向量表示,这样就将求取局部切空间中的投影坐标的问题转化为局部主成分分析问题,即用切坐标来表示流形的局部几何,那么对于流形任一点处的切空间来说,因为它是线性的,所以就可以进行线性变换,进而求出主子空间中的坐标。求取子空间坐标时,首先求出每一个样本点的局部散度矩阵,并通过对它进行特征值分解来得到局部主成分,然后向主成分投影,即得到样本点的低维局部坐标。假设样本点的低维整体嵌入坐标可以由局部坐标经平移、旋转、伸缩变换得到,那么,最终通过数学推导,整体嵌入坐标的求解问题就可以转化为矩阵的特征值求解问题。线性局部切空间排列(linear local tangent space alignment, LLTSA)^[7]是非线性局部切空间排列的线性近似,它先将每一个样本点邻域的切空间表示为流形的局部几何,再经线性映射实现样本数据从高维空间降维到低维空间,最终将整体嵌入坐标的求解问题转化为矩阵的广义特征值的求解问题。

数据样本的类别信息对于人脸识别是非常重要的资源,但是 LLTSA 算法是非监督的学习方法,没有充分利用类别信息。为了提高算法的识别能力,需要对 LLTSA 算法的目标函数进行修改,以增加有关判别信息的限定,使原来无监督的学习方法发展为有监督的学习方法。而且为了提高数据的重建能力,算法应将解出的人脸子空间正交化,可称这种流形学习算法为正交判别的线性局部切空间排列(orthogonal discriminant linear local tangent space alignment, ODLTSA)。

2 线性局部切空间排列

人脸空间可以看作是嵌入图像空间的子空间。设人脸流形为 M^d , 图像空间为 R^D 。在人脸流形上取 m 个样本点 $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, 线性局部切空间排列算法就是寻找转换矩阵 A , 使投影以后的采样点为 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, $d < D$, 且满足线性映射 $Y = A^T X H_m$, 这里 $H_m = I - ee^T/m$, e 是元素都是 1 的 m 维的列向量。

设每个样本点 x_i 的最近邻 k 个点为 $X_i = (x_i^1,$

$x_i^2, \dots, x_i^k)$, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, s_i 是 0-1 选择矩阵, 且满足 $Y_i = Y s_i$ 。为了保持流形的局部几何结构, 应使数据的重建误差 E_i 最小, 那么 LLTSA 算法的目标函数为

$$\arg \min_Y \sum_i \|E_i\|^2 = \arg \min_Y \|YSW\|^2 \\ = \arg \min_Y \text{tr}(YSWW^T S^T Y^T) \quad (1)$$

其中, $E_i = Y_i w_i = Y s_i w_i$, $S = [s_1, \dots, s_m]$, 并且 $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_m)$ 。 w_i 为

$$w_i = H_k (I - V_i V_i^T) \quad (2)$$

其中 V_i 是与 $X_i H_m$ 的第 d 个最大奇异值对应的右奇异向量。为了唯一确定 Y , 应限定 $YY^T = I_d$, 其中 I_d 是单位矩阵。如果考虑映射 $Y = A^T X H_m$, 那么目标函数就可以转化为如下形式:

$$\begin{cases} \arg \min_Y \text{tr}(A^T X H_m B H_m X^T A) \\ A^T X H_m X^T A = I_d \end{cases} \quad (3)$$

其中, $B = S W W^T S^T$ 。若使用拉格朗日乘子法, 则最优的投影向量可通过求解如下广义特征值问题得到

$$X H_m B H_m X^T a = \lambda X H_m X^T a \quad (4)$$

如果与特征值 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_d$ 对应的特征向量为 $a_1, a_2, \dots, a_d$, 则 LLTSA 算法的转换矩阵为

$$A = (a_1, a_2, \dots, a_d) \quad (5)$$

LLTSA 算法是无监督的学习算法, 它没有利用样本的类别信息。

3 正交判别线性局部切空间排列

为了充分利用类别信息来提高算法的识别能力, 本文使用类间散度矩阵对 LLTSA 算法的目标函数的限制条件进行修改。假设样本数据 x_i 属于 c 类 $\{X_1, X_2, \dots, X_c\}$ 中的一类, 那么 $u = (1/m) \sum_{i=1}^m y_i$, $u_i = (1/n_i) \sum_{y_i \in X_i} y_i$, u 是投影后所有样本的均值向量, u_i 是投影后第 i 类样本的均值向量, n_i 是第 i 类样本的数目。令 $Z = (z_1, z_2, \dots, z_m) = X H_m$, 又因为 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m) = A^T X H_m$, 故 $y_i = A^T z_i$, 则类间散度矩阵为

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^c n_i (u_i - u) (u_i - u)^T \\ &= \sum_{i=1}^c n_i \left\| (1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} A^T z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m A^T z_i \right\|^2 \\ &= \sum_{i=1}^c n_i \text{tr} \left\{ \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} A^T z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m A^T z_i \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} A^T z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m A^T z_i \right)^T \right\} \\ &= \text{tr} \left\{ A^T \sum_{i=1}^c \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m z_i \right) \right. \\ & \quad \left. \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m z_i \right)^T A \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

令 $S_B = \sum_{i=1}^c \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m z_i \right) \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m z_i \right)^T$, 称 S_B 为 ODLLTSA 算法的类间散度矩阵。为了使不同类别的样本能更好地被识别,需要使式(6)最大,即

$$\begin{aligned} & \max \text{tr} \left\{ A^T \sum_{i=1}^c \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m z_i \right) \right. \\ & \quad \left. \left((1/n_i) \sum_{x_k \in X_i} z_k - (1/m) \sum_{i=1}^m z_i \right)^T A \right\} \\ &= \max \text{tr}(A^T S_B A) \quad (7) \end{aligned}$$

为了既能保持局部几何结构,又能使类间散度矩阵最大,需要得到判别的线性局部切空间排列 (discriminant linear local tangent space alignment, DLLTSA) 的优化问题

$$\begin{cases} \min \text{tr}(A^T XH_m BH_m X^T A) \\ \max \text{tr}(A^T S_B A) \end{cases} \quad (8)$$

如果由式(8)得到 DLLTSA 算法的目标函数

$$J(A) = \frac{\text{tr}(A^T XH_m BH_m X^T A)}{\text{tr}(A^T S_B A)} \quad (9)$$

那么上式即转化为如下的广义特征值问题:

$$XH_m BH_m X^T a_i = \lambda_i S_B a_i, \text{ 且 } \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_d \quad (10)$$

DLLTSA 算法的转换矩阵为 $A = (a_1, a_2, \dots, a_d)$ 。

因为矩阵 A 中的投影向量不是正交向量,为了得到正交子空间,可使用 Gram-Schmidt 正交法将它们正交化。令 $c_1 = a_1$,

$$c_i = a_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{c_j^T a_i}{c_j^T c_j} c_j \quad i = 2, 3, \dots, d \quad (11)$$

令 $h_{j,i} = \frac{c_j^T a_i}{c_j^T c_j}$, 由式(11)可知, $c_i = a_i -$

$\sum_{j=1}^{i-1} h_{j,i} c_j$ 。令 $C = AH$, H 为上三角矩阵,则 ODLLTSA 算法的目标函数为

$$J(C) = J(AH) = \frac{\text{tr}(H^T A^T XH_m BH_m X^T AH)}{\text{tr}(H^T A^T S_B AH)} \quad (12)$$

由此可知, $C = (c_1, c_2, \dots, c_d)$ 就是 ODLLTSA 算法所求的转换矩阵。

ODLLTSA 算法的实现步骤如下:

输入:样本数据 $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, 最近邻点的个数 k , 降维后的维数 d , 样本类别标记

输出:转换矩阵 $C = (c_1, c_2, \dots, c_d)$

① 根据最近邻点的个数 k , 计算点 $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的最近邻 k 个点 $X_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^k)$;

② 对 $X_i H_m$ 进行奇异值分解, 将它的 d 个最大奇异值对应的右奇异向量组成 V_i , 计算 $W_i = H_m (I - V_i V_i^T)$;

③ 计算排列矩阵 B ;

④ 计算 ODLLTSA 算法的类间散度矩阵 S_B ;

⑤ 求解广义特征值问题 $XH_m BH_m X^T a_i = \lambda_i S_B a_i, \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_d$, 得到 $A = (a_1, a_2, \dots, a_d)$;

⑥ 正交化 $A = (a_1, a_2, \dots, a_d)$, 计算 $C = AH$;

⑦ 输出 $C = (c_1, c_2, \dots, c_d)$ 。

4 实验和分析

为了验证正交判别线性局部切空间排列算法——ODLLTSA 算法的效果,采用 ORL^[8] 和 YaleB^[9] 人脸数据库作为样本数据进行了识别实验,并将 ODLLTSA 算法与 LTSA, LLTSA, DLLTSA, 线性判别分析 (LDA)^[11]、主成分分析 (PCA)^[12] 方法的识别结果进行了比较。

实验前,首先对实验所用的人脸图像进行预处理^[10],即先根据眼睛的位置配准图像,使得所有图像的左眼中心和右眼中心都重合;然后将所有实验图像裁剪且缩放为 32×32 。实验时,先在训练样本数据上求出投影矩阵,然后将测试样本数据投影到低维子空间;最后用分类器来进行识别。同时调整所有参数到最佳,最近邻点的个数 $k = d - 1$, 其中 d 表示降维子空间的维数,实验是使用最近邻分类器完成最后的分类,最终的识别率取实验的平均值。

ORL 人脸库数据库包括 40 类共 400 张人脸图像,实验时,从每类人脸图像中随机选取 $i (i = 2, 3, 4, 5)$ 张图像作为训练集,剩下的作为测试集,重复进行 20 次测试训练,共获得 20 对不同的训练集和测试集,分别以 2Train, 3Train, 4Train, 5Train 表示,最后的识别率取 20 次实验的平均值。表 1 给出了实验的平均最高识别率及其对应的维数,图 1 是各算法的识别率曲线与维数的关系。

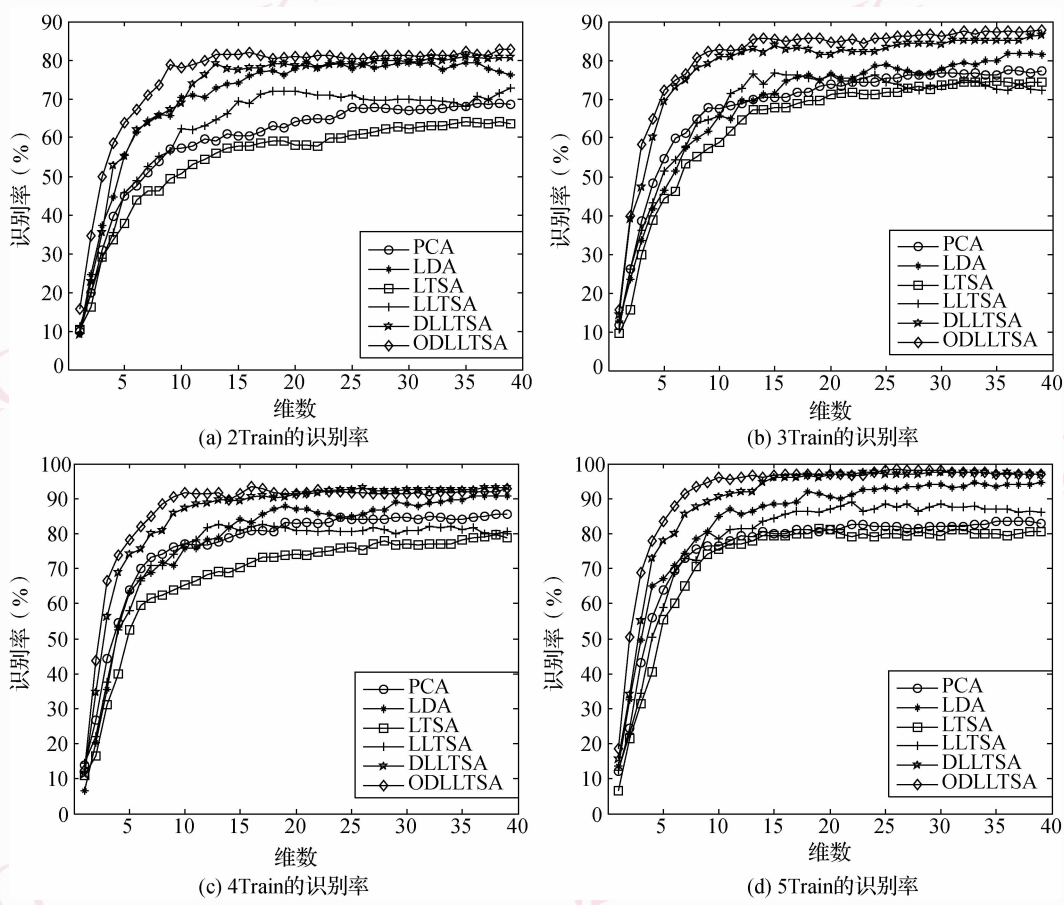


图 1 在 ORL 数据库上算法的识别性能比较

Fig. 1 Comparison of algorithm performance on the ORL database

表 1 在 ORL 数据库上不同算法的
最高识别率

方法	最高平均识别率(%)			
	2Train	3Train	4Train	5Train
PCA	68.8(36)	77.5(36)	85.4(38)	83.5(35)
LDA	79.7(21)	81.8(25)	90.8(36)	94.5(33)
LTSA	64.1(35)	74.6(25)	79.6(38)	81.5(19)
LLTSA	72.8(39)	76.8(15)	82.5(13)	89(22)
DLLTSA	80.9(35)	86.6(26)	92.6(36)	97.5(23)
ODLLTSA	82.8(32)	87.9(39)	93.6(16)	98.5(26)

YaleB 人脸数据库包括 28 类共计16 128张人脸图像,实验时从每类人脸图像中随机选取 $j(j=6, 12)$ 张图像作为训练集,余下的作为测试集,重复进行 30 次测试训练,共获得 30 对不同的训练集和测试集,分别以 6Train,12Train 表示,实验的识别率取

30 次实验的平均值。表 2 给出了实验的平均最高识别率与对应的维数,图 2 是各算法对 YaleB 数据库的识别率曲线。

表 2 在 YaleB 数据库上不同算法
的最高识别率

方法	最高平均识别率(%)	
	6Train	12Train
PCA	30.2(186)	46.3(378)
LDA	65.2(37)	76.4(37)
LTSA	38.9(36)	54.3(36)
LLTSA	55.4(49)	72.1(50)
DLLTSA	63(37)	75.4(37)
ODLLTSA	67.6(37)	78.5(37)

通过分析以上的实验数据可知,ODLLTSA 算法在识别性能上具有比较明显的优势。PCA 和 LDA

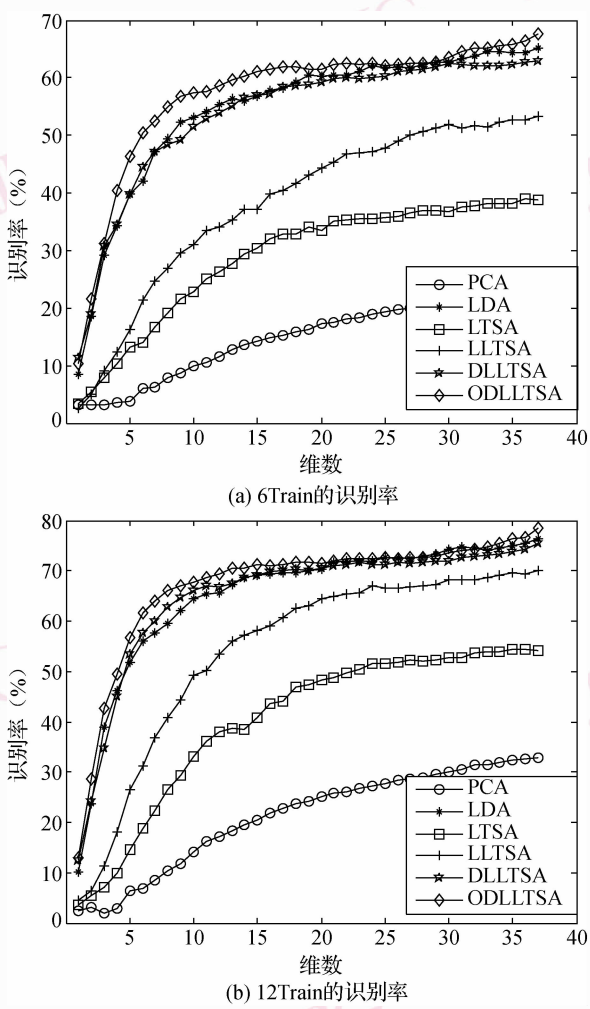


图 2 在 YaleB 数据库上算法的识别性能比较

Fig. 2 Comparison of algorithm performance on the YaleB database

算法都注重于保持欧氏空间的全局结构,分别是全局的几何结构和全局的判别结构,然而忽视了对流形局部结构的保持。在某种意义上而言,局部结构比全局结构更重要。LTSA 和 LLTSA 算法从本质上讲,都是无监督的学习方法,虽然它们都致力于保持流形的局部结构,但是在识别性能上仍无法与相应的有监督的学习方法相比,这是 DLLTSA 算法的识别率高于 LTSA 和 LLTSA 算法的原因所在,可是 DLLTSA 算法解得的子空间是非正交的,其对流形的描述仍然不够细致。ODLLTSA 算法既保持了流形的局部结构,又充分地利用了类别信息,而且可以将求解得到的人脸子空间正交化,这使 ODLLTSA 算法用于数据的重建更加方便和准确。

5 结 论

本文提出的流形学习算法——ODLLTSA,可以看作是 LLTSA 算法的线性扩展,在标准人脸数据库上进行的识别对比实验验证了算法的正确和有效性。ODLLTSA 算法不但保持了流形的局部几何结构,也保持了判别结构,并且给出了一种比较简单的求解正交子空间的计算方法。由于算法的识别精度与邻域点个数、特征提取的维数等参数有关,因此如何调整这些参数,仍然需要进一步研究。ODLLTSA 算法是线性的,可以使用核方法把它发展为非线性的学习方法。

参考文献 (References)

- Roweis S, Saul L. Nolinear dimensionality reduction by loacally linear embedding[J]. Science, 2000, **290** (5500):2323-2326.
- Tenenbaum J B, Silva V de, Langford J C. A global geometric framework for nolinear dimensionality reduction[J]. Science, 2000, **290** (5500): 2319-2323.
- Belkin M, Niyogi P. Laplacian Eigenmaps and Spectral Techniques for Embedding and Clustering [EB/OL]. <http://books.nips.cc/nips18.html>, 2008-07-20.
- He X, Yan S, Hu Y, et al. Face recognition using Laplacianfaces [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, **27** (3):328-340.
- Zhang Z, Zha H. Principle manifolds and nolinear dimensionality reduction via local tangent space alignment[J]. SIAM Journal of Scientific Computing, 2004, **26** (1):313-338.
- Min W L, Lu L, He X F. Locality pursuit embedding[J]. Pattern Recognition, 2004, **37** (4):781-788.
- Zhang T, Yang J, Zhao D, et al. Linear local tangent space alignment and application to face recognition [J]. Neurocomputing, 2007, **70** (7-9):1547-1553.
- AT&T laboratories Cambridge. The ORL Database Faces[DB/OL]. <http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html>, 2008-07-20.
- Lee Kuang chih. The Extended Yale Face Database B [DB/OL]. <http://vision.ucsd.edu/~leekc/ExtYaleDatabaseB.html>, 2008-07-20.
- Zhang Lingyun. Face Alignment[CP/OL]. <http://lingdian.ucsd.edu/research/codes/facealign/facealign.html>, 2008-07-20.
- Belhumeur P N, Hepanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs Fishfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, **19** (7):711-720.
- Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition[J]. Cognitive Neuroscience, 1991, **3** (1):71-86.