

DOI :10.3880/j.issn.1006-7647.2009.06.011

有限元计算中土工合成材料渗流问题的处理

介玉新^{1,2},李广信^{1,2}

(1.清华大学水利水电工程系,北京 100084;2.清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室,北京 100084)

摘要 将土工合成材料当作矩形实体单元,给出了二维渗流情况下的单元刚度矩阵。通过虚拟实体单元的概念,在将土工合成材料简化为实体单元、接触面单元或杆单元的情况下都能够恰当考虑土工合成材料的渗透性质,而且不影响应力应变分析对单元网格的要求。该方法具有通用性,对二维和三维计算都适用。

关键词 土工合成材料 有限元 渗流 固结

中图分类号 :TV49 **文献标识码** :A **文章编号** :1006-7647(2009)06-0042-02

FEM calculation of seepage through geosynthetics//JIE Yu-xin^{1,2}, LI Guang-xin^{1,2}(1. Department of Hydraulic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 1000841, China)

Abstract :Geosynthetics are considered a rectangular solid element, and the element stiffness matrix for two-dimensional seepage analysis is presented. The seepage characteristics of geosynthetics can be correctly taken into account when they are considered a solid element, interface element and bar element. This does not influence the requirement of grid partition for stress-strain analysis. The method can be applied in 2-D and 3-D seepage analysis.

Key words :geosynthetics; finite element method (FEM); seepage; consolidation

土工合成材料的应用越来越广泛,并取得了巨大的经济效益和社会效益^[1-2],而渗流问题是土工合成材料所涉及的主要水力学问题之一。土工膜或土工合成材料黏土衬垫(GCL)用于防渗时涉及渗流问题的计算,在用无纺布等材料修建加筋土工程的固结分析中也涉及沿织物的渗流问题^[3]。在渗流数值计算中,常规方法是土工合成材料等效为具有一定厚度的实体单元,根据材料单元厚度和实际厚度的比值修正其渗透系数。常规方法比较直观,对于单纯渗流问题具有一定的适用性,但它难以应用于固结问题的计算中,因为土的渗流固结是应力应变问题和渗流问题的耦合。改变土工合成材料厚度能够适应渗流的需要,但难以适应应力应变分析对单元的要求。笔者基于实体单元得到二维情况下土工合成材料单元刚度矩阵的解析式,在将土工合成材料划分为实体单元、接触面单元或杆单元的情况下考虑其渗透特性。通过引入虚拟实体单元,可以以同样的思路用于三维问题的计算。

1 土工合成材料渗透系数的等价方法

对于如图 1 所示厚度为 δ 的土工合成材料,为了避免计算困难,数值计算中往往将其厚度增大,记为 t_0 。然后将其渗透系数按流量相等的原则进行等价。

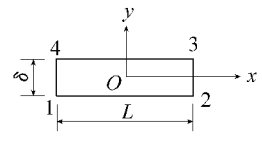


图 1 矩形单元

在竖直方向上(也即厚度方向上),为保证流量相等,要求^[4-5] :

$$k_y' \frac{\Delta H}{t} L = k_y \frac{\Delta H}{\delta} L \tag{1}$$

即

$$k_y' = \frac{t}{\delta} k_y \tag{2}$$

式中 ΔH 为竖直方向的水头差。

由式(1),(2)可知,如果土工合成材料的厚度增

大 n 倍,则在厚度方向上的渗透系数也增大 n 倍。

在水平方向上,为了保证流量相等,要求:

$$k_x' \frac{\Delta h}{L} t = k_x \frac{\Delta h}{L} \delta \tag{3}$$

即
$$k_x' = \frac{\delta}{t} k_x \tag{4}$$

式中 Δh 为水平方向的水头差。

也就是说,如果土工合成材料的厚度增大为原先的 n 倍,则在长度方向上的渗透系数要减小为原先的 $1/n$ 。这样,即使土工合成材料本身的渗透系数为各向同性,但在经过这种厚度的变化后,其渗透系数也会变为各向异性。一些计算中只是按照式(2)改变材料的渗透系数,没有考虑厚度变化对长度方向渗透系数的影响,这是不正确的。

上述方法对于处理渗流与应力应变耦合的问题比较勉强,因为厚度变化会引起与应力应变有关参数的变化。即使对于单纯的渗流问题,也会造成水力梯度计算的失真。下面介绍的方法能够克服这个问题。

2 二维渗流问题的模拟

把图 1 的单元 1234 当成一个 4 节点的薄层矩形单元,单元长度为 L ,“厚度”为 δ ,则得到矩形单元的形函数为^[6]

$$\begin{cases} N_1 = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{\delta}\right) \\ N_2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{\delta}\right) \\ N_3 = \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{y}{\delta}\right) \\ N_4 = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{y}{\delta}\right) \end{cases} \tag{5}$$

进而可以得到其渗流矩阵为^[7-8]

$$K_s = \int B_s^T k B_s dx dy \tag{6}$$

其中
$$k = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix}$$

式中 k_x, k_y 分别为 x 方向和 y 方向的渗透系数。

$$B_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{\delta}\right) & \frac{1}{L}\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{\delta}\right) & \frac{1}{L}\left(\frac{1}{2} + \frac{y}{\delta}\right) & -\frac{1}{L}\left(\frac{1}{2} + \frac{y}{\delta}\right) \\ -\frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right) & -\frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right) & \frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{L}\right) & \frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{L}\right) \end{bmatrix}$$

将式(6)进行积分运算后,可以得到

$$K_s = \frac{\delta}{3L} k_x \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{L}{3\delta} k_y \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -1 \\ -1/2 & -1 & 1 \\ -1 & -1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

记 $\tilde{k}_x = k_x \delta$ 为导水率; $\tilde{k}_y = k_y / \delta$ 为透水率。于是:

$$K_s = \frac{\tilde{k}_x}{3L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & -1/2 & -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{L}{3} \tilde{k}_y \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & -1 \\ -1/2 & -1 & 1 \\ -1 & -1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

从式(8)可以看出,如果能够通过试验得到土工合成材料的导水率和透水率,可以直接得到其单元刚度矩阵。事实上,式(2)和式(4)渗透系数的等价公式中也隐含着在厚度改变时保证导水率和透水率不变化。这样,在有限元网格划分中,土工合成材料可以直接采用其实际的厚度划分单元,甚至可以将其当成无厚度的接触面单元或者杆单元处理。如对于二维计算时埋置在土中的土工膜或 GCL,就可以当成无厚度的接触面单元处理,力学行为可以按接触面单元计算,与渗流有关的部分则可以按式(8)直接计算,无需考虑其厚度。对于埋置在土中起加筋作用的无纺布,可以简化为杆单元,力学行为用杆单元对应的力学性质计算,渗流问题则可以仿照式(5)~(8)的推导,构造沿杆的渗流刚度矩阵来处理。

3 三维渗流问题的模拟

在三维计算中,对于如图 2 所示的六面体或棱柱体实体单元,假设 z 方向为其厚度方向, xy 在材料平面内,可以按等参单元写出单元的形函数,其中 z 方向的形函数可以仿照式(5)构造。在单元刚度矩阵的积分中, z 方向可以直接得到积分的解析解,在 xy 平面内则可以采用高斯积分得到数值解,从而计算单元刚度矩阵。这种方法比较直观,但由于需要手工写出其 z 方向积分的解析值,工作量相对较

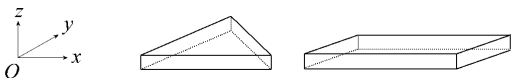


图 2 实体单元

(下转第 62 页)

到 19.00 kPa。

随着静冰压力的出现和增大,冰盖推着铰接块沿坡面向上滑动,在 14.00 ~ 24.00 h 的时间段内,位移随时间变化曲线出现一个平台,平台上的位移在 5.00 ~ 5.57 mm 的范围内变化,并出现本次试验的最大平均位移 5.57 mm,冰上坡长为 1 019 mm,位移变形率为 0.5%。试验结束时的残余位移为 0.22 mm,即铰接块沿坡面上推了 0.22 mm,残余位移变形率为 0.02%。14.00 ~ 24.00 h 的时间段基本上与 - 27 ℃ 的低温恒温时间段重合。

在 23.00 ~ 30.33 h 的时间段内,当温度从 - 18.07 ℃ 升到 - 0.34 ℃ 时,铰接块上的静冰压力从 54.80 kPa 快速增大到 255.00 kPa,并又快速回落到 56.68 kPa,这是因为随着温度的升高,冰盖发生膨胀,产生了静冰压力,这与实际河流春季气温升高时,冰盖膨胀,推挤岸坡的工程现象是一致的^[7]。此时间段对应原型的 2008 年 2 月下旬,正是松花江发生冰盖膨胀推挤岸坡的时间段。

4 结 论

a. 从试验数据可以看出,冰盖静冰压力的发生、增大和消减过程清晰,并与自然环境下的情况相吻合。

(上接第 43 页)

大。变通的方法是直接将其作为实体单元进行计算,可以针对具体情况灵活处理。如对于土工膜或 GCL,可以当成无厚度(或有厚度)的接触面单元划分网格,渗流分析时沿 xy 平面垂直方向平移一虚拟距离 t ,从而构造一虚拟的实体单元,用此虚拟实体单元计算单元刚度矩阵。对无纺布等,可以简化为平板单元,力学行为用板单元对应的力学性质计算,渗流问题则用同样方式构造虚拟的实体单元进行计算。虚拟单元的厚度 t 可以取土工合成材料的实际厚度 δ ,也可以取其他厚度。注意当 $t \neq \delta$ 时,需要按式(1) ~ (4) 计算等价的渗透系数。由于虚拟厚度 t 可以取得较大,因此能够避开单元长短边比值过大的问题。

4 结 论

在涉及土工合成材料的渗流或固结问题分析中,如何在有限元计算中反映土工合成材料的特性是分析的难点。在单纯渗流问题中,将土工合成材料等效为具有一定厚度(大于其实际厚度)的实体单元,通过修正其渗透系数,一般情况下能够得到合理的结果。但在固结分析中,由于需要考虑应力应变对单元划分的要求,上述等效方法则可能不太适合。

b. 根据试验数据可以定性预测,在松花江哈尔滨段,静冰压力作用下铰链式护坡系统沿坡面位移变形很小,冰盖融化后该护坡系统的残余变形也很小。

c. 铰链式护坡系统具有显著的柔性护岸结构特点,在冰盖静冰压力发生、增大和消减的过程中,该系统能够适应岸基变形而不被破坏。

参考文献:

[1] 史庆增,徐继祖,宋安. 冰力模型试验[J]. 冰川冻土, 1990,12(2): 117-123.
[2] 丁德文,罗学波. 冻土热工模型的理论基础[J]. 科学通报,1979,8(8): 360-364.
[3] 黄焱,史庆增,宋安. 冰力模型实验中的模型律[J]. 冰川冻土,2003,25(S2): 352-355.
[4] 耿余春,丁树常,罗文荃,等. 松花江冰厚及开江日期分析[J]. 水文,1996(1): 52-55.
[5] 卢鹏,李志军. 现行规范中计算桩柱冰荷载的比较[J]. 冰川冻土,2003,25(S2): 256-259.
[6] 蔡之瑞,孙泊涛,郭世容,等. 冰荷载的实验研究和计算方法[J]. 地震工程与工程震动,1997,17(4): 49-55.
[7] 陆钦年,段忠东,欧进平,等. 河冰对桥墩作用的冰荷载计算方法(II)[J]. 自然灾害学报,2002,11(4): 112-118.

(收稿日期 2009-08-19 编辑 陈吉平)

笔者建议的方法有较强的实用性和通用性,可以在将土工合成材料简化为实体单元、接触面单元或杆单元的情况下考虑土工合成材料的渗透性质。对土工膜、土工格栅、无纺布等不同用途材料的模拟都适用,能够解决涉及土工合成材料渗流的大多数问题。

参考文献:

[1] 王殿武,姜晓刚,盖绍唐,等. 辽宁省水利工程应用土工合成材料的效益分析[J]. 水利水电科技进展,1999,19(6): 28-29.
[2] 黄婉荣,郭志平. 土工合成材料在废物填埋场中的应用[J]. 水利水电科技进展,1999,19(6): 30-33.
[3] 《土工合成材料工程应用手册》编写委员会. 土工合成材料工程应用手册[M]. 2 版. 北京: 中国建筑工业出版社,2000.
[4] 陈仲颐,周景星,王洪瑾. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社,1994.
[5] WU T H. Soil mechanics[M]. Boston: Allyn and Bacon, Inc., 1976.
[6] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社,2003.
[7] 毛昶熙,段祥宝,李祖貽,等. 渗流数值计算与程序应用[M]. 南京: 河海大学出版社,1999.
[8] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 2 版. 北京: 中国水利水电出版社,2000.

(收稿日期 2009-07-13 编辑 胡新宇)