

Research on Optimization Algorithm of Output Signal to Noise Ratio of Polarimetric Radar*

ZENG Baoguo*

(Chengdu Vocational and Technical College of Industry, Chengdu Sichuan 610213, China)

Abstract: In order to improve the performance of radar, it is necessary to reduce the influence of various interferences and noises on radar scene information, which can be achieved by optimizing the transmitting waveform. Under the condition of given target characteristic matrix $T(\theta)$, clutter parameters and system noise ν , an iterative optimization algorithm is presented for polarimetric radar, which is realized by optimizing the design of transmit waveform receive filter with maximizing filter output SCNR (Signal Clutter-plus-Noise Ratio) as the target function. Experiments show that, compared with the existing Pillai method, this algorithm ensures the monotonic convergence of maximizing the output SCNR of polarimetric radar, and improves the output SCNR of radar.

Key words: polarization radar; emission waveform-receive filter; SCNR; Waveform optimization design

EEACC: 4320 doi: 10.3969/j.issn.1005-9490.2020.06.037

极化雷达输出信杂噪比优化算法研究*

曾宝国*

(成都工业职业技术学院, 四川 成都 610213)

摘要: 通过优化发射波形, 可降低各种干扰和噪声对雷达场景信息的影响, 从而提高雷达性能。以极化雷达为研究对象, 在给定目标特性矩阵 $T(\theta)$ 、杂波参数和系统噪声 ν 条件下, 采用最大化滤波器输出信杂噪比 (Signal Clutter-plus-Noise Ratio, SCNR) 为目标函数, 通过优化设计发射波形与接收滤波器, 实现了一种迭代优化方法。实验表明, 相比现有的 Pillai 方法, 该算法确保了极化雷达最大化输出 SCNR 的单调收敛性, 提高了雷达的输出信杂噪比。

关键词: 极化雷达; 发射波形-接收滤波器; SCNR; 波形优化设计

中图分类号: TM92 文献标识码: A 文章编号: 1005-9490(2020)06-1391-05

在微波遥感、对地勘察、战场侦察、特定目标识别等领域, 极化雷达有着重要的应用^[1]。不同的发射波形影响着雷达系统的整体性能, 运用微波固态功率放大器技术和高速数字信号处理技术, 优化设计雷达的发射波形, 可以提高雷达在不同环境特别是复杂电磁环境下对目标的探测、跟踪、估计参数与抑制杂波、目标锁定等方面的性能。因此, 在认知雷达、多输入多输出雷达 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 等领域, 优化发射波形已成为重要的研究方向^[2-3]。文献[4]通过联合优化目标波形与接收滤波器, 在色噪声和发射信号杂波背景及发射波形功率约束条件下, 实现了最大化滤波器输出 SCNR。文献[5]在发射波形功率约束和给定波形

相似度约束作用下, 以最大化滤波器组输出最小 SCNR 为出发点, 对发射波形与接收滤波器进行了联合优化。以上两种方法对提高雷达性能有着一定作用, 但存在不能保证迭代结果的单调性和收敛性等不足。针对以上不足, 本文以实现最大化输出 SCNR 约束下, 目标函数随迭代次数的单调递增和收敛性为目标, 提出一种发射波形与接收滤波器的联合优化方法, 在目标特性矩阵 $T(\theta)$ 、杂波参数和系统噪声 ν 条件下, 体现对 Pillai 算法的比较优势。

1 问题建模

首先假设全极化雷达的发射波形为 s , 在 FT (Fast time, 快时间域) 内对其进行 N 次采样, 得到

$2N$ 维复矢量,表示为:

$$S \triangleq [(S_{H,0}, S_{V,0}), \dots, (S_{H,N-1}, S_{V,N-1})]^T \in \mathbb{C}^{2N} \quad (1)$$

式中: \triangleq 表示该公式是定义式, H 和 V 分别代表水平极化(偏振性)和垂直极化, $[\cdot]^T$ 表示矩阵 $[\cdot]$ 的逆矩阵, \mathbb{C}^{2N} 表示 $2N$ 维复矢量。

接下来,设在全极化雷达的照射下,雷达视角为 θ ,发射极化为 X 极化、接收极化为 Y 极化条件下^[6],被探测目标的全极化散射矩阵 $T_n(\theta)$ 为:

$$T_n(\theta) \triangleq \begin{bmatrix} T_{HH,n}(\theta) & T_{HV,n}(\theta) \\ T_{VH,n}(\theta) & T_{VV,n}(\theta) \end{bmatrix} \quad \theta \in [0, 2\pi) \quad (2)$$

式中: $T_{XY,n}(\theta)$ 表示发射极化为 X 极化、接收极化为 Y 极化,雷达视线角为 θ 条件下,被探测目标的第 n 个距离单元的散射系数。

环境杂波的第 n 个距离单元极化散射矩阵 $C_n(\theta)$ 表示为:

$$C_n(\theta) \triangleq \begin{bmatrix} C_{HH,n} & C_{HV,n} \\ C_{VH,n} & C_{VV,n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $C_{XY,n}$ 表示发射极化为“ X ”极化、接收极化为“ Y ”极化条件下,环境杂波的第 n 个距离单元极化的散射系数。

设被探测目标极化散射系数的时域离散形式为 TRIM(Target Impulse Response Matrix, TIRM),一般用其脉冲响应矩阵表示。同时,设 TIRM 的支撑区间大小为 Q 、回波的观测样本数为 M 。其中, Q 的值受雷达视线方向上目标径向长度和雷达的距离分辨率等多个因素影响。设 $M = Q + N - 1$,确保极化雷达在一个扫描周期中能接收到被探测目标的所有回波信号^[7-8]。此时,被探测目标的脉冲响应矩阵可表示为:

$$T_n(\theta) \triangleq \sum_{n=0}^{Q-1} J_n \otimes T_n(\theta) \quad (4)$$

式中:“ \otimes ”为 Kronecker 乘积, J_n 表示 $M \times N$ 维转移矩阵。TRIM 对应的显性形式为:

$$T(\theta) = \begin{bmatrix} T_0(\theta) & 0 & \cdots & 0 \\ T_1(\theta) & T_0(\theta) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{N-1}(\theta) & T_{N-2}(\theta) & \cdots & T_0(\theta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{Q-1}(\theta) & T_{Q-2}(\theta) & \cdots & T_{Q-N}(\theta) \\ 0 & T_{Q-1}(\theta) & \cdots & T_{Q-N+1}(\theta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & T_{Q-1}(\theta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

环境杂波的脉冲响应矩阵 CIRM (Clutter Impulse Response Matrix, CIRM) 表示为:

$$C \triangleq \sum_{n=-N+1}^{M-1} J_n \otimes C_n \quad (6)$$

CIRM 的显性形式表示为:

$$C = \begin{bmatrix} C_0 & C_{-1} & \cdots & C_{-N+1} \\ C_1 & C_0 & \cdots & C_{-N+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N-1} & C_{N-2} & \cdots & C_0 \\ C_N & C_{N-1} & \cdots & C_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{M-1} & C_{M-2} & \cdots & C_{M-N} \end{bmatrix} \quad (7)$$

接下来,使用 $2m$ 维矢量 r 存储接收回波的样本,表示为:

$$r \triangleq [(r_{H,0}, r_{V,0}), \dots, (r_{H,M-1}, r_{V,M-1})]^T \in \mathbb{C}^{2M} \quad (8)$$

则全极化雷达的回波信号可以表示为:

$$r = \alpha_T T(\theta) s + c + v = \alpha_T T(\theta) s + C s + v \quad (9)$$

式中: α_T 是由传播因子及雷达方程等决定的复系数, c 为发射信号相关杂波矢量, v 为 $2M$ 维加性噪声矢量,可表示为:

$$v \triangleq [(v_{H,0}, v_{V,0}), \dots, (v_{H,M-1}, v_{V,M-1})]^T \in \mathbb{C}^{2M} \quad (10)$$

为表示杂波在极化域和距离域两个维度的相关性,定义下式所示归一化散散函数

$$r_{jk}(n, n') \triangleq \frac{\mathbb{E}[C_{j,n} C_{k,n'}^*]}{\sqrt{\mathbb{E}[|C_{j,n}|^2]} \sqrt{\mathbb{E}[|C_{k,n'}|^2]}} \quad j, k \in \{HH, HV, VV\} \quad (11)$$

经过进一步计算和优化,可得 $2M \times 2M$ 维杂波协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \sum_c (\omega) &= \mathbb{E}[cc^*] = \mathbb{E}[C_{ss}^* C^*] = \\ &= \sum_{n=-N+1}^{M-1} \sum_{n'=-N+1}^{M-1} [\sqrt{\sigma_n} \sqrt{\sigma_{n'}} r_{11}(n, n') (J_n \otimes A_1) \cdot ss^\dagger (J_{n'}^T \otimes A_1) + \\ &+ \sqrt{\varepsilon_n \sigma_n} \sqrt{\varepsilon_{n'} \sigma_{n'}} r_{22}(n, n') (J_n \otimes A_2) \cdot ss^\dagger (J_{n'}^T \otimes A_2) + \\ &+ \sqrt{\sigma_n} \sqrt{\sigma_{n'} \chi_{n'}} r_{13}(n, n') (J_n \otimes A_1) \cdot ss^\dagger (J_{n'}^T \otimes A_3) + \\ &+ \sqrt{\sigma_{n'} \chi_{n'}} \sqrt{\sigma_n} r_{13}^\dagger(n', n) (J_n \otimes A_3) \cdot ss^\dagger (J_{n'}^T \otimes A_1) + \\ &+ \sqrt{\sigma_n \chi_{n'}} \sqrt{\sigma_{n'} \chi_{n'}} r_{33}(n', n) (J_n \otimes A_3) \cdot ss^\dagger (J_{n'}^T \otimes A_3)] \end{aligned} \quad (12)$$

$2M$ 维接收矢量 r 可表示为

$$r = \alpha_T T(\theta) s + C s + v \quad (13)$$

雷达接收到的回波矢量 r 经过滤波器 $\omega \triangleq [\omega(0), \dots, \omega(2M-1)]^T \in \mathbb{C}^{2M}$ 处理后,输出为

$$y = \omega^\dagger r = \alpha_T \omega^\dagger T(\theta) s + \omega^\dagger C s + \omega^\dagger v \quad (14)$$

相应的输出 SCNR 为

$$\text{SCNR}_\theta(s, \omega) \triangleq \frac{|\alpha_T|^2 |\omega^\dagger T(\theta) s|^2}{\mathbb{E}[|\omega^\dagger C s|^2] + \mathbb{E}[|\omega^\dagger v|^2]} \quad (15)$$

发射波形方面,要求其满足功率约束,不失一般性,令 $\|s\|^2 = 1$, 其中 $\|\cdot\|$ 为 Frobenius 范数。为了实现最大化滤波器输出 SCNR, 在保持发射波形功率约束条件情况下, 将发射波形与接收滤波器联合优化方法待求解问题, 转换为如下表达式:

$$\bar{P} \begin{cases} \max_{s, \omega} \frac{|\omega^\dagger T(\theta) s|^2}{\omega^\dagger \sum_c(s) \omega + \omega^\dagger \omega \sigma_v^2} \\ \text{s.t. } \|s\|^2 = 1 \end{cases} \quad (16)$$

式中:问题 \bar{P} 是一个非凸优化问题。因 \bar{P} 的目标函数非凸, 且定义域是一个半径为 1 的圆, 为非凸集。针对该项问题的优化, Pillai 方法等提出了通过迭代优化发射波形 s 以符合给定终止条件。

2 发射波形—接收滤波器优化设计

2.1 Pillai 迭代优化方法

对于极化雷达如何提高抗干扰性能问题, Pillai 方法提出了发射波形相关杂波条件下的最优发射波形—接收滤波器求解方法^[4-5]。给定发射波形 s , 式(16)所示非凸优化问题可以写为

$$P_\omega = \max_s |\omega^\dagger T(\theta) s|^2 / (\omega^\dagger \sum_c(s) \omega + \omega^\dagger \omega \sigma_v^2) \quad (17)$$

式中: P_ω 所表现出的非凸优化问题, 实质上是信号处理中出现的极小方差非畸变响应问题 (Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)。该问题可等价写为

$$P_\omega = \min_\omega \omega^\dagger (\sum_c(s) \omega + \sigma_v^2 I) \omega \quad \text{s.t. } |\omega^\dagger T(\theta) s|^2 = 1 \quad (18)$$

求解结果可表示为

$$\omega = \alpha_\omega (\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s \quad (19)$$

式中: α_ω 为尺度系数, α_ω 的值不影响 P_ω 的目标函数值。因此, 可以取 ω 的归一化值作为接收滤波器的最优解, 即有

$$\omega = \frac{(\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s}{\|(\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s\|} \quad (20)$$

将式(20)所得的 ω 代入 P_ω , 目标函数变为发射波形 s 的函数 $s^\dagger T^\dagger(\theta) (\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s$, 于是, 优化问题 P_ω 变为

$$P_\omega = \max_s s^\dagger T^\dagger(\theta) (\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s \quad \text{s.t. } \|s\|^2 \leq 1 \quad (21)$$

如果 $\sum_c(s)$ 为一个常数, 则发射波形 s 的解为 $T^\dagger(\theta) (\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta)$ 主分量。但是, 根据式(21)可知, $\sum_c(s)$ 也是 s 的函数, 对此, Pillai 提出了一种发射波形 s 的迭代优化方法。设表示迭代次数, 则具体的实施和求解过程为:

- (1) 令 $k=0$, 得到初始发射波形 s_0 ($\|s_0\|^2 = 1$), 取 $s^{(k)} = s_0$;
- (2) 根据 $\Omega^{(k)} = T^\dagger(\theta) (\sum_c(s^{(k)}) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta)$, 构建矩阵 $\Omega^{(k)}$;
- (3) 求解矩阵 $\Omega^{(k)}$ 的最大本征值 $\lambda^{(k)}$, 以及它所对应的归一化本征矢量 $v_1^{(k)}$;
- (4) 求解误差因子 $\varepsilon^{(k)} = \sqrt{2(1-s^{(k)\dagger}) v_1^{(k)}}$;
- (5) 根据以上结算结果, 更新发射波形为: $s^{(k+1)} = s^{(k)} + \varepsilon^{(k)} v_1^{(k)} / [(1+\varepsilon^{(k)})^2 - (\varepsilon^{(k)})^3]$;
- (6) 对(2)到(5)步进行反复迭代计算, 直到 $\varepsilon^k \leq \zeta$;
- (7) 输出 $s^* = s^{(k+1)}$, $\omega^+ = (\sum_c(s^*) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s^*$ 。

上述 Pillai 方法给出了极化雷达在相关杂波条件下的发射波形的最优求解方法。但是, Pillai 方法在迭代求解时, 目标函数随着迭代次数的增加并不能保持单调收敛性。且执行过程中 ε 没有单调递减, 表明 Pillai 方法无法跳出迭代循环过程。

2.2 改进的迭代优化方法

改进的迭代优化方法的基本思路是: 先保持发射波形 s 不变, 优化接收滤波器 ω ; 然后保持接收滤波器 ω 不变, 优化发射波形 s , 求解问题 P_ω ; 接下来按照以上步骤重复迭代完成推演。

2.2.1 保持 s 不变下 ω 的最优解

由 Pillai 方法可知, 对于 P_ω 非凸优化问题, 给定发射波形 s , 接收滤波器 ω 的求解方法为:

$$\omega = \alpha_\omega (\sum_c(s) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s \quad (22)$$

接下来保持发射波形 s 不变, 由式(22)可得接收滤波器 ω 的最优解为:

$$\omega = \frac{(\sum_c(s_{\text{固}}) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s_{\text{固}}}{\|(\sum_c(s_{\text{固}}) + \sigma_v^2 I)^{-1} T(\theta) s_{\text{固}}\|} \quad (23)$$

2.2.2 保持 ω 不变下 s 的最优解

在已知接收滤波器 ω 已知的条件下, 发射波形 s 的最优求解问题方法为:

$$P_s = \begin{cases} \max_s \frac{|\omega^\dagger T(\theta) s|^2}{\omega^\dagger \sum_c(s) \omega + \omega^\dagger \omega \sigma_v^2} \\ \text{s.t. } \|s\|^2 \leq 1 \end{cases} \quad (24)$$

针对该优化问题, 可以得到如下结论: 如果 s_*

是式子

$$P_s = \max_s |\omega^\dagger T(\theta) s|^2 / \left(s^\dagger \sum_c (\omega) s + \sigma_v^2 \omega^\dagger \omega s^\dagger s \right) \quad (25)$$

的解,那么 $s_{**} = s_* / \|s_{**}\|$ 是 P_s 的解。

因此,可以去掉式(24)中 P_s 的约束条件限制 (s.t. $\|s\|^2 \leq 1$), 转换为求解式(25)的问题。将式(25)等价变换,进一步转化为 MVDR 问题,即

$$P_s = \min_s \left(\sum_c (\omega) + \sigma_v^2 I \|\omega\|^2 \right) s \quad (26)$$

s.t. $|\omega^\dagger T(\theta) s|^2 = 1$

接下来,采用与上述求解最优接收滤波器 ω 相同的求解方法,则其解为

$$s = \alpha_s (\bar{\Sigma}_c(\omega) + \sigma_v^2 \omega^\dagger \omega I)^{-1} T(\theta)^\dagger \omega \quad (27)$$

式中: α_s 为满足功率约束条件的系数。为了达到初始条件 $\|s\| = 1$ 的要求,最优发射波形 s 需满足

$$s = \frac{(\bar{\Sigma}_c(\omega) + \sigma_v^2 \omega^\dagger \omega I)^{-1} T(\theta)^\dagger \omega}{\|(\bar{\Sigma}_c(\omega) + \sigma_v^2 \omega^\dagger \omega I)^{-1} T(\theta)^\dagger \omega\|} \quad (28)$$

通过上述迭代方法,分别求出了最优解 s 和 ω 。分析可知,该方法在迭代过程中每一步骤的输出 SCNR 都不小于前一步的值,从而保证了目标函数 SCNR 的单调收敛性,最终求得满足要求的最优 SCNR。不过,上述迭代优化方法需要满足一定的条件,即给定门限 ζ , 当第 $k+1$ 次迭代所得目标函数 $SCNR^{(k+1)}$ 与第 k 次迭代所得目标函数 $SCNR^{(k)}$ 满足 $|SCNR^{(k+1)} - SCNR^{(k)}| < \zeta$, 迭代过程结束,结束点所得的 SCNR 为最优 SCNR, 相应的 s 和 ω 分别表示求

解得出的最优发射波形和最优接收滤波器。

3 仿真分析

实验中以某型全极化雷达实测数据作为目标特性数据^[8]。在仿真中,取俯仰角为 30.42° , 根据某型车辆的长度信息和雷达的距离分辨率, 选定 TIRM 支撑范围为 $Q=37$, 而且对于目标特性回波, 采用下式对其进行归一化处理:

$$T_n(\theta) = T_n(\theta) / \sqrt{\sum_{n=0}^{Q-1} \|\bar{T}_n(\theta)\|^2} \quad (29)$$

式中: $\bar{T}_n(\theta)$ 和 $T_n(\theta)$ 分别表示非归一化和归一化目标散射矩阵。

仿真过程中,取 $|\alpha_T|^2 = 1$, 退出条件门限取 $\zeta = 10^{-3}$, 发射波形长度取 $N=30$, 初始发射波形 s_0 的水平极化和垂直极化分量均取如下线性调频信号:

$$s_{H0}(n) = s_{V0}(n) = e^{j\pi n^2 / 2N} / \sqrt{2N}, n=0, \dots, N-1 \quad (30)$$

杂波参数方面,采用现有的草地杂波参数^[9], 即 $\varepsilon_n = \varepsilon = 0.19, \chi_n = \chi = 1.03$ 和 $\rho_n = \rho = 0.52$ 。

为了阐明本文所述方法与 Pillai 方法 SCNR 随迭代次数变化的特性,随机取目标物相对雷达视线角 θ 为 $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 270^\circ$ 进行仿真分析^[8-10], 所得滤波器输出 SCNR 随迭代次数变化的曲线如图 1 所示。分析可知,当迭代次数增加时,本文所述方法中滤波器输出 SCNR 呈现单调增加特性,而 Pillai 方法滤波器输出 SCNR 没有单调收敛。本文迭代方法大幅度提高了极化雷达接收滤波器的 SCNR。

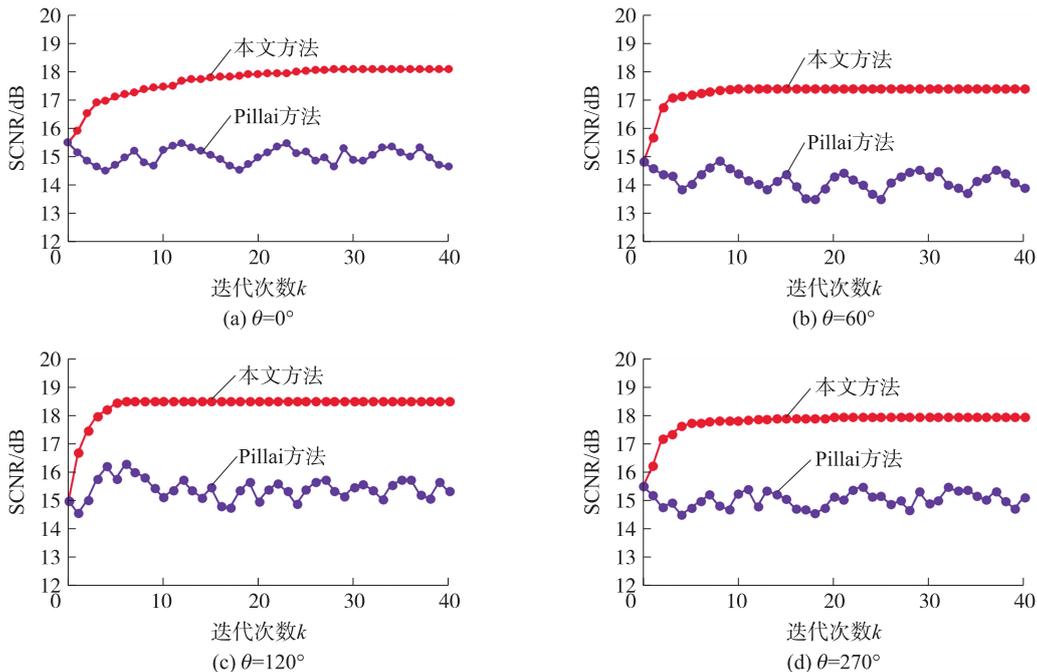


图 1 两种方法输出 SCNR 对比曲线

4 结论

针对 Pillai 方法在改善极化雷达性能时非凸问题的不足,提出了一种发射波形—接收滤波器迭代优化方法,在给定的目标特性矩阵、杂波参数和系统噪声条件下,目标函数随着迭代次数的增加呈现出单调收敛性,从而确保得到最优的发射波形—接收滤波器。采用了某型雷达目标特性数据,通过仿真和实验性能验证环节,验证了本方法的有效性,体现了波形优化设计在雷达性能优化中的价值。

参考文献:

- [1] 王雪松. 雷达极化技术研究现状与展望[J]. 雷达学报,2016,5(2):119-131.
- [2] 陈翼,王宁,孟晋丽,等. 认知雷达对抗体系研究[J]. 现代雷达,2017,39(9):81-85.
- [3] 赵春雷,王亚梁,阳云龙,等. 雷达极化信息获取及极化信号处理技术研究综述[J]. 雷达学报,2016,5(6):620-638.
- [4] Garren D A, Odom A C, Osborn M K, et al. Full-Polarization Matched-Illumination for Target Detection and Identification[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2002, 38(3):824-837.
- [5] 程旭. 全极化雷达目标检测与参数估计方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2016.
- [6] Melvin W L, Scheer J A. Principles of Modern Radar: Advanced Techniques[M]. Raleigh, NC:Scitech Publishing,2013.
- [7] 史常丽. 基于发射和接收优化设计的认知雷达动目标检测技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2017.
- [8] 包本刚,朱湘萍,谭永宏. 极化雷达发射波形和接收滤波器联合优化新方法[J]. 重庆大学学报,2019,42(1):120-130.
- [9] Aubry A, Demaio A, Farina A, et al. Knowledge-Aided(Potentially Cognitive)Transmit Signal and Receive Filter Design in Signal-Dependent Clutter[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems,2013,49(49):93-117.
- [10] 殷万君,金炜东. 地基雷达地物检测算法研究[J]. 电子器件,2018,41(2):385-389.



曾宝国(1982—),男,硕士研究生,成都工业职业技术学院,主要研究方向为物联网应用技术,505958148@qq.com。