

声矢量阵相干源方位估计算法

梁国龙, 张柯, 王逸林, 范展

(哈尔滨工程大学水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

摘要: 基于声矢量阵的质点速度场平滑(Particle Velocity Field Smoothing, PVFS)算法是一种有效的解相干算法, 但是当存在大量相干源时, 该算法性能急剧下降甚至失效。在 PVFS 算法的基础上, 提出了矩阵平方平滑 (Matrix Square Smoothing, MSS)-PVFS 算法, 该算法是对 PVFS 算法的改进, 通过对 PVFS 算法构造的数据协方差矩阵进行平方、矩阵分块以及矩阵块间交叉相乘等数学运算, 增强了 PVFS 算法解相干的能力, 并大大增加了其分辨相干源的数目。计算机仿真结果表明, MSS-PVFS 算法的效果与空间平滑(Spatial Smoothing, SS)-PVFS 算法大致相同, 但在低信噪比条件下, 该方法具有更高的 DOA 估计精度。

关键词: 声矢量阵; 质点速度场平滑; 矩阵平方平滑; 相干源; 波达方向估计

中图分类号: TB556

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2013)-06-0464-05

DOI 编码: 10.3969/j.issn1000-3630.2013.06.004

DOA estimation of coherent signals based on acoustic vector array

LIANG Guo-long, ZHANG Ke, WANG Yi-lin, FAN Zhan

(Science and Technology on Underwater Acoustic Laboratory Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang, 150001, China)

Abstract: PVFS (Particle Velocity Field Smoothing) algorithm based on acoustic vector sensor array is an effective decorrelation algorithm. However, the performance will seriously degrade or even fails when there are a large number of coherent sources. Based on PVFS, the MSS (Matrix Square Smoothing) algorithm is proposed as the amelioration of PVFS. The proposed algorithm first squared and partitioned the data covariance matrix constructed by PVFS. Then, the partitioned matrix was cross-multiplied by each other. Finally, the decorrelation ability of PVFS algorithm was enhanced and more coherent sources can be distinguished. Computer simulation indicated that the proposed algorithm achieved a similar performance as the Spatial Smoothing PVFS algorithm. Moreover, the DOA estimation accuracy of the proposed algorithm was much higher when the signal-to-noise ratio was low.

Key words: acoustic vector array; particle velocity field smoothing; matrix square smoothing; coherent source; DOA estimation

0 引言

相干源使阵列协方差矩阵的秩发生亏损, 导致诸如 MUSIC^[1]、ESPRIT^[2]等传统的 DOA 估计算法失效。Evans 等人首先提出空间平滑技术^[3](Spatial Smoothing Techniques, SST)进行去相干处理, 但是该预处理方法是以牺牲有效的空间阵列孔径为代价的。在此基础上, 文献[4]提出了前后向空间平滑算法, 使得阵列孔径损失减小。文献[5]提出了一种平方空间平滑算法, 该算法将子阵协方差矩阵平

方, 然后进行平滑处理, 提高了空间平滑算法的 DOA 估计性能。文献[6]提出了改进空间平滑 (Improved Spatial Smoothing, ISS)算法, 该算法运用各子阵间的互相关矩阵进行空间平滑处理, 得到的修正空间平滑矩阵提高了信噪比, 从而获得了更高的相干源 DOA 估计性能。文献[7]提出了改进的 MUSIC (Modified Music, MMUSIC)算法, 该算法其实是前后向空间平滑算法的一个特例, 虽然该算法在去相干的过程中没有阵列孔径损失, 但是它最多只能分辨两个相干源。文献[8]把 MMUSIC 算法直接运用到声矢量阵中, 该方法克服了相干源估计的左右舷模糊, 但其最大的相干源分辨数目仍然是两个。针对声矢量阵, 文献[9]提出了质点速度场平滑 (Particle Velocity Field Smoothing, PVFS)算法, 该算法在不损失阵列孔径的情况下, 运用前后向空间平

收稿日期: 2013-03-04; 修回日期: 2013-05-07

基金项目: 国家自然科学基金(51279043、51209059、61201411)和水声技术国家级重点实验室基金资助项目(9140C200203110C2003)

作者简介: 梁国龙(1964), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为水声信号处理、水下定位导航、水下目标探测。

通讯作者: 王逸林, E-mail: Wang10.W10@gmail.com

滑理论，把声矢量阵的声压通道与振速通道当做子阵进行平滑处理，从而达到解相干的目的，该算法具有较高的相干源 DOA 估计精度，其最大的相干源分辨数目与矢量阵声压与振速通道的数目有关，该文献指出，PVFS 算法与空间平滑技术相结合的 SS-PVFS(本文涉及到的空间平滑技术都是在 2 个子阵的情况下进行的)算法，拥有更强的解相干能力，并且能够分辨更多的相干源。

本文对 PVFS 算法进行了改进，提出了 MSS-PVFS 算法，该算法对 PVFS 构造的协方差矩阵进行一定的数学运算，提高了 PVFS 算法的解相干能力并大大地增加了其分辨相干源的数目，在低信噪比情况下，与 SS-PVFS 算法相比，MSS-PVFS 算法拥有更高的相干源 DOA 估计精度。

1 声矢量阵输出模型

考虑二维平面情况下， M 元均匀声矢量线阵，阵元间隔为 d ，且假设均为各向同性阵元，放置于各向同性的均匀流体介质中，阵列远场中以在线阵轴线的法线为参考的 $\theta_k(k=1, 2, \dots, N)$ 处有 K 个波长为 λ 的窄带平面波入射，则第 m 个阵元的输出为

$$\mathbf{z}_m(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_m(\theta_k) \mathbf{h}_k s_k(t) + \mathbf{n}_m(t) \quad (1)$$

式中：

$$\mathbf{h}_k = [1, u_k, v_k]^T = [1, \cos \theta_k, \sin \theta_k]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{n}_m(t) = [n_{pm}(t), n_{xm}(t), n_{ym}(t)]^T \quad (3)$$

$\mathbf{a}_m(\theta_k)$ 为阵元 m 对于第 k 个空间信号的声压响应系数， \mathbf{h}_k 为 k 个声源信号在单个矢量水听器上的单位幅度响应，第 $s_k(t)$ 为第 k 个信号的振幅， $\mathbf{n}_m(t)$ 为第 m 个阵元声压和振速通道接收到的加性高斯白噪声。

用 $\mathbf{Z}(t)$ 表示阵列输出的列向量，则

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

式中：

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{N}(t) = [n_p(t), n_{vx}(t), n_{vy}(t)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{h}_1 \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{h}_2 \otimes \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{h}_K \otimes \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (7)$$

式(6)中：

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_p &= [n_{p1}, n_{p2}, \dots, n_{pM}]^T \\ \mathbf{n}_{vx} &= [n_{vx1}, n_{vx2}, \dots, n_{vxM}]^T \\ \mathbf{n}_{vy} &= [n_{vy1}, n_{vy2}, \dots, n_{vyM}]^T \end{aligned} \quad (8)$$

式(7)中： $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j\beta_k}, \dots, e^{-j(M-1)\beta_k}]^T$ ， $k=1, \dots, K$ ，为第 k 个信源的导向矢量，信源波数 β_k 为

$$\beta_k = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_k \quad (9)$$

2 PVFS 算法及改进算法的提出

通过选用适当的子阵选择矩阵 $\mathbf{J}_i = [\mathbf{O}_{M, M \times (i-1)}; \mathbf{I}_M; \mathbf{O}_{M, M(3-i)}]$ ， $i=1, 2, 3$ ，其中， $\mathbf{O}_{M, N}$ 表示一个 $M \times N$ 的零矩阵， \mathbf{I}_M 表示一个 M 维的单位阵，把接收到的阵列输出分成三个子阵，则可得到：

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{A}, \quad i=1, 2, 3 \quad (10)$$

$$\mathbf{Z}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{Z}, \quad i=1, 2, 3 \quad (11)$$

式(10)也可以写为

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{A}_i \Phi_i, \quad i=1, 2, 3 \quad (12)$$

$$[\Phi_i]_{k,k} = \begin{cases} 1 & i=1, \forall k \\ u_k & i=2, \forall k \\ v_k & i=3, \forall k \end{cases} \quad (13)$$

式(13)中： Φ_i 是以对角线元素为 $\{[\Phi_i]_{k,k}, k=1, \dots, K\}$ 的对角阵。

由式(11)可得数据协方差子阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_i = \mathbf{Z}_i \mathbf{Z}_i^H &= \mathbf{A}_i \left[\sum_{j=1}^N s(t_j) s(t_j)^H \right] \mathbf{A}_i^H + \\ & \underbrace{\sum_{j=1}^N \mathbf{N}_i(t_j) \mathbf{N}_i(t_j)^H}_{\mathbf{R}_{N_i}}, \quad i=1, 2, 3 \end{aligned} \quad (14)$$

定义 \mathbf{R}_f 为前向 PVFS 算法的数据协方差矩阵：

$$\mathbf{R}_f = \sum_{i=1}^3 \mathbf{R}_i \quad (15)$$

其后向 PVFS 算法的数据协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_b = \sum_{i=1}^3 \Pi \mathbf{R}_i^* \Pi \quad (16)$$

式(16)中： $*$ 表示复共轭， Π 表示一个 $M \times M$ 的置换矩阵：

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

由式(14)和(15)可得前后向 PVFS 算法的数据协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{R}_f + \mathbf{R}_b}{2} \quad (18)$$

基于式(18)，即使在入射信号中存在相干源的情况下，运用传统的 MUSIC 算法就能够实现入射信号的 DOA 估计。

其实，该算法是把声矢量阵声压通道和两个正交的振速通道的数据协方差矩阵作为 3 个子阵，运

用前后向平滑技术来实现声矢量阵的相干源 DOA 估计。该算法的最大特点是在不损失阵列孔径的情况下, 实现多个相干源的 DOA 估计。但是, 当相干源数目增多时, 其 DOA 估计精度将有所下降, 即其解相干能力随着相干源数目的增加而减弱, 并且该算法的最大相干源分辨数目受到矢量水听器通道数目的限制, 以本文为例, PVFS 最多可分辨 5 个相干源, 在水声多途情况下, 往往有大量相干源存在, 这就需要进一步增加声矢量阵分辨相干源的数目以及增强其解相干的能力。

对 PVFS 算法构造的数据协方差矩阵 \mathbf{R} 做以下数学处理:

$$\mathbf{R}^s = \mathbf{R}^2 \tag{19}$$

$$\mathbf{R}_{pq}^s = \mathbf{R}^s(p:M+i-2, q:m+q-2) \tag{20}$$

$$\mathbf{R}_{MSS} = \mathbf{R}_{11}^s + \mathbf{R}_{22}^s + \mathbf{R}_{12}^s + \mathbf{R}_{21}^s + ((\mathbf{R}_{11}^s)^2 + (\mathbf{R}_{22}^s)^2 + \mathbf{R}_{11}^s \mathbf{R}_{22}^s + \mathbf{R}_{12}^s \mathbf{R}_{21}^s) / M^2 \tag{21}$$

式(19)在做平滑处理之前对数据协方差矩阵 \mathbf{R} 进行平方, 这样可提高相干源的 DOA 估计性能^[5], 式(20)对平方后的数据矩阵进行了分块, 实质上, 所得 $M-1$ 维分块矩阵对 $M-1$ 个阵元组成子阵的输出信息进行数学处理后的结果, 式(21)充分利用了子阵输出自相关性及互相关性进行解相干处理^[6], 所得到的数据矩阵 \mathbf{R}_{MSS} 提高了信噪比, 因此提高了相干源的 DOA 估计精度。本文方法的主要优势是充分利用子阵自相关和互相关的信息来提高其解相干能力及相干源 DOA 估计精度。对所得到的数据矩阵 \mathbf{R}_{MSS} 运用传统的子空间类算法即可实现相干源的 DOA 估计。

由式(20)、(21)可以看出, 所得的数据矩阵 \mathbf{R}_{MSS} 是 $M-1$ 维, 导致了阵列孔径的损失。与 SS-PVFS 算法相同, 本文算法也是以牺牲阵列孔径来提高其解相干能力, 与其不同的是, 在低信噪比的条件下, 本文算法具有更高的 DOA 估计精度。

3 计算机仿真

假设声矢量阵沿 x 轴以 $d=\lambda/2$ 等间距布放, 其中 λ 为声信号在水中的波长, 阵元个数为 8。定义 DOA 估计的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)如下:

$$RMSE(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{\Omega} (\hat{\theta}_k - \theta_k)^2} \tag{22}$$

式中: $\hat{\theta}_k$ 表示每次运算得到的入射信号的 DOA 估计值, Ω 为蒙特卡罗次数, 以下仿真中, $\Omega=100$, 快拍数为 256。

仿真 1: 假设 3 个等功率的窄带信号分别从方位角 -20° 、 5° 、 20° 方向入射到均匀线阵上, 前两个是相干信号。

由图 1 可以看出, 在 $SNR=10\text{dB}$ 时, 四种算法都能准确地估计出入射信号的 DOA, 其中, SS-PVFS 算法与本文算法的“谱峰”最高, 这表明当有相干源存在时, SS-PVFS 算法与本文算法构造的数据矩阵使得信号子空间与噪声子空间具有更强的正交性。在图 2 中可以看出, 当 SNR 大于 -4dB 时, 四种算法的估计精度大致相同, 但当 SNR 小于 -4dB 时, 本文算法具有更高的 DOA 估计精度。在图 3 中, $SNR=-10\text{dB}$, 其它三种算法“谱峰”下降明显, 而本文算法仍然具有较高“谱峰”, 能够清晰地分辨出三个目标。

仿真 2: 假设 3 个等功率窄带信号全相干, 其它条件同上。

由图 4 可以看出, MMUSIC 算法几乎失效, 与图 1 相比, PVFS 算法的“谱峰”有所降低, 而 SS-PVFS 算法与本文算法仍具有较高“谱峰”。从图 5 中可以看出, 由于数据协方差矩阵的秩亏损, MMUSIC 算法的 DOA 估计精度严重下降, 在高信

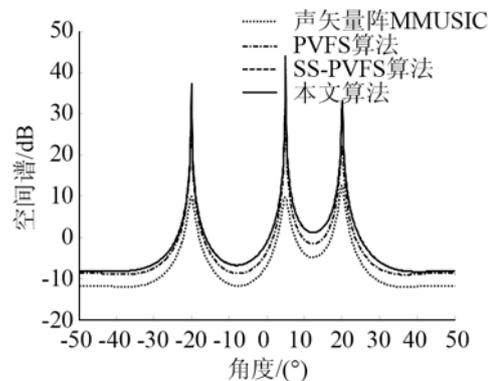


图 1 $SNR=10\text{dB}$, 存在 2 个相干源时三种算法的空间谱估计
Fig.1 Spatial spectrum estimation of three algorithms in the case of two coherent signals ($SNR=10\text{dB}$)

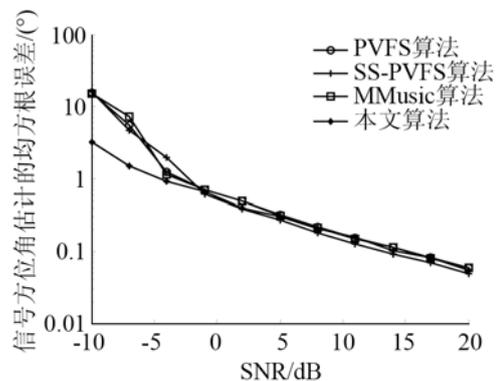


图 2 存在两个相干源情况下四种算法 DOA 估计的 RMSE
Fig.2 RMSE of DOA estimation via four algorithms in the case of two coherent signals

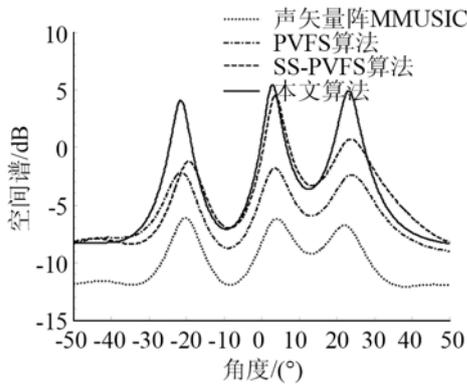


图 3 SNR=-10dB 时，存在两个相干源时三种算法的空间谱估计
Fig.3 Spatial spectrum estimation of three algorithms in the case of two coherent signals(SNR=-10dB)

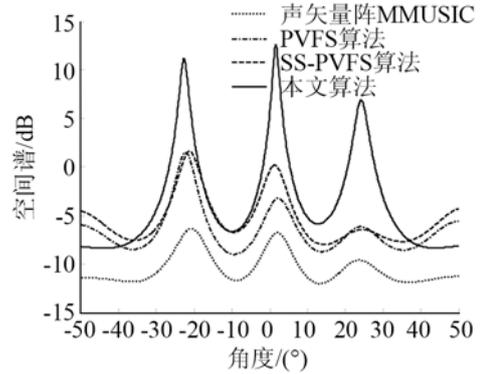


图 6 SNR=-10dB 时，三个相干源情况下三种算法的空间谱估计
Fig.6 Spatial spectrum estimation of three algorithms when SNR=-10dB

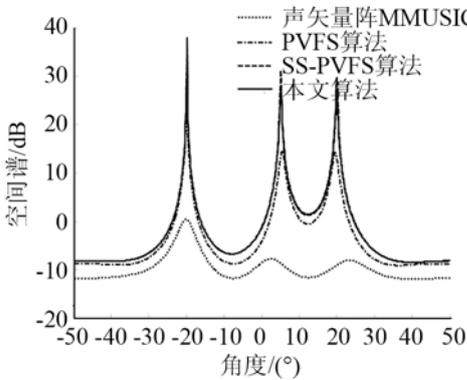


图 4 SNR=10dB 时，三个相干源情况下三种算法的空间谱估计
Fig.4 Spatial spectrum estimation of three algorithms in the case of three coherent signals(SNR=10dB)

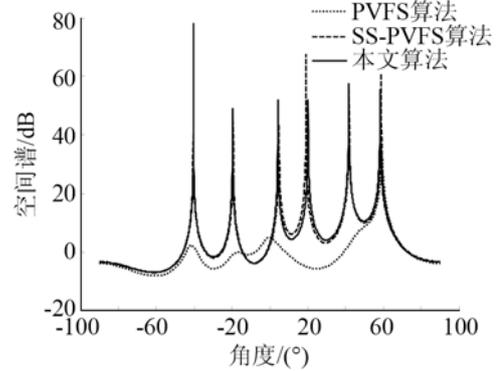


图 7 SNR=10dB 时，六个相干源情况下三种算法的空间谱估计
Fig.7 Spatial spectrum estimation of three algorithms in the case of six coherent signals(SNR=10dB)

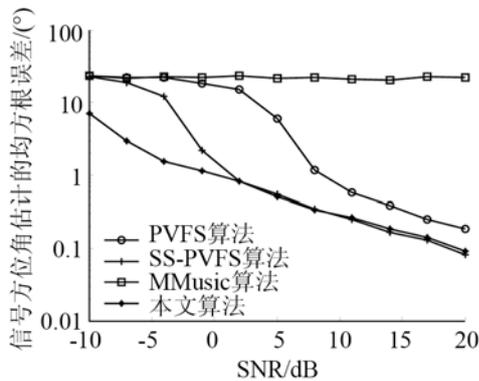


图 5 三个相干源情况下四种算法 DOA 估计的 RMSE
Fig.5 RMSE of DOA estimation via four algorithms in the case of three coherent signals

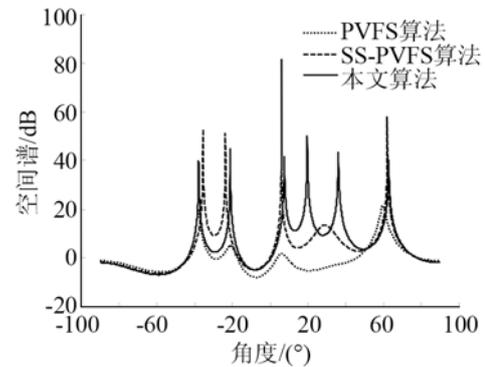


图 8 SNR=0dB 时，六个相干源情况下三种算法的空间谱估计
Fig.8 Spatial spectrum estimation of three algorithms in the case of six coherent signals(SNR=0dB)

噪比的情况下，其性能也没有任何改善。由于相干源的增多，SS-PVFS 算法和本文算法的 DOA 估计精度明显高于 PVFS 算法，这表明 SS-PVFS 算法和本文算法具有更强的解相干能力。另外，当 SNR 小于 2dB 时，本文算法的 DOA 估计精度远远高于 SS-PVFS 算法。从图 6 中也可以看出，在低信噪比情况下，本文算法对相干源具有更高的分辨能力。

仿真 3：6 个等功率且完全相干的窄带信号分别从方位角-40°、-20°、5°、20°、40°、60°入射到

均匀线阵上，其他条件不变。

在图 7 中，SNR=10dB，由于相干源数目大于 5，PVFS 算法已经失效，而 SS-PVFS 算法与本文算法可以清晰地分辨出 6 个相干源，这表明本文算法和 SS-PVFS 算能够处理更多的相干源。从图 8 中可以看出，当 SNR=0dB 时，本文算法仍然能够分辨出 6 个相干源目标，而 SS-PVFS 算法已经失效，这表明在低信噪比时，本文算法对多个相干源 DOA 估计的性能更好。

表 1 不同阵元数情况下三种算法分辨相干源的数目
 Table 1 The amount of coherent sources distinguished by three algorithms for different number of array elements

阵元数目	可分辨相干源数目			
	MMUSIC	PVFS	SS-PVFS	本文算法
5	2	4	3	3
6	2	5	4	4
7	2	5	5	5
8	2	5	6	6
9	2	5	7	7
10	2	5	8	8

表 1 比较了在不同声矢量阵元数的情况下, 三种算法能够分辨的最大相干源数目, 从表中可以看出, 当阵元数多于 7 个的情况下, 本文算法与 SS-PVFS 能够分辨更多的相干源。

4 结 论

本文提出了一种改进的 PVFS 算法, 该算法对 PVFS 构造的数据协方差矩阵进行有效的数学处理, 增强了 PVFS 算法的解相干能力并大大地增加了相干源分辨数目, 其解相干能力与 SS-PVFS 算法大致相同, 但是在低信噪比条件下, 本文算法具有更高的 DOA 估计精度, 在水声多途情况下, 本文算法具有更高的应用价值。

参 考 文 献

- [1] 卢海杰, 章新华, 熊鑫. MUSIC 与 MNM 在均匀圆阵的方位估计性能比较[J]. 声学技术, 2010, **29**(6): 642-646.
 LU Haijie, ZHANG Xinhua, XIONG Xin. Research on the DOA performances of MUSIC and MNM with uniform circular array[J]. Technical Acoustics, 2010, **29**(6): 642-646.
- [2] 王旭虎, 陈建峰, 韩晶, 等. 基于 ESPRIT 算法的矢量水听器阵方位估计性能分析[J]. 系统工程与电子技术, 2013, **35**(3): 481-486.
 WANG Xuhu, CHEN Jianfeng, HAN Jing, et al. Performance analysis of DOA estimation of vector hydrophone array based on ESPRIT algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013; **35**(3): 481-486.
- [3] 邓琦新, 周围, 杜晓雷, 等. 前向平滑 MUSIC 算法及其 FPGA 设计[J]. 山西电子科技, 2012, **10**(6): 45-47.
 DENG Qixin, ZHOU Wei, DU Xiaolei, et al. Forward smoothing MUSIC algorithm and its FPPA design. Shandong Electronic Technology, 2012, **10**(6): 45-47.
- [4] 叶利民, 邓大新. 一种改进的基于矢量水听器阵列的相干信号方位估计[J]. 海军工程大学学报, 2011, **23**(2): 90-93.
 YE Limin, DENG Daxin. An improved method of coherent signals DOA based on vector hydrophone array[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2011, **23**(2): 90-93.
- [5] J. Li. Improved angular resolution for spatial smoothing techniques[J]. IEEE Trans. Signal Process, 1992, **40**(12): 3078-3081.
- [6] D. Weixiu, R. L. Kirilin. Improved spatial smoothing techniques for DOA estimation of coherent signals[J]. IEEE Trans. Signal Process, 1991, **39**(5): 1208-1210.
- [7] 许斌, 吕元恒. MUSIC 与 MMUSIC 算法对 DOA 估计性能的比较[J]. 火控雷达技术, 2008, **37**(3): 52-55.
 XU Bin, LÜ Yuanheng. Comparison of DOA estimation performance between MUSIC and MMUSIC algorithm[J]. Fir Control Radar Technology, 2008, **37**(3): 52-55.
- [8] 顾晓东, 邱志明, 袁志勇. 基于改进 MUSIC 算法的矢量水听器阵列波达方向估计[J]. 武汉理工大学学报: 交通科学与工程版, 2009, **33**(3): 2823-2828.
 GU Xiaodong, QIU Zhiming, YUAN Zhiyong. DOA estimation by linear array of acoustic vector-sensors based on modified music[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering, 2009, **33**(3): 2823-2828.
- [9] J. Tao, W. Chang, Y. shi. Direction-finding of coherent sources via 'particle-velocity-field-smoothing'[J]. IET Radar Sonar Navig, 2008, **2**(2): 127-134.