

文章编号: 1006—4729(2004)04—0021—03

基于四端网络法的超声变幅杆设计

朱 武, 张佳民

(上海电力学院 信息与控制工程系, 上海 200090)

摘 要: 从变截面杆作一维纵振动的运动方程出发, 建立机械四端网络的数学模型及传输特性方程, 导出了圆锥形变幅杆的频率方程和振速比. 并在此基础上, 用四端网络法设计了工作频率为 20 kHz 的圆锥形超声变幅杆.

关键词: 机械四端网络; 超声变幅杆; 传输参数

中图分类号: TB55 文献标识码: A

Design of Horn Using Four-terminal Network Method

ZHU Wu, ZHANG Jia-min

(Dept. of Information and Control Technology, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

Abstract: From the motion equation of the bar which vibrates one-dimensionally and longitudinally, the model of mechanical four-terminal network and the transfer equations are set up, and the natural frequency equation of coniform horn and the ratio of speed of vibration are derived. On this basis, with the help of four-terminal network, the coniform horn working at 20 kHz is designed.

Key words: mechanical four-terminal network; ultrasonic horn; transfer parameter

本文采用四端网络方法, 从任意截面细杆的一维纵振运动方程及其通解入手, 利用边界条件导出其机械运动方程组, 进而得到机械四端网络模型. 将超声变幅杆的每一部分都等效为一个机械四端网络, 利用连续条件将每个网络的传输矩阵相乘, 得出复合超声变幅杆的整体传输矩阵, 由此设计出复合超声变幅杆, 并对其性能进行分析.

1 机械四端网络数学模型的建立

假设有一任意截面的均质细杆, 长为 L , 截面积函数为 $S(x)$, 质量密度为 ρ , 拉压弹性模量为 Y , 横向尺寸远小于声波长, 视为细杆作一维纵向振动. 取细杆中心线为 X 轴, 左端面为原点, 如图

1 所示.

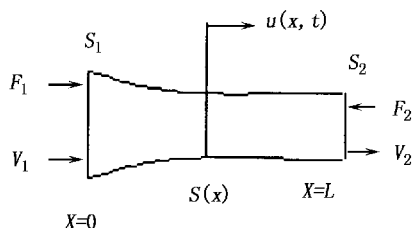


图 1 任意截面细杆作一维纵振动

显然, X 截面的纵向位移 u 是坐标 x 和时间 t 两个变量的函数, 即 $u = u(x, t)$, 可得到细杆作纵振动的运动支配方程

收稿日期: 2004—05—13(特约稿)

作者简介: 朱 武(1969—), 男, 博士, 副教授, 湖北随州人, 主要研究方向为检测技术、智能仪器和大功率超声应用.
上海市教委优秀青年教师培养计划后备人选.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中, $c = \sqrt{Y/\rho}$ 为杆中纵波速, 对一定的材料, c 是个常数. 若细杆受简谐激励, 则式(1)变为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + k^2 u = 0 \quad (2)$$

式中, $k = \omega/c$, 为波数, ω 为角频率.

由文献[1]根据细杆两端的边界条件: 振速条件 ($\dot{u}|_{x=0} = \dot{u}_1$, $\dot{u}|_{x=L} = \dot{u}_2$) 或力平衡条件 ($F|_{x=0} = -F_1$, $F|_{x=L} = -F_2$), 可得其机械运动方程组为

$$F_1 = \frac{\rho c}{j2k} \frac{\partial \mathcal{S}_1}{\partial x} \dot{u}_1 + \frac{\rho c k_1 S_1}{j k \tan k_1 L} \dot{u}_1 - \frac{\rho c k_1 \sqrt{S_1 S_2}}{j k \sin k_1 L} \dot{u}_2 \quad (3)$$

$$F_2 = \frac{\rho c k_1 \sqrt{S_1 S_2}}{j k \sin k_1 L} \dot{u}_1 - \frac{\rho c k_1 S_2}{j k \tan k_1 L} \dot{u}_2 + \frac{\rho c}{j2k} \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial x} \dot{u}_2 \quad (4)$$

由式(3)可得

$$\dot{u}_2 = \frac{\frac{\partial \mathcal{S}_1}{\partial x} \sin k_1 L + 2k_1 S_1 \cos k_1 L}{2k_1 \sqrt{S_1 S_2}} \dot{u}_1 - \frac{j k \sin k_1 L}{\rho c k_1 \sqrt{S_1 S_2}} F_1 = \alpha_{11} \dot{u}_1 + \alpha_{12} F_1 \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)可得

$$F_2 = \left[\frac{\rho c k_1 \sqrt{S_1 S_2}}{j k \sin k_1 L} - \alpha_{11} \left(\frac{\rho c k_1 S_2}{j k \tan k_1 L} - \frac{\rho c}{j2k} \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial x} \right) \right] \dot{u}_1 - \alpha_{12} \left(\frac{\rho c k_1 S_2}{j k \tan k_1 L} - \frac{\rho c}{j2k} \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial x} \right) F_1 = \alpha_{21} \dot{u}_1 + \alpha_{22} F_1 \quad (6)$$

$$\text{式中: } \alpha_{11} = \frac{\frac{\partial \mathcal{S}_1}{\partial x} \sin k_1 L + 2k_1 S_1 \cos k_1 L}{2k_1 \sqrt{S_1 S_2}} \quad (7)$$

$$\alpha_{12} = -\frac{j k \sin k_1 L}{\rho c k_1 \sqrt{S_1 S_2}} \quad (8)$$

$$\alpha_{21} = \left[\frac{\rho c k_1 \sqrt{S_1 S_2}}{j k \sin k_1 L} - \alpha_{11} \left(\frac{\rho c k_1 S_2}{j k \tan k_1 L} - \frac{\rho c}{j2k} \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial x} \right) \right] \quad (9)$$

$$\alpha_{22} = -\alpha_{12} \left(\frac{\rho c k_1 S_2}{j k \tan k_1 L} - \frac{\rho c}{j2k} \frac{\partial \mathcal{S}_2}{\partial x} \right) \quad (10)$$

由式(5)和式(6)可得任意截面细杆可等效为一机械四端网络, 如图2所示.

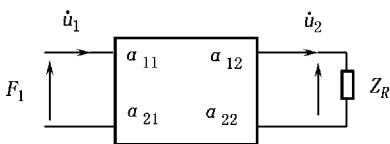


图2 单一截面杆的等效四端网络

其传输特性方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_2 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ F_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

定义: $A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}$ 为四端网络的传输矩阵.

在实际应用中, 振动系统往往是由多个部件组合的复合系统. 如果将组成系统的每一个部件都等效为一个机械四端网络, 然后将相应各传输矩阵连续相乘, 可得到一个整体四端网络及其传输矩阵. 在一定的条件下, 振动系统的性能特征取决于其四端网络传输矩阵. 图3描述的是复合振动系统的四端网络图.

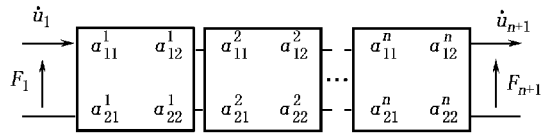


图3 复合超声振动系统的等效四端网络

将系统的任意一级等效为一机械四端网络, 其传输特性方程为

$$Z_{i+1} = D_i Z_i \quad (12)$$

$$\text{式中: } Z_{i+1} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{i+1} \\ F_{i+1} \end{bmatrix} \quad Z_i = \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ F_i \end{bmatrix}$$

$$D_i = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^i & \alpha_{12}^i \\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i \end{bmatrix}$$

按其组合的顺序, 将各级传输矩阵连续相乘, 可得到复合振动系统的传输特性方程

$$Z_{n+1} = A Z_i \quad (13)$$

$$\text{式中: } A = D_n D_{n-1} \cdots D_2 D_1 \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}$$

$$Z_{n+1} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{n+1} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} \quad Z_1 = \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ F_1 \end{bmatrix}$$

2 性能解析

由四端网络传输特性方程可求出振动系统的谐振频率、位移放大系数等性能参数, 或根据谐振频率设计出系统的几何尺寸. 利用四端网络的传输特性, 还可以方便地得到振动系统的应力分布.

当振动系统两端自由、且两端位移最大时, 传输特性方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_{n+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

由式(14)可得振动系统的频率方程

$$\alpha_{21} = 0 \quad (15)$$

$$\text{两端振速比为} \quad \frac{\dot{u}_{n+1}}{\dot{u}_1} = \alpha_{11} \quad (16)$$

3 圆锥过渡阶梯形复合变幅杆四端网络设计

变幅杆的结构如图4所示. L_1, L_2, L_3 分别为变幅杆的3段的长度. 假设3部分材料相同.

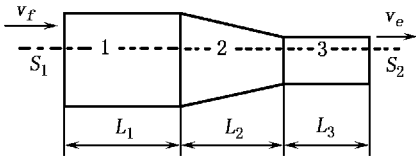


图4 圆锥过渡复合变幅杆结构

由图4可知, 复合变幅杆由等截面杆和圆锥形杆构成, 将等截面和圆锥截面杆件的形状参数代入方程(7)、方程(8)、方程(9)和方程(10), 不难得到3段变幅杆的四端网络传输矩阵 A_1 , 其分别为

$$A_1 = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{12}^1 \\ \alpha_{21}^1 & \alpha_{22}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kL_1 & \frac{-j \sin kL_1}{\rho c S_1} \\ -j \rho c S_1 \sin kL_1 & \cos kL_1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^2 & \alpha_{12}^2 \\ \alpha_{21}^2 & \alpha_{22}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\frac{\alpha}{k} \sin kL_2 + \cos kL_2}{1 - \alpha L} & \frac{-j \sin kL_2}{\rho c S_1 (1 - \alpha L_2)} \\ \frac{\rho c S_1}{k} \left\{ k(1 - \alpha L_2) + \left[\frac{\alpha^2}{k} \sin kL_2 - \alpha^2 L_2 \cos kL_2 \right] \right\} & (1 - \alpha L_2) \cos kL_2 + \frac{\alpha}{k} \sin kL_2 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^3 & \alpha_{12}^3 \\ \alpha_{21}^3 & \alpha_{22}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kL_3 & \frac{-j \sin kL_3}{\rho c S_3} \\ -j \rho c S_3 \sin kL_3 & \cos kL_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{式中:} \quad \alpha = (N - 1) / NL$$

$$N = \sqrt{S_1 / S_2}$$

由上述分析可知, 变幅杆的整体传输矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^3 & \alpha_{12}^3 \\ \alpha_{21}^3 & \alpha_{22}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11}^2 & \alpha_{12}^2 \\ \alpha_{21}^2 & \alpha_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{12}^1 \\ \alpha_{21}^1 & \alpha_{22}^1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

将各相应的传输矩阵代入式(17), 根据式(15)和式(16)可得到复合变幅杆的频率方程

$$\lg kL_3 = \frac{\lg kL_1 + \frac{\alpha}{k} \left(1 + \frac{\alpha N}{k} \lg kL_2 \right) + \left(\lg kL_2 - \frac{\alpha N}{k} \right)}{1 - \left(\lg kL_1 + \frac{\alpha}{k} \right) \lg kL_2} \quad (18)$$

及两端振速比

$$\frac{v_e}{v_f} = \frac{N \left[-\left(\sin kL_1 + \frac{\alpha}{k} \cos kL_1 \right) \sin kL_2 + \cos kL_1 \cos kL_2 \right]}{\cos kL_3} \quad (19)$$

现采用硬铝合金作为变幅杆材料, 变幅杆工作频率为 20 kHz, 面积系数 $N = 2$, 声速为 $c = 5150$ m/s, 振幅放大系数约为 4 的圆锥过渡阶梯形复合变幅杆. 当 L_1 取 $1/4$ 波长时, 由式(18)和式(19)可得到圆锥变幅杆各部分几何尺寸: $L_1 = 64$ mm, $L_2 = 25$ mm, $L_3 = 52$ mm.

4 结 论

用等效机械四端网络法设计和分析变幅杆, 是设计超声变幅杆的有效方法, 它避免了传统设计过程中复杂的运算. 通过超声焊接变幅杆设计实际应用表明, 等效机械四端网络法与传统设计方法具有相同的结果.

参考文献:

- [1] 朱 武, 张佳民. 超声振动系统设计与性能分析[J]. 上海电力学院学报, 2004, 20(3): 47~50.
- [2] 陈桂生. 超声换能器设计[M]. 北京: 海洋出版社, 1984. 23~337.
- [3] 林仲茂. 超声变幅杆的原理和设计[M]. 北京: 科学出版社, 1987. 97~99.
- [4] 贺西平, 程存弟. 纵振型超声变幅杆的等效四端网络[J]. 陕西师范大学学报, 1994, 22(1): 87~88.