

任意结构基阵波束优化的稳健性分析

夏永伟, 杨益新, 孙 超

(西北工业大学声学工程研究所, 西安 710072)

摘要: 分析了任意结构基阵波束优化的稳健性。首先从理论上推导了阵列误差、权向量误差和权向量范数等因素与波束旁瓣畸变之间的关系, 并利用优化波束的白噪声增益和权向量范数之间的关系, 提出了任意结构基阵波束优化时权向量范数约束上限的选取方法。针对圆阵进行了大量的计算机仿真, 分析了不同权向量范数约束条件下获得的优化波束的稳健性, 证明了理论推导的正确性。

关键词: 任意结构基阵; 波束优化; 权向量范数; 稳健性

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-3630(2007)-06-1240-05

On robustness analysis of beampattern optimization for arbitrary geometry arrays

XIA Yong-wei, YANG Yi-xin, SUN Chao

(Institute of Acoustic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

Abstract: The robustness of beampattern optimization for arbitrary geometry arrays is studied in this paper. Based on the sensitivity analysis of beampattern, the close form formula for sidelobe distortion of beampattern is deduced as a function of array perturbations and weighting vector norm. Using this sidelobe distortion formula, a criterion to select the upper limit of weighting vector norm with required robustness is proposed. The effectiveness of the proposed criterion and correctness of this analysis is verified by computer simulation.

Key words: arbitrary geometry arrays; beampattern optimization; norm of weight vector; robustness

1 引 言

在基阵信号处理中, 波束优化的目的在于通过压低波束旁瓣, 来抑制旁瓣区域的干扰, 从而降低目标检测的虚警概率。衡量波束优化性能的重要指标是优化结果的稳健性。如果优化波束对于阵列中的某些不可避免的误差比较敏感, 将优化权向量运用于实际基阵系统中时, 得到的波束就会有严重畸变, 无法达到波束优化的真正目的, 因此在波束优化问题中, 保证优化波束稳健十分重要。

近来出现了一些将优化理论运用于波束图旁

瓣控制的方法^[1], 特别是以二阶锥约束为代表的一些内点方法^[2], 由于其计算量小、计算结果精确等特点得到了广泛关注。利用二阶锥约束, 文献[3]提出了两种旁瓣约束优化波束形成方法, 并通过计算机仿真验证了所提方法的良好性能。但是, 这些优化方法得到的优化波束的稳健性并没有获得充分的研究。

本文首先从理论上导出了阵列误差、权向量误差和权向量范数等因素与波束旁瓣畸变之间的关系, 并利用优化波束的白噪声增益和权向量范数之间的关系, 提出了任意结构基阵波束优化时权向量范数约束上限的选取方法。针对圆阵进行了大量的计算机仿真, 分析了不同权向量范数约束条件下获得的优化波束的稳健性, 证明了理论推导的正确性。

收稿日期: 2006-09-19; 修回日期: 2007-01-16;

基金项目: 水下信息处理与控制国家重点实验室基金资助项目

作者简介: 夏永伟(1982-), 女, 山东人, 硕士研究生, 研究方向: 阵列信号处理。

通信作者: 夏永伟, E-mail: yongwei_xia@yahoo.com.cn

2 白噪声增益和权向量的关系

对于任意结构的 N 元基阵, 波束形成的权向量可以表示为 $w=[w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 。经过波束形成器以后, 基阵系统的输出功率为:

$$Z=w^H R_x w=w^H R_s w+w^H R_n w \quad (1)$$

式中, R_x 、 R_s 和 R_n 分别为接收数据向量、信号向量和噪声向量的协方差矩阵。定义基阵的空间增益为基阵系统的输出信噪比与单个阵元上的信噪比之比, 可以表示为

$$G=\frac{w^H R_s w/w^H R_n w}{(S/N)_{in}}=\frac{w^H P w}{w^H Q w} \quad (2)$$

式中, P 为归一化的信号协方差矩阵, Q 为归一化的噪声协方差矩阵, 上标 H 表示共轭转置。 P 可以用基阵对信号方向的响应向量表示为:

$$P=v_s v_s^H \quad (3)$$

$$v_s=[v_{s1} e^{-j\varphi_1}, v_{s2} e^{-j\varphi_2}, \dots, v_{sN} e^{-j\varphi_N}]^T \quad (4)$$

式中, v_s 为基阵对信号入射方向的响应向量, 其中, v_{si} 为第 i 号阵元对信号方向的幅度响应, φ_i 为第 i 号 ($1 \leq i \leq N$) 阵元对信号方向的相位响应。

对于空间白噪声, 归一化的噪声协方差矩阵 $Q=I$ 。约束期望的波束响应为单位 1, 即 $|w^H v_s|=1$, 可以得到白噪声阵增益^[4]:

$$A_w=\frac{|w^H v_s|^2}{w^H w}=1/\sum_{n=0}^N |w_n|^2=\|w\|^{-2} \quad (5)$$

应用复数域的 Cauchy-Schwarz 不等式^[4], 可以得到

当 $w=v_s/\sqrt{\sum_{n=0}^N v_{si}^2}$ 时白噪声阵增益的最大值为

$$A_{wmax}=\sum_{n=0}^N v_{si}^2 \quad (6)$$

此时对应的加权方式为常规波束形成。由此可见, 任何一种偏离常规波束形成的波束形成权向量, 均会降低白噪声阵增益。所谓的优化波束形成也同样会降低基阵的白噪声阵增益。

3 权向量范数约束与稳健性的关系

使用二阶锥波束优化方法^[3]或者其它波束优化方法, 可以针对任意结构的基阵获得最优的波束形成权向量。在实际的水声系统中, 使用优化的波束形成权向量时, 由于系统误差的存在, 真正得到的波束图会比理想的优化波束图差一些, 主要体现在波束旁瓣会有一定程度的畸变, 旁瓣级升高。本节将

分析波束响应和基阵系统误差以及权向量之间的关系, 从而导出权向量范数约束的选取准则。

假设基阵阵元进行波束形成时的理想优化权值具有如下形式

$$w_i=g_i e^{-j\phi_i} \quad (7)$$

实际使用的权向量往往会有一定的扰动, 可以写成:

$$w_i=g_i(1+g_i) e^{-j(\phi_i+\phi_i)} \quad (8)$$

而基阵中各个阵元的位置可能存在一定的偏差。真实的阵元位置可以写成理想位置加上位置扰动的形式:

$$p_i=p_i+p_i \quad (9)$$

不失一般性, 假设 g_i 、 ϕ_i 、 p_{xi} 、 p_{yi} 和 p_{zi} 为统计独立的零均值高斯变量, 且 g_i 和 ϕ_i 的方差分别为 σ_g^2 和 σ_ϕ^2 , p_{xi} 、 p_{yi} 和 p_{zi} 的方差都为 σ_p^2 。理想波束响应为:

$$B(k)=w^H v(k)=\sum_{i=0}^{N-1} g_i \exp(j\phi_i - jk^T p_i) \quad (10)$$

各误差方差较小时, 实际的波束响应的幅度平方的数学期望可以写成^[5]:

$$\overline{|B(k)|^2}=|B(k)|^2 \exp[-(\sigma_\phi^2+\sigma_\lambda^2)] + \|w\|^{-2} (\sigma_g^2+\sigma_\phi^2+\sigma_\lambda^2) \quad (11)$$

式中 $\sigma_\lambda=\frac{2\pi\sigma_p}{\lambda}$ 。定义实际波束响应幅度平方的相对波动 $\rho(k)$ 为

$$\rho(k)=\frac{\overline{|B(k)|^2}/\max(\overline{|B(k)|^2})}{|B(k)|^2/\max(|B(k)|^2)} \quad (12)$$

仍采用期望方向波束响应为单位 1 的约束条件, 即

$\max(\overline{|B(k)|^2})=|B(k_s)|^2=1$, 那么:

$$\max(\overline{|B(k)|^2})=\exp[-(\sigma_\phi^2+\sigma_\lambda^2)] + \|w\|^{-2} (\sigma_g^2+\sigma_\phi^2+\sigma_\lambda^2) \quad (13)$$

在旁瓣区域, $\rho(k)$ 描述了旁瓣升高的程度, 用分贝表示为:

$$\rho_{dB}(k)=10 \times \lg\left(\frac{\|w\|^{-2} (\sigma_g^2+\sigma_\phi^2+\sigma_\lambda^2)}{|B(k)|^2} + \exp[-(\sigma_\phi^2+\sigma_\lambda^2)] - \lg(\max(\overline{|B(k)|^2}))\right) \quad (14)$$

由上式可知, 波束响应幅度平方的相对波动由两部分组成, 第一部分由各变量误差方差、权向量二范数和期望旁瓣值共同决定, 而第二部分表示波束图有一个统计的偏差, 期望方向的波束响应小于 1。影响波束响应旁瓣级的主要是第一部分。

由式(14)可以估算出对于一定扰动,波束旁瓣级升高的数学期望。由于扰动是随机变量,实际得到波束的旁瓣级应该在式(14)计算值以下随机分布。而对于非等旁瓣级的波束,扰动一定时,在旁瓣级越低的方位,旁瓣级升高越多。

由此可见,在波束优化中,满足期望方向波束响应为单位1时,对权向量范数进行的上限约束 $\|w\| \leq \xi$ 本质上是控制优化波束在存在基阵误差时旁瓣级的升高。旁瓣级升高的数量和权向量范数以及基阵系统各种误差的方差有关。为了增强优化波束的稳健性,原则上应该使权向量范数越小越好。但是由上一节的理论分析可知波束优化结果不可避免地会使权向量范数增大,进而使得基阵的白噪声增益降低。

在实际使用中,为了增强优化波束的稳健性,要根据基阵存在的幅相误差范围以及权向量的误差,给权向量范数设置一个上限。由于权向量范数和白噪声增益之间存在式(5)、(6)的关系,所以可以利用最大白噪声增益作为参考,来设置权向量范数的上限约束。

定义一定扰动下波束期望旁瓣级 $B_d(k)$:

$$B_o(k) = P(k) + B(k) \tag{15}$$

用分贝表示,得到:

$$B_d(k) = 10 \times [\lg(\|w\|^2(\sigma_g^2 + \sigma_\phi^2 + \sigma_\lambda^2) + |B(k)|^2) \times \exp[-(\sigma_\phi^2 + \sigma_\lambda^2)] - \lg(|B(k)|^2) \times \max(|B(k)|^2)] \tag{16}$$

若设白噪声阵增益的最大值为 A_{wmax} , 得到权向量范数上限的选取原则如下:

- (1) 权向量范数上限 ξ 需要满足 $(A_{wmax})^{-1/2} \xi$;
- (2) 任意选取符合(1)要求的上限 ξ 的值,进行波束优化,对优化波束由式(16)计算出一定扰动下的波束期望旁瓣级,与实际需要进行比较,来决定需要放大或缩小 ξ , 直至得到符合稳健性要求的优化波束。

4 仿真实验与分析

仿真中考考虑半径为 1.5m 的圆环阵上均匀布放 24 个阵元的情况,如图 1 所示。定义圆心为极坐标的原点,0 方向位于 1 号和 24 号阵元中间,其余阵元按照顺时针方向依次编号。假设入射信号频率为 1 280Hz,在圆阵 30 方向形成波束,得到常规波束图如图 2。计算得到此时的波束主瓣宽度为 34°,旁瓣级在 -8dB 左右,最大白噪声阵增益 $A_{wmax} =$

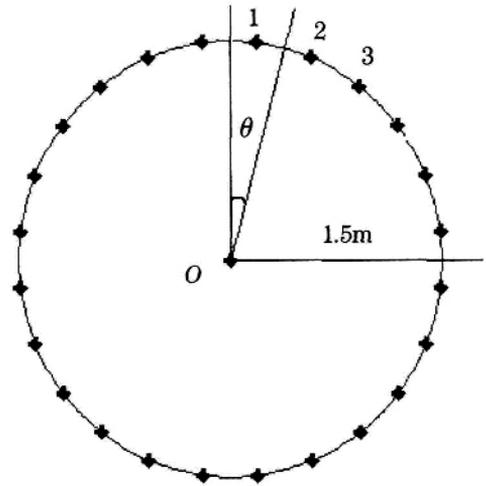


图 1 圆环阵结构

Fig.1 Structure of the 24-element circular array

13.8dB。

用基于二阶锥方法的低旁瓣波束形成方法来优化波束,波束指向 $\theta_s = 30^\circ$,期望波束主瓣的半宽度 $= 23^\circ$ 。分别取 $A_{wmin} = 12.8\text{dB}, 10.7\text{dB}, 9.9\text{dB}, 8.4\text{dB}$,对应这些白噪声阵增益的权向量范数约束上限 $\xi = 0.23, 0.29, 0.32, 0.38$,可以得到优化波束如图 3、4、5、和 6 中虚线所示。权向量范数约束上限 ξ 在 [0.21 0.40] 间取值,得到的优化波束旁瓣级变化如图 7 所示,可以看出权向量范数约束上限的选取会影响优化波束旁瓣级。

为了考察波束的稳健性,给基阵施加一定的扰动,令 $\sigma_g^2 = 1.1 \times 10^{-3}, \sigma_\phi^2 = 2.7 \times 10^{-3}, \sigma_\lambda^2 = 2.0 \times 10^{-3}$,施加扰动后,进行一百次实验得到的平均波束如图 2、图 3、图 4、图 5 和图 6 中实线所示。对于等旁瓣级的优化波束,由式(16)计算出一定扰动下的波束期望旁瓣级,在图 3、图 4、图 5 和图 6 中划线标示,可以看出施加扰动后得到平均波束的旁瓣级在期望旁瓣级以下波动。

权向量范数约束上限 ξ 在 [0.21 0.40] 间取值,得到一定扰动下优化波束的期望旁瓣级变化如图 8,可以看出,确实存在一个 ξ 值,使得施加扰动后的波束具有最低的期望旁瓣级。我们可以通过上文提出的权范数选取方法,通过多次试算来得到符合稳健性要求的优化波束。

5 结 论

本文研究了适用于任意结构基阵的波束优化方法中权向量范数约束上限的选取方法,从理论上深入探讨了权向量范数约束对稳健性的影响,提出了

表 1 优化波束的相关参数表
Table 1 Parameters of different beam patterns

	常规波束		低旁瓣波束形成		
范数上限 ξ	0.204	0.23	0.29	0.32	0.38
$\ w\ (w^H d_k(k_s) =1)$	13.8	0.23	0.29	0.32	0.34
白噪声增益/dB	34.0	12.8	10.7	9.9	9.35
主瓣宽度/ $^\circ$	-8.0	42.0	50.0	50.0	50.0
最高旁瓣级/dB		-16.7	-27.73	-33.4	-35.0
施加扰动后的期望旁瓣级/dB		-16.0	-21.3	-21.5	-21.0

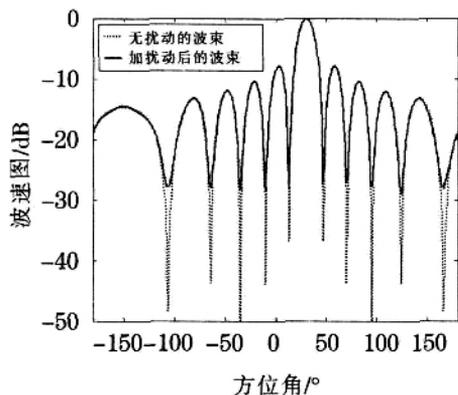


图 2 常规波束及扰动波束图

Fig.2 Conventional beam pattern and perturbed beam pattern

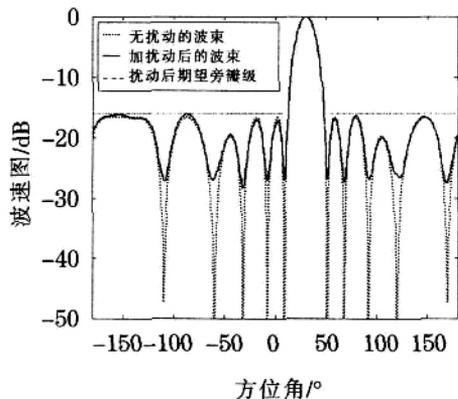


图 3 优化波束及扰动波束 $\xi=0.23$

Fig.3 Optimized beam pattern and perturbed beam pattern $\xi=0.23$

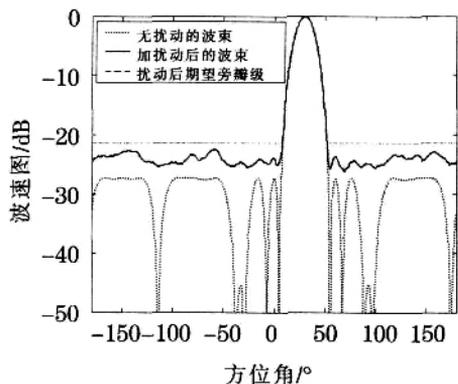


图 4 优化波束及扰动波束 $\xi=0.29$

Fig.4 Optimized beam pattern and perturbed beam pattern $\xi=0.29$

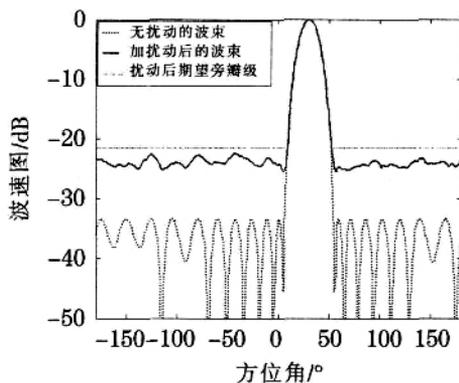


图 5 优化波束及扰动波束 $\xi=0.32$

Fig.5 Optimized beam pattern and perturbed beam pattern $\xi=0.32$

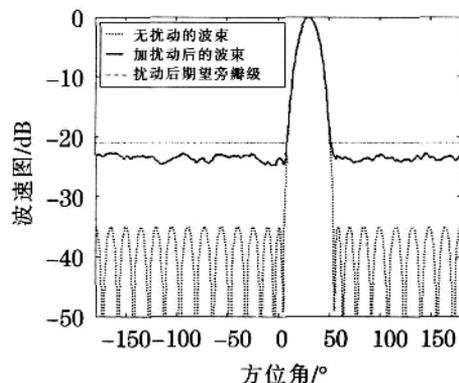


图 6 优化波束及扰动波束 $\xi=0.38$

Fig.6 Optimized beam pattern and perturbed beam pattern $\xi=0.38$

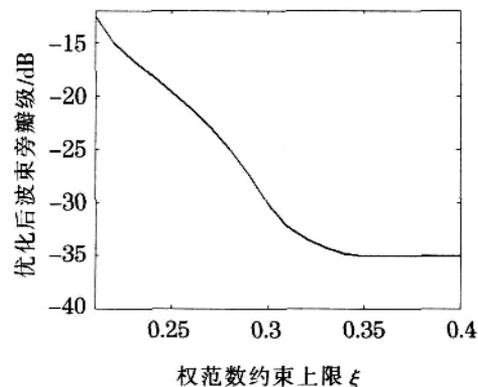


图 7 优化波束旁瓣随权向量上限的变化

Fig.7 Sidelobe of optimized beam pattern with different

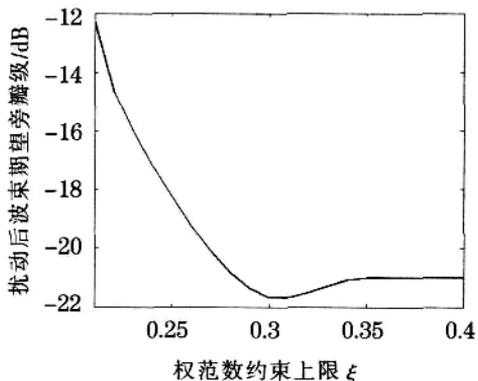


图 8 优化波束期望旁瓣级随权向量上限的变化

Fig.8 Desired sidelobe of optimized beam pattern with different

简便的权向量范数约束上限的选取准则,并通过计算机仿真权向量约束对波束优化稳健性的影响,证明了理论推导的正确性。

本文的研究结果表明,在对任意结构基阵进行波束优化时,并不能一味追求低的旁瓣级。在不同权向量范数约束下,虽然可以获得不同旁瓣级的波束,但是当把优化权应用到实际声纳系统时,只要声纳基阵中存在有一定量的误差,最终的实际波束图结果非常接近。当然,优化的波束图旁瓣性能还是优于常规方法所获得的波束图。所以,为了获得低旁瓣级的波束,需要追求性能好的优化方法,但最重要的是要想方设法减小基阵系统中可能存在的各种误差。

参 考 文 献

- [1] Lebre H, Boyd S. Antenna array pattern synthesis via convex optimization[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1997, 45(3): 526-532.
- [2] Vorobyov S A, Gershman A B, LUO Z Q. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: a solution to the signal mismatch problem[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2003, 51(2): 313-324.
- [3] 鄢社锋, 马远良, 孙超. 任意几何形状和阵元指向性的传感器阵列优化波束形成方法[J]. 声学学报, 2005, 30(3): 264-269.
YAN Shefeng, MA Yuanliang, SUN Chao. Beampattern optimization for sensor arrays of arbitrary geometry and element directivity[J]. Acta Acustica, 2005, 30(3): 264-269.
- [4] 程云鹏. 矩阵论(第二版)[J]. 西安: 西北工业大学出版社, 2003, 99-100.
CHENG Yunpeng. Matrix Theory (second edition)[J]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press.
- [5] Harry L. Van Trees. Optimum Array Processing[M]. A John Wiley & Sons, Inc, Publication, 2002, 66-68.