

用数据矩阵分解确定多噪声源的频率和位置^{*}

俞 靖 杨春亭 王学礼

(浙江大学 杭州 310027)

本文提出利用均匀线阵接收的数据构造一种矩阵进行奇异值分解,以对频率、方位两参数进行分离估计,用频率谱估计出声源频率,用方位谱估计出声源方位角。并在此基础上改变阵列中心位置确定噪声源位置,计算机模拟和声学实验证实了上述方法的可行性。

关键词: 均匀线阵, 奇异值分解, 频率, 方位角, 定位

Frequencies estimation and location of noise sources with a data matrix decomposition

YU Jing YANG Chunting WANG Xueli

(Zhejiang University, Hangzhou 310027)

A separable approach based on the SVD of a data matrix is proposed to estimate frequencies and bearings of noise sources by a uniform linear array. Signal frequencies and bearings are estimated by spectral estimation. The method can be applied to locate the noise sources by change position of the array center. The simulation and experiment results support the theoretical predications.

Key words: uniform linear array, singular value decomposition, frequencies, bearings, location

1 引言

近十几年来,空间谱估计技术越来越引起人们极大的关注。空间谱估计的基本思想是基于正交子空间的概念,求解过程就是寻找信号子空间或噪声子空间。方法^[1]是将一组传感器按一定的方式形成阵列来接收声源信号,从得到的信号中捕捉信息。在许多情况下,不仅需要精确地确定声源的方向或位置,还要精确地知道其频率特性。本文提出一种基于阵列接收的数据构造矩阵对其进行奇异值分解的方法,可以对声源频率和方位二维

参数进行分离估计,用时间-频率谱估计出声源频率,在已知频率的基础上用空间-方位谱估计出声源方位,再利用其阵列的几何关系确定声源的位置。经理论推导、计算机模拟及声学实验证实了这种方法的可行性,从而避免了信号频率、方位二维参数的谱峰搜索,提高了处理速度。

2 阵列模型及理论方法

2.1 阵列模型^[2,3]

对图1所示接收阵列,假设: M 个窄带、频率和方位各不相同的球面波声源, N 个全

* 本研究是编号为593049的浙江省自然科学基金资助项目

第一作者:俞靖,女,1963年3月出生,讲师,现为浙江大学博士研究生。

收稿日期:97-10-16;修回日期:97-12-11

向等间隔阵元组成直线阵, 各阵元噪声等功率高斯白噪声, 某一阵元 c 为参考点, 且有 Q 个采样时刻, 则第 N 个传感器在采样数为 q 时的输出为:

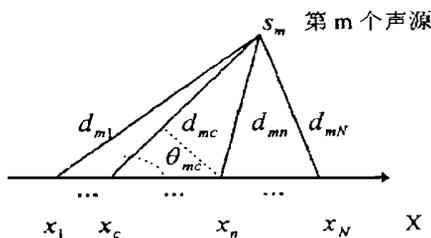


图1 声源接收阵列

$$y(n, q) = \sum_{m=1}^M a_m \exp(j\omega_n q D) \exp[jk_m(d_{mc} - d_{mn})] + w(n, q) \quad (1)$$

式中: a_m 为第 m 个声源的复包络; ω_m 为第 m 个声源的中心频率; D 为时间采样间隔; $k_m = \omega_m/v$ 为波数; v 为波速; $w(n, q)$ 为方差 $\sigma^2 = 1$ 的高斯白噪声; d_{mc} 、 d_{mn} 为第 m 个声源到第 c 个、第 n 个阵元的距离;

由几何关系知:

$$d_{mn} = (d_{mc} - x_n \cos \theta_{mc})^2 + x_n^2 \sin^2 \theta_{mc}$$

式中: $x_n = (n - c)d$; $d = \lambda_{min}/2$ 为阵元间距; λ_{min} 为最高频率对应的波长; θ_{mc} 为第 m 个声源到达参考阵元 c 的方位角;

当 $d_{mc} \gg x_n$ 时, 有^[2]:

$$d_{mn} \approx d_{mc} - x_n \cos \theta_{mc} + (x_n \sin \theta_{mc})^2 / 2d_{mc}$$

$$\begin{aligned} \text{则: } y(n, q) &= \sum_{m=1}^M a_m \exp(j\omega_n q D) \\ &\exp[jk_m(x_n \cos \theta_{mc} - \frac{x_n^2 \sin^2 \theta_{mc}}{2d_{mc}})] + w(n, q) \\ &= s(n, q) + w(n, q) \end{aligned} \quad (2)$$

2. 2理论方法

(1) 确定频率的时间-频率谱

令: 采样数 $Q > M$, 且 $N > M$, 若不考虑噪声影响, 则(2)式用矩阵形式表示为:

$$Y = S = CR_d B^T \quad (3)$$

其中: $C = [c_1, \dots, c_M]$

$$c_m = \{ \exp[jk_m(x_1 \cos \theta_{mc} - \frac{x_1^2 \sin^2 \theta_{mc}}{2d_{mc}})] \},$$

$$\dots, \exp[jk_m(x_N \cos \theta_{mc} - \frac{x_N^2 \sin^2 \theta_{mc}}{2d_{mc}})]]^T$$

$$B = [b_1, \dots, b_M],$$

$$b_m = [\exp(j\omega_m 1D), \dots, \exp(j\omega_m QD)]^T$$

$$R_d = \text{diag}[a_1, \dots, a_M]$$

因 ω_m 、 θ_m 互不相同, 且 $Q > M$, $N > M$,

a_1, \dots, a_M 不为零, 则:

$$\text{rank} Y = \text{rank} S = \text{rank}[CR_d B^T] = M$$

现对矩阵 Y 进行奇异值分解, 则:

$$Y = S = \sum_{i=1}^M \sigma_i u_i v_i^H = [u^1, \dots, u^M] \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_M \end{bmatrix}$$

$$[v^1, \dots, v^M]^H \quad (4)$$

式中: σ_i 、 u_i 、 v_i ($i = 1, \dots, M$) 分别为 Y 的非零奇异值, 左、右奇异向量; H 为共轭转置; 且 $\{u_i, i = 1, \dots, N\}$ 、 $\{v_j, j = 1, \dots, Q\}$ 分别为正交向量集, 则对任意 v_j ($j = M + 1, \dots, Q$) 有:

$$Y v_j = \sum_{i=1}^M \sigma_i u_i v_i^H v_j = 0; \quad \text{即: } CR_d B^T v_j = 0;$$

$$\text{则可得: } B^T v_j = 0; \quad \text{即: } b_m^T v_j = 0;$$

利用 Y 的奇异矢量构造时间-频率谱如下:

$$P(\omega) = 1 / (\sum_{j=M+1}^Q b^T(\omega) v_j)^2 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } b^T(\omega) &= [\exp(j\omega 1D), \dots, \\ &\exp(j\omega QD)] \end{aligned}$$

改变 ω 当 $\omega = \omega_m$, $m = 1, \dots, M$ 时, 由正交性 $P(\omega)$ 将出现峰值, 而峰值位置就确定了多声源的频率。

(2) 确定方位的空间-方位谱

对 Y 矩阵进行转置, 则:

$$\begin{aligned} Y_1 &= S_1 = [Y]^T = [S]^T = [CR_d B^T]^T \\ &= BR_d^T C^T = BR_d C^T \end{aligned} \quad (6)$$

对 Y_1 矩阵进行奇异值分解, 同理可得:

$$Y_1 v_{lj} = \sum_{i=1}^M \sigma_i u_i v_i^H v_{lj} = 0;$$

$$\text{即: } BR_d C^T v_{lj} = 0;$$

$$\text{则可得: } C^T v_{lj} = 0; \quad \text{即: } c_m^T v_{lj} = 0;$$

$$\text{因 } c_m \text{ 可表示成: } c_m = g_m d_m$$

$$\text{其中: } g_m = \text{diag}[\exp(-jk_m \frac{x_1^2 \sin^2 \theta_{mc}}{2d_{mc}})],$$

$$\dots, \exp(-jk_m \frac{x_N^2 \sin^2 \theta_{mc}}{2d_{mc}})]$$

$$d_m = [\exp(jk_m x_1 \cos \theta_{mc}),$$

$$\dots, \exp(jk_m x_N \cos \theta_{mc})]^T$$

且当: $d_{mc} \gg x_i (i = 1, \dots, N)$ 时, g_m^{-1} 为单位矩阵, 则: $C_m = g_m^{-1} d_m^{-1} I d_m = d_m$

利用 Y_1 的奇异矢量构造空间 - 方位谱

$$P_1(\theta) = 1 / \left(\sum_{j=1}^N d^T(\theta) v_{1j}^2 \right) \quad (7)$$

其中: $d^T(\theta) = [\exp(jk_m x_1 \cos \theta), \dots, \exp(jk_m x_N \cos \theta)]$

因已求得多声源 $\omega_n (n = 1, \dots, M)$, 因此只要代入 $k_m = \omega_n / v$, 分别对 $P_1(\theta)$ 进行方位扫描, 当 $\theta = \theta_{mc}$ 时, 由正交性 $P_1(\theta)$ 将出现峰值, 而峰值位置就确定了与 ω_n 相匹配的方位角 θ_{mc} 。

若考虑噪声的影响, 可如下处理:

令 $Q = N$, 且取 $y = \sum_{n=q=1}^N y(n, q)$, 则令 y^H 与 Y, Y_1 进行平均, 因噪声与信号之间互相独立, 则构造数据矩阵如下:

$$Y_2 = E[y^H Y] = E[(s^H + w^H) Y] \\ = E[s^H S] + E[w^H W] \\ = CE[y^H R_d] B^T + \sigma^2 I = CR_d B^T + \sigma^2 I \quad (8)$$

$$\text{式中: } R_d = \text{diag}[E(y^H a_1), \dots, E(y^H a_M)] \\ \text{同理: } Y_3 = E[y^H Y_1] = BR_d C^T + \sigma^2 I \quad (9)$$

因 Y_2, Y_3 为方阵, 则单位矩阵不影响 Y_2, Y_3 的奇异矢量, 故 Y_2, Y_3 它们具有无噪声时所具有的正交性质。所以可通过对 Y_2, Y_3 奇异值分解实现高分辨处理。

3 声源位置的确定

利用上述的方法, 可求得声源相对于阵元 c 参考点的方位角。若改变阵元参考点位置, 则可求得声源相对于不同阵元参考点的方位角。假设第 m 声源相对于阵元 c, c' 参考点的方位角为 $\theta_{mc}, \theta'_{mc}$, 则已知声源的两个方位角及两参考阵元之间的距离, 便可求得声源位置。

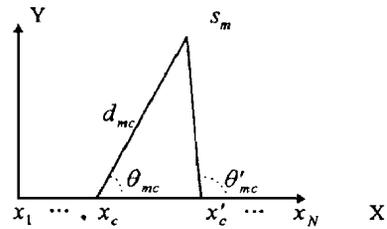


图2 声源位置的确定

从图2可知: $d_{mc} = x_c \frac{\sin(180^\circ - \theta_{mc})}{\sin(\theta_{mc} - \theta'_{mc})}$

若设 X 轴位于阵列上, Y 轴以第1阵元 x_1 为原点, 则第 m 个噪声源位置为:

$$\begin{cases} x_m = (c-1)d + d_{mc} \cos \theta_{mc} \\ y_m = d_{mc} \sin \theta_{mc} \end{cases} \quad (10)$$

4 计算机模拟

为了证实理论的正确性及可行性, 我们在计算机上进行了大量的模拟实验, 因篇幅所限, 只列举一个实验。实验由10次独立试验组成。

实验: 两个噪声源的中心频率为: $f_1 = 2000\text{Hz}, f_2 = 1000\text{Hz}$, 声源与白噪声的信噪比 $SNR_1 = SNR_2 = 10\text{db}$, 等间隔直线阵列的阵元数 $N = 5$, 间隔 $d = \lambda_{min} / 2$, 噪声方差 $\sigma^2 = 1$, X 轴位于阵列上, Y 轴位于 x_1 处, 且分别以阵元1、3为参考点, 两声源坐标为: $(x_1, y_1) = (2.57\text{m}, 10.05\text{m}), (x_2, y_2) = (5.57\text{m}, 10.05\text{m})$, 采样时间间隔 $D = 1.25 \times 10^{-4}\text{s}$ 。

首先对噪声源的频率估计进行计算机模拟。实验结果如图3所示。在得知声源频率的基础上, 对噪声源的方位角估计进行计算机模拟, 实验结果如图4(a)、(b)。图3、4为1次独立试验所得结果。

从图3看出: 频率图为双峰, 且从图中能正确估计频率值。

从图4可见: (a)、(b) 均能很好地分辨声源相对于参考点阵元1、3的方位角, 由图中得到的方位角计算声源的位置, 其结果见表1。从表1可知, 其标准差很小。

计算机模拟证实了理论的可行性。

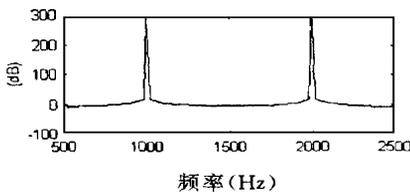


图3 计算机模拟的时间-频率谱

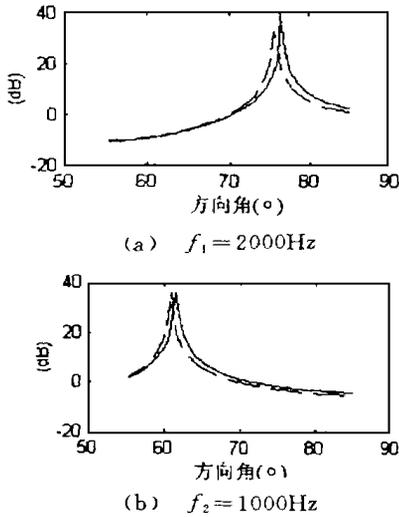


图4 计算机模拟的空间-方位谱

表1 用 SVD 法模拟所得实验数据的计算结果

	声源 s_1		声源 s_2	
	$x_1(m)$	$y_1(m)$	$x_2(m)$	$y_2(m)$
真值	2.57	10.05	5.60	10.05
均值	2.493	10.02	5.696	10.018
标准差	0.053	0.026	0.072	0.028

5 声学实验

在计算机模拟可行的基础上,我们在杭州电声厂的全消声室进行了声学实验。实验所取参数为:记录数据长度 $T = 50s$,其余与计算机模拟时的一致。实验中声源信号由两台 B&K 1027 信号发生器产生,并由 5 台 ND2 型精密声级计接收声场中的声源信号,再通过 TEAC-SR-30 型磁带记录仪记录,最后经 HP3567A 频谱/网络分析系统进行数据采样处理。但由于实际系统中不可避免地存在各

通道特性不一致、阵元之间耦合引起的误差,因此实验时,首先对系统进行校正^[4],在此基础上,对实验所得数据进行分析处理,所得结果如下:

图5、6为记录数据长度中的一段数据结果,从图中看出:数据矩阵 SVD 法能正确估算声源频率和方位,从表2看出:在估算方位角基础上,计算所得声源位置其标准差较小。声学实验再一次证实了理论的可行性。

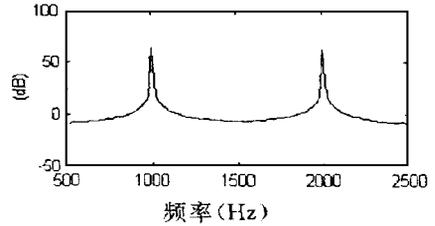


图5 声学实验的时间-频率谱

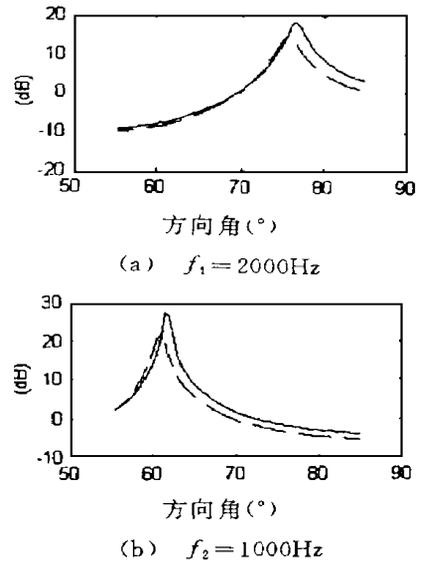


图6 声学实验的空间-方位谱

表2 声学实验用 SVD 法所得数据的计算结果

	声源 s_1		声源 s_2	
	$x_1(m)$	$y_1(m)$	$x_2(m)$	$y_2(m)$
真值	2.57	10.05	5.60	10.05
均值	2.667	9.939	5.728	10.158
标准差	0.075	0.104	0.117	0.102

6 讨论与分析

(1) 公式(1)是在窄带信号基础上推得的,对于宽带信号,可对其作离散付里叶变换,分解为 J 个互不重叠的窄带分量,最后通过对所有窄带估计的结果进行平均得到最后的结果。

(2) 本文所述的方法要求阵元数(N)大于声源数(M),且公式中需要知道 M ,这就要求对声源数 M 进行判断。理想情况下,通过求最小相同的奇异值个数(K),可以得知声源数 $M = N - K$,但在实际情况下,当观察的数据较少,声源方向较近以及信噪比较低时,一般不会得到 K 个完全相同的最小奇异值,此时一般用某些统计判断准则来作判断。常用的判断准则有 AIC (Akaike's information criterion) 法和 MDL (Minimum description length criterion) 法^[5],其公式为:

$$\begin{aligned}
 \text{AIC}(M) = & -\lg \left[\frac{\prod_{i=M+1}^N \sigma_i^{1/N-M}}{\frac{1}{N-M} \prod_{i=M+1}^N \sigma_i} \right]^{(N-M)Q} \\
 & + M(2N-M) \lg Q \quad M \in \{0, 1, \dots, N-1\} \quad (11) \\
 \text{MDL}(M) = & -\lg \left[\frac{\prod_{i=M+1}^M \sigma_i^{1/N-M}}{\frac{1}{N-M} \prod_{i=M+1}^M \sigma_i} \right]^{(N-M)Q} \\
 & + \frac{M}{2}(2N-M) \lg Q \quad M \in \{0, 1, \dots, N-1\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

判别时,以 $\text{AIC}(M)$ 或 $\text{MDL}(M)$ 的最小值所

对应的整数 M 为声源个数。

(3) 对于矩阵运算,公式中采样时间间隔 $D(D=1/f_m)$ 必须满足采样定理,即:采样频率 f_m 大于两倍的声源频率 f_s ,这样运算不致失真;同时,采样较多的阵元数和采样数,会使通过矩阵运算确定的频率、位置精度提高,但也会增加运算量及使实验机构复杂。

7 结论

如何确定多噪声源的频率和位置,一直是噪声控制中一个十分重要的方向,本文提出的方法,经计算机模拟与声学实验证实了理论的可行性。此方法利用了现代阵列处理技术,并采用二维参数分离处理,在数据处理等过程中快速方便,具有不可比拟的优越性。

参考文献

- 1 R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation. IEEE Tran., 1986: AP-34 (Mar): 276 ~ 280
- 2 C. C. Yeh, Y. J. Hong, and D. R. Ucci. The effect of a finite distance source on an Applebaum array. IEEE Tran, 1985; AP-33(Sept): 1003 ~ 1008
- 3 殷柏涛. 高分辨率二维特征谱分析的计算机模拟. 声学与电子工程, 1990; (1)
- 4 杨超, 阮颖铮. 空间谱估计测向中通道失配与阵元间互耦的一次性补偿. 电子科学学刊, 1995; (3)
- 5 屈志农译. 阵列处理过程中信源数目检测的信息论准则特性的统计分析. 电信技术研究, 1992; (2)