

# 复杂河流网络节点重要度分析

吴学文<sup>a</sup>, 李玲<sup>a</sup>, 方国华<sup>b</sup>

(河海大学 a. 计算机与信息学院; b. 水利水电学院, 南京 210098)

**摘要:** 流域中,具有一定水力联系的河流、交叉口、水利设施等纵横交错地构成了一个复杂的河流网络。应用复杂网络理论,建立了河流网络模型,并描述了节点的重要度。将该网络模型应用于海河流域,建立了含有565个节点的海河流域网络。计算了海河流域网络节点的度指标和介数指标,并分别划分为8个等级和12个等级,对不同等级的节点进行节点重要度分析。通过对比分析节点的度指标和介数指标,证明了介数指标更能准确刻画河流网络节点的重要性。复杂网络中节点重要度分析可以为水利规划提供理论依据。

**关键词:** 河流网络; 复杂网络; 节点重要度; 度指标; 介数指标

**中图分类号:** TV212.4      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1672-643X(2013)02-0145-06

## Analysis of node criticality in complex river network

WU Xuewen<sup>a</sup>, LI Ling<sup>a</sup>, FANG Guohua<sup>b</sup>

(a. College of Computer and Information; b. College of Water Conservancy and Hydropower, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** Rivers, intersections, water conservancy facilities possesses a certain hydraulic connection and criss - crossly form a complex river network. The paper applied the theory of complex networks to build a river network model and describes the vital nodes. It applied the model to Haihe River basin and set up the network of 565 nodes, and calculated degree centrality and betweenness centrality of Haihe River basin network. Degree centrality is divided into eight levels and Betweenness Centrality is divided into twelve levels to analyze vital nodes of different level. After comparative analysis of degree centrality and betweenness centrality, betweenness centrality is proved to be more accurate in describing the vital node. the analysis of node criticality in complex river network can provide a theoretical basis for the plan of water resources.

**Key words:** river network; complex network; vital node; degree centrality; betweenness centrality

## 1 概述

河流系统是一个远离平衡态的、开放的、自组织的复杂系统<sup>[1-3]</sup>。河流时刻与环境进行着物质、能量和熵的交换<sup>[4-5]</sup>。复杂网络复杂网络理论具有普适性,能简化模型,降低难度,能较好地将河流的宏观外在特征和微观内在特征相结合<sup>[6]</sup>。通过将复杂网络理论应用于河流网络,希望能得到流域的时空分布信息,以便更好地研究流域特性。然而至今的研究基本上都是只侧重于研究河流的局部动力学内在现象或机制,或只研究天然河流,而忽略了水利工程设施对河流系统的影响。如果将包括河流及水利工程设施在内的流域抽象成复杂网络模型,则所有的研究都可以在网络上进行讨论。

分析网络中节点的重要性,找出那些重要的

“核心节点”,并且重点保护这些“核心节点”,以提高整个网络的可靠性<sup>[7-10]</sup>,这对于网络的安全防护等应用具有非常重要的意义。尤其在规模庞大、结构复杂的河流网络中,分析重要的节点,对这些重要节点进行控制、保护等,提高河流网络的可靠性和抗毁性,对抗洪救灾、水资源分配等都具有重要意义。

本文将应用复杂网络理论来建立河流网络模型,研究河流网络的节点重要度,并通过海河流域的实例进行应用分析。这是一种全新的尝试,可能会为专业领域研究、工程技术研究等提供理论依据或启示。

## 2 复杂河流网络

应用复杂网络理论,将实际的流域抽象概化为复杂网络里的节点和边,进而建立河流网络的数学模

型。

### 2.1 节点

将河流的流量、水位等水力特征明显改变的地方设为节点,即流域源口、河流交汇点、流域出口、水库、水电站、水坝、水泵、水利枢纽、水闸等抽象为网络节点。

用  $V$  来表示节点的集合,即  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 。

### 2.2 边线

将河水在节点间流经的途径定义为河流网络的边线。边线代表了节点之间的连接,包括自然河道和人工河道。由于河流的流动具有方向性,所以节点间的连接也具有方向性,即边线具有方向性。节点间的连接方式一般分为:串联、并联以及混合联(既有串联又有并联)。

假定网络中不存在孤立节点,不存在自环,节点之间最多只有一条边相连。

用  $E$  来表示边的集合,即

$$E = \{ \langle v_i, v_j \rangle \mid v_i, v_j \in V \} \quad (1)$$

式中:  $V$  为节点集合;  $v_i, v_j$  为节点;  $\langle v_i, v_j \rangle$  表示从节点  $v_i$  到节点  $v_j$  的有向连接。

用邻接矩阵表示边线的方向性。对于有  $n$  个节点的复杂河流网络,可以映射为一个  $n \times n$  的邻接矩阵  $R$ 。

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{i1} & r_{i2} & \cdots & r_{ij} & \cdots & r_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nj} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中:  $r_{ij}$  为节点间的连接关系,即从节点  $v_i$  到节点  $v_j$  的连接关系。

$r_{ij} = 1, r_{ji} = 0$  表示从节点  $v_i$  到节点  $v_j$  存在有向连接;  $r_{ij} = r_{ji} = 1$  表示节点  $v_i$  与节点  $v_j$  为双向连接,对于河流网络,由于河流一般是单向流动的,且不考虑逆流现象,所以认为网络中不存在双向连接;  $r_{ij} = r_{ji} = 0$  表示节点  $v_i$  与节点  $v_j$  之间不存在连接。

### 2.3 河流网络模型

通过以上分析可知,河流网络可以抽象为一个有向复杂网络模型( $G$ )。该网络模型涉及两个基本要素:节点集合( $V$ )、边集合( $E$ )。即

$$G = \{V, E\} \quad (3)$$

其中:  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  表示河流网络由  $n$  个节点组

成;  $E = \{ \langle v_i, v_j \rangle \mid v_i, v_j \in V \}$ ,  $E$  表示边的集合。

## 3 节点重要度

复杂网络中的节点的重要度问题讨论的是节点在网络中的重要程度,有利于在规模庞大、结构复杂的网络中准确而迅速地发现重要节点。

评估网络中节点重要度的方法很多,本质上都是源于图论以及基于图的数据挖掘。主要有度指标、紧密度指标、介数指标、特征向量指标等。本文主要介绍并分析几种比较常用的重要度指标。

### 3.1 度指标

度指标(Degree Centrality)是用于描述网络中节点所产生的直接影响力,是研究网络拓扑结构的基本参数,认为与节点相连的边越多则该节点越重要,即度最大的节点最重要,其值为与该节点直接相连的节点数。

设网络具有  $n$  个节点,则节点  $x$  的度指标定义为:

$$C_d(x) = d(x) \quad (4)$$

式中:  $d(x)$  表示与节点  $x$  直接相连的节点数,称为该节点的度。

为了根据度指标来比较不同规模的网络中的节点的重要度,需要对度指标进行归一化处理。由于具有  $n$  个节点的网络中节点的度不会超过  $n - 1$ ,则归一化的度指标定义为

$$C_D(x) = \frac{C_d(x)}{n - 1} \quad (5)$$

式中:  $C_d(x)$  为节点  $x$  的度;  $n$  为网络节点的总数;  $n - 1$  表示最大可能的邻点数。

这是最简单的节点重要度评估方法。节点的度一定程度上反映了节点的重要性。节点的度值越高,则这个节点就越重要。这种方法思想简单,且计算复杂度不高。显然这种评估方法具有一定的片面性,仅仅从节点度的大小并不能准确表达网络中节点的重要程度,有些重要的“核心节点”并不一定具有较大的连接度。例如,一个节点的度值虽然很高,但是连接它的其他节点并不重要,则这个节点并不一定非常重要;反之,若一个节点的度值并不是非常高,也可能是只有两条边相连的“桥节点”,但是连接它的节点多数都非常重要,该节点可能在网络中起到关键的桥接作用,则这个节点在网络中也非常重要。

### 3.2 紧密度指标

紧密度(Closeness Centrality)指标用于刻画网络中的节点通过网络到达网络中其它节点的难易程

度,节点的紧密度越大,表明节点越居于网络的中心,它在网络中就越重要。其值定义为该节点到达所有其它节点的距离之和的倒数。设网络具有  $n$  个节点,则节点的紧密度指标定义为

$$C_c(x) = \frac{n-1}{\sum_{y=1}^n d_{xy}} \quad (6)$$

式中:  $d_{xy}$  为节点  $y$  到节点  $x$  的距离;  $n$  为网络节点总数;  $n-1$  为最大可能的邻点数。

度指标反映的是一个节点对于网络中其它节点的直接影响力,而紧密度指标则反映的是节点通过网络对其它节点施加影响的能力。紧密度指标不仅考虑到了节点度值的大小,而且还考虑到了节点在网络中所处位置的中心性,因而紧密度指标较之度指标更加能够反映网络全局的结构。紧密度对网络的拓扑结构依赖性很大,对于集中式的星形网络它可以准确地发现中心节点,但是对于民主式的正则图、ER 随机图网络则并不适合。

### 3.3 介数指标

介数指标 (Betweenness Centrality) 用于刻画网络中的节点对于信息流动的影响力。设网络具有  $n$  个节点,则节点  $x$  的介数指标定义为

$$C_B(x) = \frac{2 \sum_{j < k} g_{jk}(x)}{(n-1)(n-2)g_{jk}} \quad (7)$$

式中:  $g_{jk}$  为节点  $j$  与节点  $k$  之间的测地线条数(节点  $j$  和节点  $k$  之间的最短路径数);  $g_{jk}(x)$  为节点  $j$  与节点  $k$  之间经过节点  $x$  的测地线条数(节点  $x$  的介数);  $(n-1)(n-2)/2$  为最大可能的点介数(任意其他两节点测地线都经过节点  $x$ )。

介数指标中引进了信息流动的概念,在使用最短路径路由算法的网络中,介数指标刻画了信息流经给定节点的可能性,任一节点的介数指标均会随着经过该节点的信息流的增加而增大,利用介数指标可以确定信息负载繁重的网络节点,它不一定度最大,也不一定是网络的拓扑中心。

使用介数指标可以准确找到网络中某些“流量”非常大的重要节点,但其缺点是计算复杂度非常高,因为不仅要计算各个节点对之间的最短路径长度,还要记录这些最短路径的路线。

## 4 实例分析

将以上网络模型应用于海河流域,并进行统计分析海河流域网络模型的节点重要度的度指标和介数指标。

### 4.1 海河流域网络模型

海河流域位于中国华北地区,由北运河、永定河、大清河、子牙河以及漳卫南运河等 7 条主要河流组成,除蓟运河外,其余各河均汇注海河,经天津市入渤海,海河干流长 73 km。流域总面积达 31.79 万  $\text{km}^2$ 。海河水系已进行了大规模水利建设,建设了很多水库、水电站和水利枢纽等。

根据《中华人民共和国水力资源复查成果》及查询相关资料<sup>[11]</sup>,应用复杂网络理论,建立海河流域网络模型,如图 1 所示。将海河流域源口、河流交汇点、河流分叉点、河流出口、湖泊、密云水库、卢沟桥枢纽、土门楼泄洪闸、独流减河进洪闸、下马岭水电站等抽象为节点,得到 565 个节点。将北运河、永定河、子牙河以及漳卫南运河等河道抽象为网络边线,得到 616 条边线。应用 Matlab 试验仿真并进行相关计算。由于紧密度指标对网络的拓扑结构依赖性很大,所以本文中只计算了度指标和介数指标。

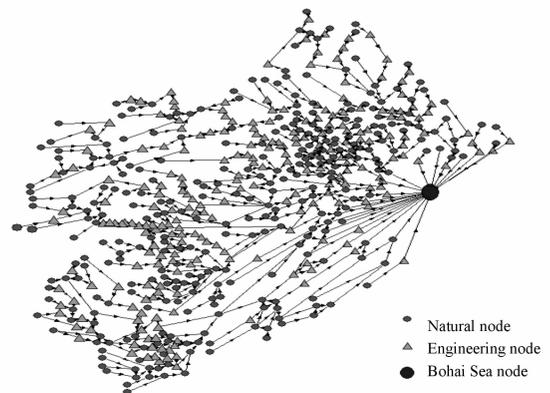


图1 海河流域网络节点图

### 4.2 试验数据分析

4.2.1 节点重要度——度指标 经过 matlab 计算,得到海河流域网络的节点的度指标分布情况,如表 1 所示。由表 1 可知:

等级 1,  $C_D = 0.04078$ , 度指标最大,即渤海节点。由于渤海是海河流域的出口,海河各支流汇入渤海,因此度指标较大。

等级 2,  $C_D = 0.01241$ , 只有白洋淀节点。白洋淀是海河平原上最大的湖泊,连接着漕河、瀑河、白沟引河、赵王新河、唐河、清水河等河流。还连接着新盖房枢纽、枣林庄枢纽等,这体现了白洋淀的重要度。

等级 3,  $C_D = 0.01064$ , 有密云水库节点和独流减河进洪闸节点。密云水库,连接白河、清水河、忙牛河、潮河等,密云水电站、亮平台水电站、半城子水库等。密云水库是以防洪及工农业用水为主要任务

的综合利用水库。遇百年一遇洪水时保下游河道安全,从根本上消除了潮、白河的水害,年发电量为1.15亿  $\text{kW} \cdot \text{h}$ ,是北京市最重要的供水水源。因

此,密云水库在防洪、供水方面均发挥巨大作用。独流减河进水闸,连接独流减河、子牙河、南运河、黑龙港河等河流和锅底分洪闸等,也体现了其重要性。

表1 海河流域网络的度指标分布情况表

等级	度指标	度数	实际节点	数量
1	0.04078	23	渤海	1
2	0.01241	7	白洋淀	1
3	0.01064	6	密云水库、独流减河进洪闸	2
4	0.00887	5	黄壁庄水库、四女寺枢纽	2
5	0.00709	4	潮白河与蓟运河交汇点、大石河、小清河与北拒马河交汇点、艾辛庄枢纽等	33
6	0.00532	3	官厅水库、卢沟桥枢纽、沙河与青龙河交汇点、王快水库、岗南水库等	151
7	0.00355	2	闪电河水库、友谊水库、倒马关水库、西大洋水库、法华水电站、岳城水库等	219
8	0.00177	1	河流源口,包括东洋河源口、拒马河源口、小滦河源口、永兴河源口等	156

等级4,  $C_D = 0.00887$ ,有黄壁庄水库节点和四女寺枢纽节点。黄壁庄水库是一座防洪、灌溉、发电、城市供水综合利用的大型水库工程,与岗南水库联合调度,防洪标准可达到万年一遇。四女寺枢纽,位于卫运河、漳卫新河和南运河的衔接处。

等级5,  $C_D = 0.00709$ ,有潮白河与蓟运河交汇点、艾辛庄枢纽等33个节点。可以看出,该等级既有河流交汇点,又有枢纽、水库等工程设施。

等级6,  $C_D = 0.00532$ ,有官厅水库、卢沟桥枢纽、潘家口水库、东洋河与二道河交汇点等节点。同样,该等级既有河流交汇点,又有枢纽、水库等工程设施,既有像官厅水库这样的大水库,又有像潘家河水库般的小中型水库。

等级7,  $C_D = 0.00355$ ,有闪电河水库、黑山湾水电站、壶流河水库、倒马关水库、清水口水电站、法华水电站、岳城水库、下马岭水电站等节点,其中既包括小型水库、水电站等工程,也包括大型水库、水电站等。因为其度数为2,即节点位于河道中间,所以只有水库、水电站、枢纽等水利工程节点,而不含河流交汇点。

等级8,  $C_D = 0.00177$ 为河流源口节点。度指标认为所有河流源口节点具有相同的重要性。

通过以上分析,可以得出,海河网络的度指标分布比较集中,等级较少,只有8个等级,  $C_D$  为0.00887 ~ 0.04078时,只有少量节点,多数节点度指标分布在0.008以下。因此,可以看出,度指标能找出极少量最重要的节点(等级1~4),少量较重要的节点(等级5),大量一般节点(等级6~7),大量不重要的节点(等级8)。

然而,对于官厅水库这样的大水库,其度指标与潘家河水库的度指标相同,而未能体现官厅水库的重要性。

4.2.2 节点重要度——介数指标 经过 Matlab 计算,得到海河流域网络的节点的介数指标分布情况,如表2所示。

由于各节点的介数指标较分散,共有262个值,几乎每个节点的介数指标都不相等,最多有6个节点的介数相同,一般是1~2个节点的介数指标相同。为了便于分析,将其按区间段分为12个等级,如表2所示。

等级1,  $C_B = 0.01534$ ,只有漳河与卫河交汇点,位于漳卫南运河水系。清漳河与浊漳河汇聚成漳河,至岳城水库流入平原,淇河、峪河、汤河、安阳河等各支流汇集于卫河,卫河与漳河合流形成卫运河。其重要度体现在交汇点上下游均连接有多条河流,且这些河流又分别连接其他河流,即该节点与其他节点的整体连接度较高。因此,对于整个河流网络,认为最重要。也许将来可以在该交汇点建设水利工程,为水利工程规划提供理论依据。

等级2,  $C_B = 0.01409$ ,只有独流减河进洪闸,位于子牙河、南运河、大清河、独流减河交汇点。独流减河进洪闸,连接独流减河、子牙河、南运河、黑龙港河等,锅底分洪闸等。独流减河(Duliujian River)是天津市一条重要的行洪河道和南部防洪的重要防线,属大清河系,引泄大清河和子牙河洪水直接入海的人工河道。对于分洪、控制洪水起到十分重要的作用。

表 2 海河流域网络的介数指标分布情况表

等级	介数指标	实际节点	数量
1	0.01534	漳河与卫河交汇点	1
2	0.01409	独流减河进洪闸	1
3	0.01305	官厅水库	1
4	0.01292 ~ 0.01000	向阳河一级水电站、清水河与永定河交汇点、下马岭水电站、安家庄一级水电站、三家店拦河闸、陈各庄水电站、卢沟桥枢纽等	15
5	0.00988 ~ 0.00500	滏阳河与呼漳河交汇点、献县枢纽、黄壁庄水库、屈家店枢纽、岗南水库、四女寺枢纽、西大洋水库、倒马关水库、岳城水库等	42
6	0.00490 ~ 0.00100	天堂河与永定河交汇点、北京排污河与永定河交汇点、龙河与永定河交汇、白洋淀、清水口水电站等	122
7	0.00099 ~ 0.00050	八里河与闪电河交汇点、友谊水库等	50
8	0.00049 ~ 0.00010	北京排污河与北运河交汇点、法华水电站、紫荆关水电站等	135
9	0.00009 ~ 0.00005	瀑河水库、小白河分叉点、徒骇河与赵牛河交汇等	24
10	0.00004 ~ 0.00001	芦庄子水电站、邱庄水库、洋河水库、百草坪水库等	14
11	0.000006	陡河水库、石河水库、北戴河闸	3
12	0	河流出口和河流源口,包括渤海、黑风河源口、小滦河源口、十里河源口等	157

等级 3,  $C_B = 0.01305$ , 只有官厅水库。官厅水库位于永定河与妫水河交汇点, 有官厅水电站, 连接向阳河水电站、朝阳市水电站、军民大渠六号闸等。官厅水库是大型综合水库工程, 工程等级为一等工程, 防洪能力达到千年一遇的洪水设计。官厅水库是永定河上的大型骨干工程, 担负着防洪、工业和城市供水、灌溉、发电等任务, 是首都北京的主要供水水源之一。

等级 4 ~ 5,  $C_B$  为 0.01292 ~ 0.00500, 有向阳河一、二级水电站、清水河与永定河交汇点、下马岭水电站、三家店拦河闸、卢沟桥枢纽、黄壁庄水库、屈家店枢纽、岗南水库、四女寺枢纽、岳城水库等。主要是较大的水电站、水库、枢纽、交汇点等, 处于海河流域中较重要的地位。

等级 6 ~ 8,  $C_B$  为 0.00490 ~ 0.00010, 天堂河与永定河交汇、北京排污河与永定河交汇、龙河与永定河交汇、白洋淀、清水口水电站、友谊水库、王快水库、法华水电站等。既有水库、水电站等中型的水利工程, 又有河流交汇点等。

等级 9 ~ 10,  $C_B$  为 0.00009 ~ 0.00001, 有瀑河水库、小白河分叉点、徒骇河与赵牛河交汇点、芦庄子水电站、邱庄水库、洋河水库、百草坪水库等节点, 既有水库又有交汇点。这些节点多数都位于较小的河流的源口附近, 这些小的河流汇入其他主要河流,

最后汇入渤海。

等级 11,  $C_B = 0.000006$ , 只有陡河水库、石河水库和北戴河闸。这些节点的共同点是, 节点上游连接河流源口, 节点下游直接连接渤海, 即节点所在河流都经过这些节点直接流入渤海, 而不在与其他节点相连接, 所以其重要度较小。

等级 12,  $C_B = 0$ , 有渤海、黑风河源口、小滦河源口等, 即河流出口和河流源口。由于河流网络是有向图, 所以任何两个节点间的路径都不经过河流源口和河流出口, 因此, 即河流源口和河流出口的介数指标为 0, 即最小。

节点的度指标在一定程度上反映了节点的重要性。节点的度值越高, 则这个节点就越重要。白洋淀、密云水库、独流减河进洪闸、黄壁庄水库、四女寺枢纽这些节点的度指标较高, 从直观上可以看出其重要性。但官厅水库、王快水库、卢沟桥枢纽的度指标一般, 未体现其重要性。这也体现了度指标的片面性。仅仅从节点度的大小并不能准确表达网络中节点的重要程度, 可能会忽略一些重要节点。度指标仅将节点分为 8 个等级, 等级较少, 划分较粗略。

节点的介数指标, 通过结合最短路径, 刻画了信息流经给定节点的可能性, 利用介数指标可以确定信息负载繁重的网络节点。通过对表 2 的分析可知, 各节点的介数指标较分散, 共有 262 个值, 几乎

每个节点的介数指标都不相等,最多只有6个节点的介数相同(除了等级12外),一般是2~3个节点的介数指标相同。可见,介数指标对重要性划分较详细。介数指标能找到漳河与卫河交汇点、独流减河进洪闸、官厅水库等最重要的节点(等级1~3),这些节点的度并不大,但对于整个网络,却具有重要作用;其次是卢沟桥枢纽、岗南水库、四女寺枢纽、西大洋水库、倒马关水库、岳城水库等具有较高介数指标的节点(等级4~5),也体现了其具有较高的重要性;而对于一些中型的水库、水电站、枢纽、河流交汇点等节点(等级6~10),则介数指标一般,则对整个网络的作用也就较小;而对于一些小型的水库、水闸等节点(等级11),介数指标较小,体现了这些节点不是特别重要;而对于河流源口和河流出口,其介数指标为0,认为这些节点最不重要。

通过以上分析可知,度指标划分较粗略,而介数指标划分较详细,且介数指标比度指标更能准确刻画节点的重要性。但是,度指标较容易计算,而介数指标的计算复杂度非常高,因为不仅要计算各个节点对之间的最短路径长度,还要记录这些最短路径的路线。因此,度指标和介数指标各有优缺点,应根据实际情况进行选择。

## 5 结 语

河流系统是一个开放的复杂系统。本文通过对流域进行抽象概化,形成流域网络节点图,从而构建出复杂河流网络模型,进一步讨论了河流网络的节点重要度指标。通过将所建模型应用于海河流域,并对海河流域网络节点重要性的度指标与介数指标进行了对比分析。

复杂网络可以系统地、客观地描述河流网络,这为研究河流网络的复杂性和进行河流水利控制提供

了新思路。以覆盖全流域的网络模型为基础,可以进一步研究河流网络的脆弱性、鲁棒性等,从而服务于流域管理实践。

### 参考文献:

- [1] Rinaldo A, Rodriguez-Iturbe I, Rigon R, et al. Minimum energy and fractal structures of river networks[J]. Water Resources Research, 1992, 28(9): 2183-2195.
- [2] Rodriguez-Iturbe I, Rinaldo A, Rigon R, et al. Fractal structures as least energy dissipation patterns: the case of river networks[J]. Geophysical Research Letters, 1992, 19: 2854-2860.
- [3] Rinaldo A, Rodriguez-Iturbe I, Rigon R, et al. Self-organized fractal river networks[J]. Physical Review Letters, 1993, 70: 1222-1226.
- [4] 刘怀湘,王兆印. 典型河网形态特征与分布[J]. 水利学报, 2007, 38(11):1354-1357.
- [5] 汪富泉,曹叔尤,丁晶. 河流网络的分形与自组织及其网络机制[J]. 水科学进展, 2002, 13(3):368-374.
- [6] 汪小帆,李翔,陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2006:10-11.
- [7] 赫南,李德毅,淦文燕,等. 复杂网络中重要性节点发掘综述[J]. 计算机科学, 2007, 34(12):1-6.
- [8] 谭跃进,吴俊,邓宏钟. 复杂网络中节点重要度评估的节点收缩方法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 27(11):79-84.
- [9] 何大韧,刘宗华,汪秉宏. 复杂系统与复杂网络[M]. 北京:高等教育出版社, 2009,1:289-292.
- [10] 王林,张婧婧. 复杂网络的中心化[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2006, 3(1):13-20.
- [11] 中华人民共和国水力资源复查成果(2003年)第一卷北京市天津市河北省[M]. 北京:中国电力出版社, 2004:11-38.