

基于 MAP-MRF 的旋转 3 维超声心动图 断层重建及降噪

郭 强¹⁾ 许 健¹⁾ 杨 新¹⁾ 吴兰萍²⁾ 孙 琨²⁾

¹⁾ (上海交通大学图像处理与模式识别研究所, 上海 200030)

²⁾ (上海第二医科大学附属新华医院上海儿童医学中心, 上海 200092)

摘 要 提出了一种基于最大后验概率准则(MAP)-马尔可夫随机场(MRF)的 3 维超声图像重建算法,在 3 维重建的过程中可以有效地去除超声图像特有的斑点噪声。首先提出了 3 维重建的数学模型,它假设所要估计的空间灰度值属于某个函数向量空间,这个向量空间的基函数因支持区域的不同而不同,将 Rayleigh 分布和 Gibbs 分布作为先验知识,通过后验概率最大化(MAP)来估计基函数前的系数,在重建算法中,通过将邻点联系强度 α 设定为随梯度的变化而变化,从而达到了保边界的各向异性滤波特性。采用 ICM 算法求解这个系数向量。为了提高该算法的效率,又进一步提出了其改进算法,最后的实验结果显示,这种基于 MAP-MRF 的重建算法可以有效地去除超声图像中的斑点噪声。

关键词 最大后验概率准则-马尔可夫随机场 3 维超声心动图 3 维重建 降噪

中图法分类号: TP391 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2005)10-1281-08

Reconstruction and Restoration for Rotation-scanning Three-dimensional Echocardiographic Images Based on MAP-MRF

GUO Qiang¹⁾, XU Jian¹⁾, YANG Xin¹⁾, WU Lan-ping²⁾, SUN Kun²⁾

¹⁾ (Institute of Image Processing & Pattern Recognition, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

²⁾ (Shanghai Children's Medical Center, Xinhua Hospital, Shanghai Second Medical University, Shanghai 200092)

Abstract A new 3D reconstruction method for three-dimensional echocardiographic based on MAP-MRF is proposed in this paper. Not only can this method reconstruct 3D echocardiographic images, but also removes the noise, which may contaminate the image during the acquisition process. First a statistical model of reconstruction of three-dimensional echocardiographic images is established in the paper. It assumes that the function $f(x)$ describing the intensity belongs to finite dimension vector space F with known basis functions. Then with the Rayleigh and Gibbs distributions working as observation model and prior model, MAP-MRF method is adopted to estimate the coefficients of basis function. By setting parameter α , the measurement of the connection strength of neighborhood node, as the function of the local gray level gradient, this statistical model is anisotropic, which avoid border blur during the reconstruction process. Furthermore the ICM algorithm is implemented to compute the results. To enhance the performance of the ICM algorithm, a linearized algorithm is proposed in the paper to simplify the calculation. Finally, the results of comparison among this new method and traditional methods in the experiment show that the new method works well.

Keywords MAP-MRF, three-dimensional echocardiographic, 3D reconstruction, image restoration

基金项目: 国家自然科学基金项目(30170264); 国家重点基础研究发展规划“973”项目(2003CB716104)

收稿日期: 2004-07-05; **改回日期**: 2004-12-29

第一作者简介: 郭强(1974 ~), 男。2002 年于安徽工业大学获工学硕士学位, 现为上海交通大学图像处理与模式识别研究所博士研究生。研究方向为医学图像处理、运动估计和跟踪。已在国内外期刊、会议上发表论文数篇。E-mail: guoqiang1221@sjtu.edu.cn

1 引言

3 维超声技术由于能够比较直观地显示所观察

脏器的 3 维结构而受到越来越多的关注^[1]。由于心脏位置的特殊性,在临床上通常采用旋转扫描的方式来获取 3 维超声信息,如图 1 所示。

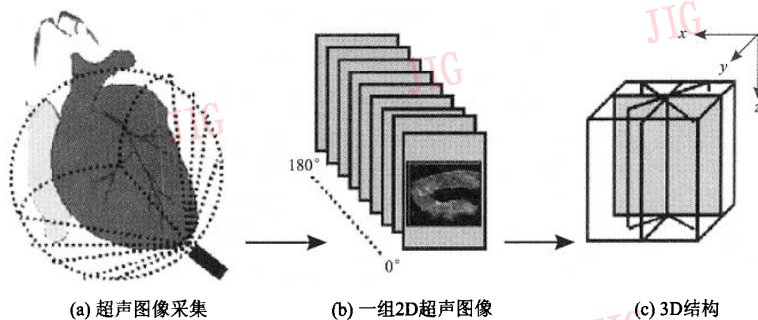


图 1 旋转扫描采集 3 维超声心动图

Fig. 1 3D echocardiography by with rotational scanning method

图 1(a) 表示探头放在靠近心脏的体表,按照一定的步长(如 3°)旋转探头并采集一幅 2 维的超声图像。探头旋转 180° 后就可以获取整个心脏的 3 维信息,获得的一组 2 维超声图像,如图 1(b) 所示。通过这组 2 维的超声图像,可以重建出心脏的 3 维结构,如图 1(c) 所示。

常见的旋转扫描 3 维超声的重建插值算法如最近邻法^[2]、线性插值法和同心插值法^[3]方法简单,容易实现,但均具有低通滤波特性的缺点,容易造成图像的边缘模糊效应和图像的边缘阶梯失真。而且这些方法将超声图像中的大量斑点噪声当作像素灰度值带入到插值重建算法中,造成了重建后的 3 维超声图像的畸变和噪声加剧。为了解决这个问题 Rohling 等人^[4]提出先去除斑点噪声,再进行 3 维重建。

本文提出一种基于 MAP-MRF 的 3 维重建算法。它假设所要估计的空间灰度值属于一个函数向量空间,这个向量空间的基函数因支持区域的不同而不同。将 Rayleigh 分布和 Gibbs 分布作为先验知识,通过验概率最大化(MAP)来估计基函数前的系数。这样在重建的过程中可以有效地去除超声图像所特有的斑点噪声。

2 数学模型

假设函数 f 描述了 3 维超声图像中某个像素的灰度值, f 属于定义在 Ω 上的允许函数类, $\Omega \subset \mathbf{R}^3$,

$f: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 。该允许函数类是一个以 b_i 为基函数的有限维函数向量空间, $b_i: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ 。该空间中的函数可以被表示为基函数的线性组合。

$$f(x) = \mathbf{B}(x)^T \mathbf{U} \quad (1)$$

这里, $\mathbf{B}(x) = [b_1(x), b_2(x), \dots, b_N(x)]^T$ 为基函数向量。 $\mathbf{U} = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ 为系数向量。给出一组旋转采集的 2 维超声图像,估计出函数 $f(x)$ 在所考察 3 维空间中各位置的值。给出的这些 2 维超声图像上所有的像素点可以视为观测集 $\mathbf{S}, \mathbf{S} = \{s_i\}$, 其中 $s_i = (y_i, x_i), x_i \in \mathbf{R}^3$ 描述某点的坐标, y_i 为该点的灰度值。

设基函数 b_i 是通过某个已知函数 $h(x)$ 的平移得来。即

$$\begin{aligned} h: \mathbf{R}^3 &\rightarrow \mathbf{R} \\ b_i(x) &= h(x - \mu_i) \end{aligned} \quad (2)$$

这里, $\mu_i \in \mathbf{R}^3$,描述了一个定义在 Ω 的规则立方体网格的第 i 个节点的位置,如图 2(a) 所示。设定函数 h 为一个三次线性插值函数,定义如下:

$$h(x) = \begin{cases} \prod_{i=1}^3 \left(1 - \frac{|x^{(i)}|}{\Delta}\right) & x \in \delta \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

这里, $x^{(i)}$ 为 u_i 的第 i 个坐标, u_i 为系数向量 $\mathbf{U}$ 中的某个元素, Δ 为网格的步长, $\delta = [-\Delta, \Delta]^3$ 。

这里定义的规则网格使空间 Ω 的一部分成为体素,如图 2(a) 所示。从式(2)和式(3)可以看出,每个基函数 b_i 有一个包括 8 个体素的支持区域,空

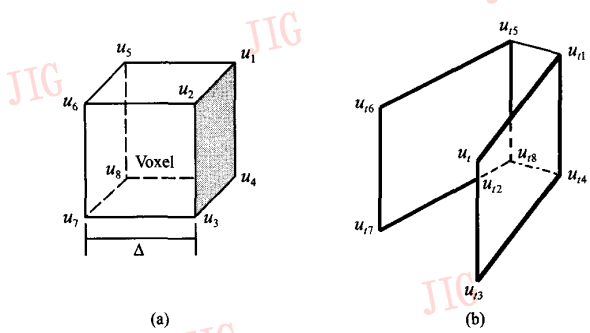


图 2 空间体素和网格邻点
Fig. 2 Voxel and grid nodes

间中的一个体素属于 8 个支持区域。所以要计算定义在式(1)的某位置 x_0 的灰度值 $f(x_0)$, 只需要 8 个系数, 即 $u_1, u_2, \dots, u_8$ (见图 2(a))。

计算 u_i 还需要一个有限支持区域。在旋转扫描的情况下, u_i 的支持区域如图 2(b) 所示。 $u_{11}, u_{12}, u_{13}, u_{14}$ 为 u_i 在一个 2 维图像平面上 4 个邻点的灰度值; $u_{15}, u_{16}, u_{17}, u_{18}$ 为 u_i 在相邻的另一幅 2 维图像平面上 4 个邻点的灰度值。两幅图像相差一定的角度(本文中相差 3°)。

给定观测集 S , 估计未知系数向量 U 可以采用最大后验概率准则(MAP)的方法:

$$\hat{U} = \arg \max_U \ln(p(Y|U)p(U))$$

这里, $p(Y|U)$ 为观测概率模型。 $p(U)$ 为先验概率模型。

2.1 观测概率模型

图像中每个像素的强度(灰度)值可以看作是一个独立随机变量的具体实现。则

$$p(Y|U) = \prod_i p(y_i|U) \tag{4}$$

观测集是由一组旋转采集得到的 2 维超声图像组成。在超声图像的采集过程中, 由于超声波在肌肉组织和探头之间的来回反射相互作用, 超声图像中会存在大量的斑点噪声, 使得超声图像的信噪比较低, 严重影响了图像质量。通过对超声波的传播及其与肌肉组织的相互作用的研究发现, 超声图像的灰度符合或近似符合 Rayleigh 分布^[5-10], 则式(4)可进一步写为

$$p(Y|U) = \prod_i \frac{y_i}{f(x_i)} e^{-(y_i^2/2f(x_i))} \tag{5}$$

2.2 先验概率模型

在 3 维超声图像的重建过程中需要进行插值。

这是因为需要重建的断层上的点并不在给出的平面上。在使用 Bayesian 方法进行 3 维重建时, 这种插值的信息包含在先验概率模型中。根据人体器官和肌肉的空间分布情况, 将 Gibbs 分布作为先验概率模型^[11], 即

$$\begin{aligned} p(U) &= \frac{1}{Z} \exp \left(-\alpha \sum_{(i,j) \in C} p_i(u_j) \right) \\ &= \frac{1}{Z} \exp \left(-\alpha \sum_{(i,j) \in C} (u_i - u_j)^2 \right) \end{aligned} \tag{6}$$

根据 Hammersley-Clifford 定理, 采用 Gibbs 分布意味着将 U 看作一个马尔可夫随机场(MRF)^[12]。这里, C 为网格点对下标 (i, j) 的集合, 其满足 $\|x_i - x_j\| \leq \Delta$, Δ 为网格边长。如图 3 所示。 Z 是一个正则化因子, 它将有助于优化算法的收敛。每个网格点与 8 个邻点相连(除了边界上的网格点)。

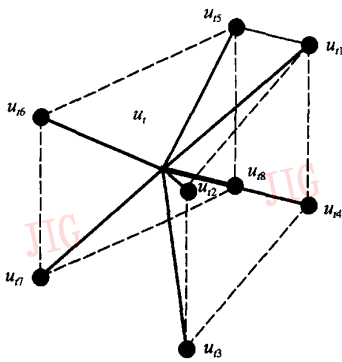


图 3 楔形网格的邻域系统
Fig. 3 Neighborhood system

在算法实现过程中, 参数 α 有着重要的作用。一方面参数 α 值的选取直接影响着算法的收敛性; 另一方面, 参数 α 还表示空间邻点之间的联系强度。 α 值越大, 表示这种联系越强, 说明局部灰度的平滑。 α 值越小, 表示这种联系越弱, 说明局部灰度的不连续性, 这往往发生在图像的边界部分。所以, 如果在算法中 α 值一直不变, 则会模糊重建后图像中的边缘。因此, 算法中 α 是随着所在位置灰度的梯度变化而变化的, 即

$$\alpha = \alpha_{ini} \times \beta$$

其中, α_{ini} 为参数 α 的初始值, 它影响着算法的收敛性; β 为调整因子, 其值由下式给出:

$$\beta = \frac{C}{\text{div}[\nabla I(x, y, z)]}$$

式中, C 为一正常数, $I(x, y, z)$ 3 维超声图像。上式

表明,当图像灰度在局部变化大时,将使得参数 α 值减小;而当图像灰度在局部比较平滑时,参数 α 值有所增大。这样就可以保证图像在重建过程中能达到保边界的目的。

3 算法实现

3.1 初始算法

采用函数 $L(U)$ 作为指标函数,如下式:

$$L(U) = \ln p(Y, U) = \ln p(Y|U)p(U) \\ = \ln \left(\prod_i \left[\frac{y_i}{f(x_i)} e^{y_i^2/2f(x_i)} \right] \frac{1}{Z} e^{-\alpha \sum_{(i,j)} p_{ij}(u_j)} \right) \quad (7)$$

根据最大后验概率准则(MAP),式(7)取最大值时的系数向量 U 为本文算法中需要估计的值。由于式(7)中要估计的参数数量过多且不是一个凸函数,其相对于 U 求最大化是个困难的事情。目前求解这种最优化问题^[11]存在着两类方法。一类为随机方法;另一类为确定方法。随机方法如模拟退火算法寻求全局最优的结果,这类方法十分耗时;另一类确定性方法不能确保收敛到全局最优,但可以比较快地收敛。在某些情况下使用这类方法可以得到比较满意的结果,迭代条件模型(ICM)就是这样的一种算法。迭代条件模型将其他待估计的参数视为常数,一次只对 1 个参数进行迭代求解。这样式(7)中对多个参数的最优化过程可以简化为多个 1 维的最优化求解过程。

对式(7)进行最优化求解出来的值应该满足下列条件:

$$\frac{\partial}{\partial u_i} L(U) = 0$$

即

$$\frac{\partial}{\partial u_i} \ln p(Y|U) + \frac{\partial}{\partial u_i} \ln p(U) = 0 \quad (8)$$

分别计算式(8)中的两项:

式(5)对 u_i 求偏导得:

$$\frac{\partial}{\partial u_i} \ln p(Y|U) = \frac{1}{2} \sum_i \frac{y_i^2 - 2f(x_i)}{f^2(x_i)} b_i(x_i) \quad (9)$$

这里, $b_i(x_i) = \frac{\partial f(x_i)}{\partial u_i}$ 是第 i 个点的基函数; $f(x_i)$ 是在位置 x_i 处重建得到的灰度值。这里的求和是针对第 i 个节点的距离在 $[-\Delta, \Delta]^3$ 内的所有邻点而言的。

式(6)对 u_i 求偏导得:

$$\frac{\partial}{\partial u_i} \ln p(U) = -2\alpha N_v (u_i - \bar{u}_i) \quad (10)$$

这里, $\bar{u}_i = \frac{1}{N_v} \sum_{u_g \in \Delta \sigma_i} u_g$; N_v 是第 i 个节点的邻点的个数, N_v 为 8。

将式(9)、式(10)代入到式(8)中得:

$$\frac{1}{4\alpha N_v} \sum_i \frac{y_i^2 - 2f(x_i)}{f^2(x_i)} b_i(x_i) - u_i + \bar{u}_i = 0 \quad (11)$$

式(11)亦可写为

$$u_i = \frac{1}{4\alpha N_v} \sum_i \frac{y_i^2 - 2f(x_i)}{f^2(x_i)} b_i(x_i) + \bar{u}_i \quad (12)$$

式(12)表明这是一个迭代求解 u_i 的过程,在实际的计算过程中,每迭代一次, u_i 的值就更新一次。对于每个 u_i 都进行上述迭代,直到系数向量

$$\|U\| \leq \varepsilon$$

迭代求解过程结束,这里, $\|\cdot\|$ 为向量的范数; ε 为给定阈值。

3.2 改进算法

直接使用上节介绍的算法来进行重建会发现这个是一个十分耗时的算法。而在临床应用中希望重建的时间越短越好。所以有必要对该算法进行改进。

令像素灰度关于 U 的后验概率分布为

$$l(U) = \ln p(Y|U) = \sum_i \frac{y_i}{f(x_i)} e^{-(y_i^2/2f(x_i))} \quad (13)$$

将式(13)的右边在系数向量 U 的最大似然估计 U_{ML} 处进行泰勒(Taylor)展开:

$$l(u_i) = l(u_i^*) + \frac{\partial l(u_i^*)}{\partial u_i} (u_i - u_i^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 l(u_i^*)}{\partial u_i^2} (u_i - u_i^*)^2 + \varepsilon \quad (14)$$

这样 $l(U)$ 对 u_i 的一阶偏导数为

$$\frac{\partial l(U)}{\partial u_i} \approx \frac{\partial^2 l(u_i^*)}{\partial u_i^2} (u_i - u_i^*) \quad (15)$$

则式(11)可以简化为

$$\frac{\partial^2 l(u_i^*)}{\partial u_i^2} (u_i - u_i^*) - 2\alpha N_v (u_i - \bar{u}_i) = 0 \quad (16)$$

上式亦可改写为

$$u_i = \frac{1}{1 + \tau_i} u_i^* + \frac{\tau_i}{1 + \tau_i} \bar{u}_i \quad (17)$$

这里, $\tau_i = -\frac{2\alpha N_v}{\partial^2 l(u_i^*)/\partial u_i^2}$

从式(17)可以看出,MAP 算法的迭代过程可以

看作是 u_i 的最大似然估计和邻点的灰度平均的线性组合。

下面求解 u_i 的最大似然估计 u_i^* 。
假设在点 x_i 处灰度变化不大,可以认为 $f(x_i) = u_i$ 。式(9)可以简化为

$$\frac{1}{2u_i^2} \sum_i (y_i^2 b_i(x_i)) - \frac{1}{u_i} \sum_i (b_i(x_i)) = 0 \quad (18)$$

则

$$u_i^* = \frac{1}{2} \frac{\sum_i (y_i^2 b_i(x_i))}{\sum_i b_i(x_i)} \quad (19)$$

由式(16)可以推导出

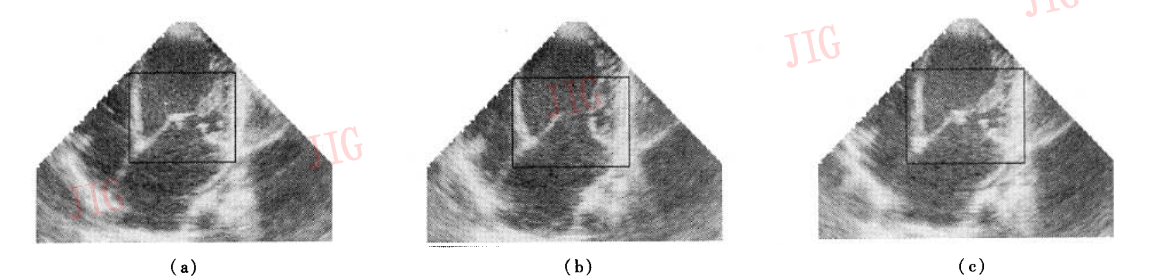


图 4 原始图像
Fig. 4 Source images

上述 3 帧图像为一组 2 维超声图像中的前 3 帧。这组 2 维图像是在心动周期的某个时间点上每隔 3°采集的。图 4 所示的图像为这组 60 帧图像中的前 3 幅。图 4(a)与图 4(b)为相隔 3°的两幅相邻图像;图 4(b)和图 4(c)也是相隔 3°的两幅相邻图像。由于对整幅图像做 3 维重建需要很长时间,通常只对感兴趣的区域(ROI)做重建。图(4)中用黑框标出了要研究的 ROI,即心脏的瓣膜部分。

4.2 α 值变化的讨论

算法中参数 α 应该是变化的,而且它的值应随着梯度的变化而变化,否则重建算法将具有低通效应,使得重建图像的边界部分模糊化。实验中,对比了参数 α 值变化与否对重建结果的影响,如图 5 ~ 图 7 所示。

图 5 为两种重建算法的 3 维重建结果。为了更加清楚的显示参数 α 对重建结果的影响。分别从重建后的 3 维图像中随机提取了两个切片,如图 6 所示。图 6 显示出算法中设置参数 α 值可变可以明显提高图像边界处的清晰度。为了更为直观地显示出边界处的灰度变化,给出了两个断层切片的灰度分布 3 维图,如图 7 所示。图 7 中 3 维网格图的高

$$\frac{\partial^2 l(u_i^*)}{\partial u_i^2} = - \frac{\sum_i (y_i b_i(x_i))^2}{(u_i^*)^3} + \frac{\sum_i b_i^2(x_i)}{(u_i^*)^2} \quad (20)$$

使用式(17)、式(19)、式(20)可以将原来的非线性的最优化过程简化为线性的最优化过程,从而大大减少了计算负担,提高了算法的实时性。

4 实验结果和讨论

4.1 原始图像

图像由探头采集得到。原始图像前 3 帧如图 4 所示。

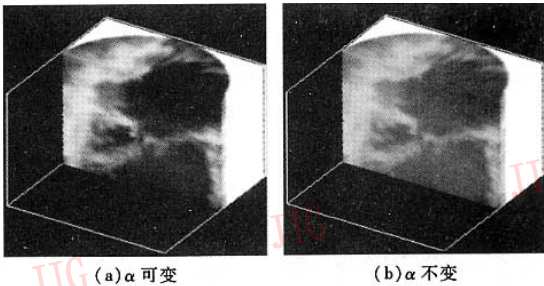
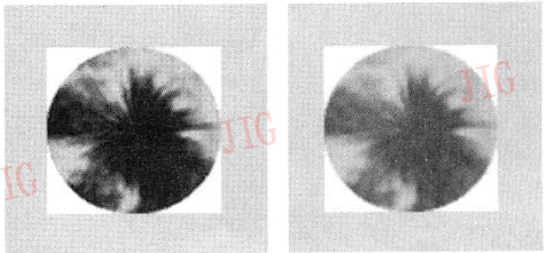
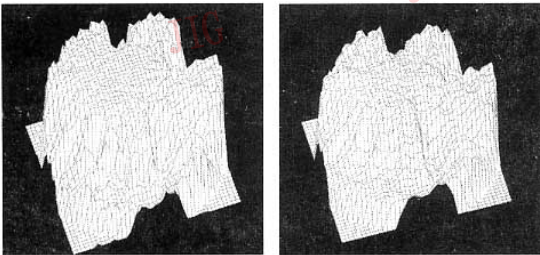


图 5 3 维重建的结果
Fig. 5 Reconstructed volumes



(a) α 可变 (b) α 不变

图 6 从重建结果中提取的切片
Fig. 6 Cross sections extracted from volumes



(a) α 可变 (b) α 不变

图 7 切片灰度分布 3 维图
Fig. 7 Surface plots of cross sections

度是由该位置的灰度值决定的。根据左图中显示的实验结果,不难得出结论:参数 α 可变可以达到重建图像的边界保持效果。

4.3 基于 MAP-MRF 的重建算法实验

由于本文算法中将超声图像噪声的分布,即 Rayleigh 分布,作为观测概率模型,因此可以在进行 3 维重建的过程中有效地去除噪声。实验中对比了 3 种算法的重建结果,即最近邻法、参数 α 不变 MAP-MRF 算法和参数 α 可变的 MAP-MRF 算法,并分别计算了它们的信噪比。信噪比(SNR)计算如下:

$$SNR = 10\log_{10} \frac{\int |g_0(x)| dx}{\int |g(x) - g_0(x)| dx} \tag{21}$$

其中, $g_0(x)$ 为不包含噪声的图像, $g(x)$ 为包含了噪声的图像。

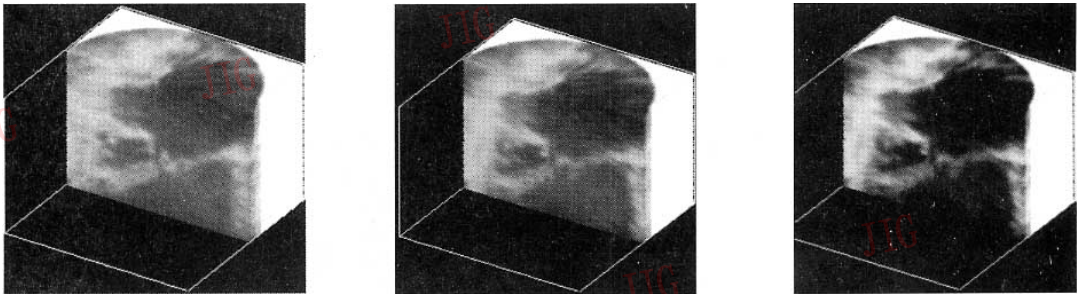
实验结果如图 8 ~ 图 10 所示。图 8 为 3 种算法的 3 维重建结果。为了直观观察重建图像的噪声分布,随机地分别从这些重建图像中提取了 3 个断层切片,如图 9 所示。图 10 给出了这 3 个断层切片的灰度 3 维分布图。表 1 给出了这 3 个断层切片的信噪比。

表 1 不同重建算法的信噪比比较

Tab.1 SNR comparison of different reconstruction algorithm

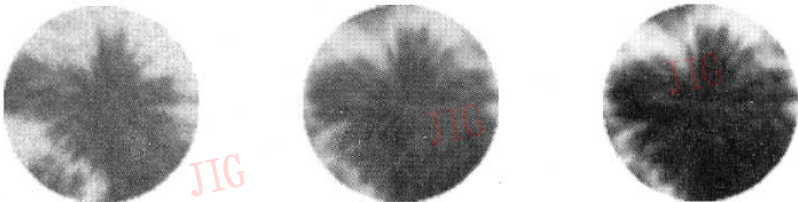
	最近邻法	参数 α 不变的 MAP-MRF 法	参数 α 可变的 MAP-MRF 法
SNR	17.5	20.8	22.2

从上述的实验结果可以看出,采用最近邻法重建 3 维图像的结果往往存在着大量的噪声,需要在重建前后去除噪声;采用参数 α 不变的 MAP-MRF 算法在 3 维重建的过程中可以有效地去除噪声;而采用参数 α 可变的 MAP-MRF 算法不但可以达到保边界的效果,而且可以进一步地去除噪声。



(a) 最近邻法 (b) α 不变 MAP-MRF 算法 (c) α 可变 MAP-MRF 算法

图 8 不同方法的重建结果
Fig. 8 Reconstructed volumes using different methods



(a) 最近邻法 (b) α 不变 MAP-MRF 算法 (c) α 可变 MAP-MRF 算法

图 9 重建图像的断层切片
Fig. 9 Cross sections from volumes



图 10 断层切片灰度分布 3 维图
Fig. 10 Surface plots of cross sections

4.4 初始算法和改进算法的比较
算法的收敛速度为

$$S_{iter} = \frac{1}{C} \times ||U_{i+1}|| - ||U_i||$$

这里, U_i 为第 i 次迭代计算出的系数向量 U , C 为一正常数。

比较结果如图 11 所示。从图 11 中可以看出改进后的算法较之原始算法能更快地收敛。这是因为改进算法采用了线性结构,而原始算法是采用非线性结构。

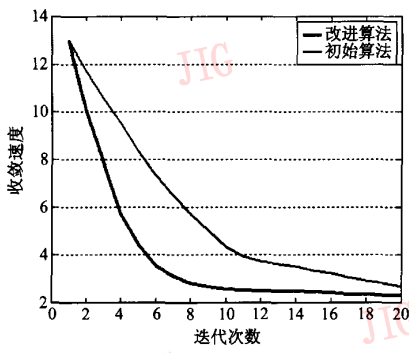


图 11 初始算法和改进算法收敛速度比较
Fig. 11 Comparison of convergent rate between original and improved algorithm

5 结 论

基于 MAP-MRF 的 3 维超声重建算法将经过旋转扫描得到的一组 2 维超声图像视为观察集。在这个观察集上使用 MAP 准则估计出体素的 8 个顶点的灰度值。从而达到 3 维重建的目的。该算法根据超声的原理和特点指出超声图像的灰度分布可以认

为是符合 Rayleigh 分布的,进而将这种分布作为 MAP 准则中的后验概率。这样在重建的同时去除了超声图像中的斑点噪声。

在 2 维超声图像的采集过程中,由于种种原因会造成所采集图像有一定的畸变。显然由这些有畸变的图像重建出的 3 维图像并不能完全反映所观测脏器的实际结构。因此有必要在重建的过程中对图像进行纠正。基于 MAP-MRF 的断层重建算法经过改造就可以很方便地应用于这种误差的纠正。

参考文献 (References)

- 1 Jos R T C, Roelandt. Three-dimensional echocardiography: the future today! [J]. Computers & Graphics, 2000, 24 (5): 715 ~ 729.
- 2 Arrate Munoz, Thierry Blu, Michael Unser. Least-squares image resizing using finite differences[J]. Image Processing, 2001, 10(9): 1365 ~ 1378.
- 3 Duann J R, Lin S B, Hu W C. Computer system for four-dimensional transesophageal echocardiographic image reconstruction [J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 1999, 23 (4): 173 ~ 179.
- 4 Rohling R N, Gee A H, Berman L. A comparison of freehand three-dimensional ultrasound reconstruction techniques[J]. Medical Image Analysis, 1999, 4(4): 339 ~ 359.
- 5 Shankar P. Speckle reduction in ultrasound B-scans using weighted averaging in spatial compounding [J]. IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control, 1986, 33 (6): 754 ~ 758.
- 6 Corsine G, Mossa A, Verrazzani L. Signal-to-noise ratio and autocorrelation function of the image intensity in coherent systems: sub-Rayleigh and super-Rayleigh conditions[J]. IEEE Transactions on Image Process, 1996, 5(1): 132 ~ 141.
- 7 Cramblitt R M, Parker K J. Generation of non-Rayleigh speckle distribution using marked regularity models[J]. IEEE Transactions on Ultrasound, Ferroelectrics and Frequency Control, 1999, 46(4):

- 867 ~ 874.
- 8 Keys T K, Tucker W T. The K-distribution for modeling the envelope amplitude of a backscattered signal [J]. IEEE Transactions on Ultrasound, Ferroelectrics and Frequency Control, 1999, 46 (4): 883 ~ 887.
- 9 Jakeman E, Pusey P N. A model for non-rayleigh sea echo [J]. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1976, 24 (6): 806 ~ 814.
- 10 Joao M Sanches, Jorge S Marques. A Rayleigh reconstruction/interpolation algorithm for 3D ultrasound [J]. Pattern Recognition Letters, 2000, 21 (10): 917 ~ 926.
- 11 Stan Z Li. Markov Random Field Modeling in Computer Vision (2nd ed) [M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2001: 37 ~ 63.
- 12 German S, German D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, 6 (6): 721 ~ 741.