

Denoising Algorithm of MEMS Gyroscope Based on Improved Threshold Function *

WU Baofeng, XIA Linyuan^{*}, WU Dongjin, ZHU Hongyu

(School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: Random error is an important factor affecting the accuracy of MEMS gyroscope. In order to deal with the random error of MEMS gyroscope effectively, Allan variance is used to identify it. Through comparing and selecting Birge-Massart strategy to determine the threshold, an improved wavelet threshold denoising algorithm is proposed based on the analysis of hard threshold, soft threshold and compromise threshold. This algorithm constructs an improved threshold function, which has good continuity and reduces the problem of constant deviation to some extent. Using the output signal of MEMS gyroscope, we use hard threshold, soft threshold, compromise threshold and improved threshold wavelet denoising algorithm to carry on the contrast experiment. The results show that the improved wavelet threshold denoising algorithm can better suppress the random error of MEMS gyroscope, process the high frequency noise of the signal, and the denoising effect is better.

Key words: MEMS gyroscope; random error; Allan variance; improved threshold function; wavelet threshold denoising
EEACC: 6330; 7230M; 7220 doi: 10.3969/j.issn.1005-9490.2020.05.028

基于改进小波阈值的 MEMS 陀螺去噪算法 *

吴保锋, 夏林元^{*}, 吴东金, 祝宏宇

(中山大学地理科学与规划学院, 广州 510275)

摘 要: 随机误差是影响 MEMS 陀螺仪精度的重要因素。为了有效处理 MEMS 陀螺仪的随机误差, 采用 Allan 方差对其进行辨识。通过对比选取 Birge-Massart 策略确定阈值, 在分析硬阈值、软阈值和折中阈值小波去噪的基础上, 提出了一种改进的小波阈值去噪算法。该算法构造了一种改进的阈值函数, 它具有良好的连续性, 一定程度减少了恒定偏差问题。利用 MEMS 陀螺仪输出信号, 分别采用硬阈值、软阈值、折中阈值和改进阈值小波去噪算法进行对比实验。结果表明: 改进的小波阈值去噪算法能更好地抑制 MEMS 陀螺仪的随机误差, 处理信号的高频噪声, 去噪效果较优。

关键词: MEMS 陀螺仪; 随机误差; Allan 方差; 改进阈值函数; 小波阈值去噪

中图分类号: U666.1

文献标识码: A

文章编号: 1005-9490(2020)05-1104-04

微机电 (MEMS) 惯性器件具有成本低、体积小、功耗低等特点, 被广泛应用于地面导航、航空航天、汽车电子等领域^[1-3]。但由于 MEMS 陀螺仪结构不完善、补偿技术不足等, 造成其随机漂移误差较大, 严重影响导航精度, 导致无法长时间导航^[4]。因此, 要想有效提高 MEMS 陀螺仪导航精度, 进一步提高其应用价值, 如何有效分析和处理 MEMS 陀螺的随机误差尤其重要。Allan 方差则可分析 MEMS 陀螺仪信号各种误差源的统计特性, 是一种非常有效的时域分析技术^[5]。由于应用环境的不确定性, MEMS 陀螺仪信号具有非平稳性特征, 很难获得精

确的误差模型^[6-7]。小波变换通过在原始数据上添加窗函数处理数据进行变换, 它不需要精确的误差模型, 即可分析处理非平稳信号, 非常适合处理 MEMS 陀螺仪的输出信号。

针对上述问题, 本文利用 Allan 方差辨识了 MEMS 陀螺仪的随机误差, 选取 Birge-Massart 策略确定阈值, 分析了硬阈值和软阈值小波阈值去噪算法的优缺点, 并针对它们的缺点, 结合折中阈值, 提出了一种改进的小波阈值去噪算法, 构造了一种改进的阈值函数。最后采用该算法对 MEMS 陀螺实际输出信号进行处理, 验证了该算法的可行性和有效性。

项目来源: 国家自然科学基金 (41704020); 国家重点研发计划项目 (2017YFB0504103); 中央高校基本科研业务费专项项目 (17lgpy43)

收稿日期: 2020-01-14 **修改日期:** 2020-04-30

1 Allan 方差辨识随机误差

Allan 方差作为一种时域分析技术,可在不同相关时间下分析 MEMS 陀螺的随机误差。MEMS 陀螺随机误差通常有以下 5 项误差项:量化噪声(Q)、角度随机游走(N)、零偏不稳定性(B)、角速率随机游走(K)、速率斜坡(R)^[8]。若能保证测试环境稳定,可认为各噪声源相互独立,则 MEMS 陀螺仪随机误差的 Allan 方差可表示为这 5 项随机误差的平方和:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} + \frac{N^2}{\tau} + \frac{2B^2}{\pi} \ln 2 + \frac{K^2 \tau}{3} + \frac{R^2 \tau^2}{2} \quad (1)$$

式中: τ 为相关时间。

通过 Allan 方差分析以上 5 种 MEMS 陀螺仪的主要随机误差项,得到 Allan 标准差双对数曲线^[9],如图 1 所示。

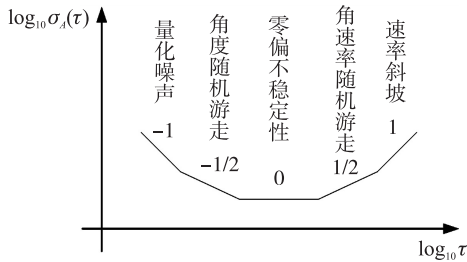


图 1 Allan 方差分析 MEMS 陀螺仪噪声示例曲线

将 MEMS 陀螺仪静止在水平面上,以 100 Hz 的采样频率采集 1 h 的静态输出信号,进行 Allan 方差分析,得到双对数曲线如图 2。

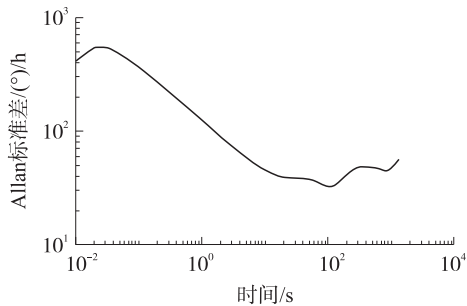


图 2 Allan 标准差双对数曲线

从图 2 的曲线斜率可以看出,该 MEMS 陀螺仪随机误差主要为量化噪声、角度随机游走和零偏不稳定性,通过最小二乘拟合可得到对应误差系数的值,如表 1。

表 1 MEMS 陀螺仪噪声系数

量化噪声/(°)	角度随机游走/(°/h ^{0.5})	零偏不稳定性/(°/h)
6.664 430	2.673 933	38.242 549

2 小波阈值去噪算法

2.1 小波阈值去噪原理

小波阈值去噪原理是将含噪信号进行小波变换后,得到两个部分小波系数,它们的幅值有所差异,一般情况下,有用信号集中在幅值较大的小波系数,而噪声信号则集中在幅值较小的小波系数。因此,通过设定阈值,将高于阈值的有用信号系数保留,剔除低于阈值的噪声信号系数,就可以最大程度地去除信号中的大部分噪声^[10-11]。

小波阈值去噪算法一般分为 3 个步骤^[12]:(1)对含噪信号进行小波变换。确定小波基和分解层数,对含噪信号进行小波分解得到小波系数。(2)对小波变换得到的高频系数进行阈值量化。确定阈值函数,处理小波分解的高频系数。(3)进行小波逆变换,利用重构算法恢复出滤波后的信号。

2.2 确定阈值

对于小波阈值去噪,阈值的选择起着非常重要的角色。常用的方法有固定阈值(sqtwolog)、极大极小准则阈值(minimax)、Stein 无偏似然估计阈值(rigrsure)、启发式阈值(heursure)和 Birge-Massart 策略确定阈值。

分别利用上述 5 种方法确定阈值,对 MEMS 陀螺静态信号进行小波阈值去噪,去噪前后的信号平均值统计结果如表 2。

从表 2 可以看出,Birge-Massart 策略确定阈值去噪后的信号平均值更接近真实值,因此本文最终选用该方法确定阈值进行小波阈值去噪。

表 2 不同阈值小波去噪的信号平均值

	原始信号	sqtwolog	minimax	rigrsure	heursure	Birge-Massart
平均值($\times 10^{-2}$)	8.032 7	8.030 2	8.030 2	8.031 8	8.030 2	8.032 7

2.3 常用的小波阈值去噪

小波阈值去噪的关键在于如何选取阈值函数处理小波系数。传统的阈值函数有硬阈值函数和软阈值函数^[13]。这两种阈值函数由于其原理简单、计算方便被广泛应用。

硬阈值函数:

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

式中: $w_{j,k}$ 为小波系数, λ 为设定的阈值, $\tilde{w}_{j,k}$ 为阈值函数处理后的小波系数。

软阈值函数:

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda) & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (3)$$

两个阈值函数如图 3 所示。

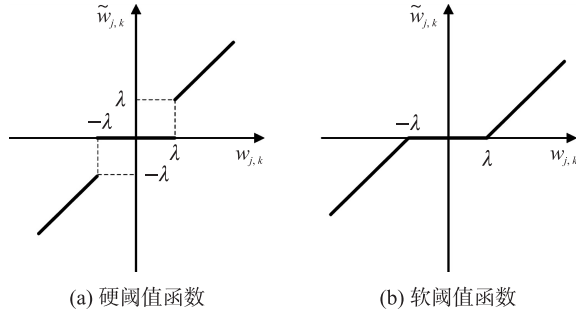


图 3 硬阈值和软阈值函数

从图 3 可以看出,硬阈值函数保留了绝对值大于 λ 的小波系数,使得信号的原始特征不丢失,但通过硬阈值函数处理得到的小波系数在 λ 和 $-\lambda$ 点存在突变,导致在 λ 和 $-\lambda$ 处不连续性,重构信号可能导致信号震荡。而软阈值函数对绝对值大于 λ 的小波系数进行收缩变换,虽然整体连续性比较好,但处理前后的小波系数存在恒定的偏差 λ ,从而影响重构信号和原始信号的一致性。

有学者基于这两种传统阈值函数提出了折中阈值函数。

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - a\lambda) & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (4)$$

式中: $a \in [0, 1]$ 。

折中阈值函数引入了调整系数 a ,结合了硬阈值函数和软阈值函数的优点。当 $a=0$ 时,为硬阈值函数。当 $a=1$ 时,为软阈值函数。

2.4 改进的小波阈值去噪

通过分析可以得到,硬阈值函数存在连续性差的问题,而软阈值函数存在常值偏差导致信号特征丢失的问题。为了弥补两种传统阈值函数的缺点,本文结合折中阈值函数,构造了一种改进的阈值函数,表达式如下。

$$\tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k}) ((a \cdot |w_{j,k}|)^{\frac{1}{b}} - (a\lambda)^{\frac{1}{b}})^b & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (5)$$

式中: a 和 b 为调节因子, $a \in [0, 1]$, $b > 0$ 。

从上式可以看出,改进的阈值函数结合折中阈值函数引入了调整系数 a ,并添加了调节因子 b 。

对改进阈值函数进行连续性检验,对改进阈值函数在阈值 λ 处取极限可得:

$$\lim_{|w_{j,k}| \rightarrow \lambda^+} \tilde{w}_{j,k} = \begin{cases} 0 & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (6)$$

即 $\lim_{|w_{j,k}| \rightarrow \lambda^+} \tilde{w}_{j,k} = \lim_{|w_{j,k}| \rightarrow \lambda^-} \tilde{w}_{j,k} = \tilde{w}_{j,k}(\lambda)$ 。因此,改进的阈值函数在 $|w_{j,k}| = \lambda$ 处是连续的,具备了硬阈值所缺乏的连续性。而相对于软阈值函数,改进的阈值函数通过小波系数的大小和调节因子调节小波系数的收缩程度,一定程度减少了软阈值的恒定偏差问题。

3 实验结果分析

为了检验改进小波阈值去噪算法的效果,验证改进阈值函数的有效性。在 25 °C 恒温条件下,将 MEMS 陀螺仪静置在水平面上,以 100 Hz 采样频率采集 1 h 的静态信号。分别通过硬阈值、软阈值、折中阈值和改进阈值的小波去噪算法对陀螺信号进行处理。选择 coif4 为小波基,设定分解层数为 12,通过 Birge-Massart 策略确定阈值。原始信号和去噪后数据对比如图 4 所示。

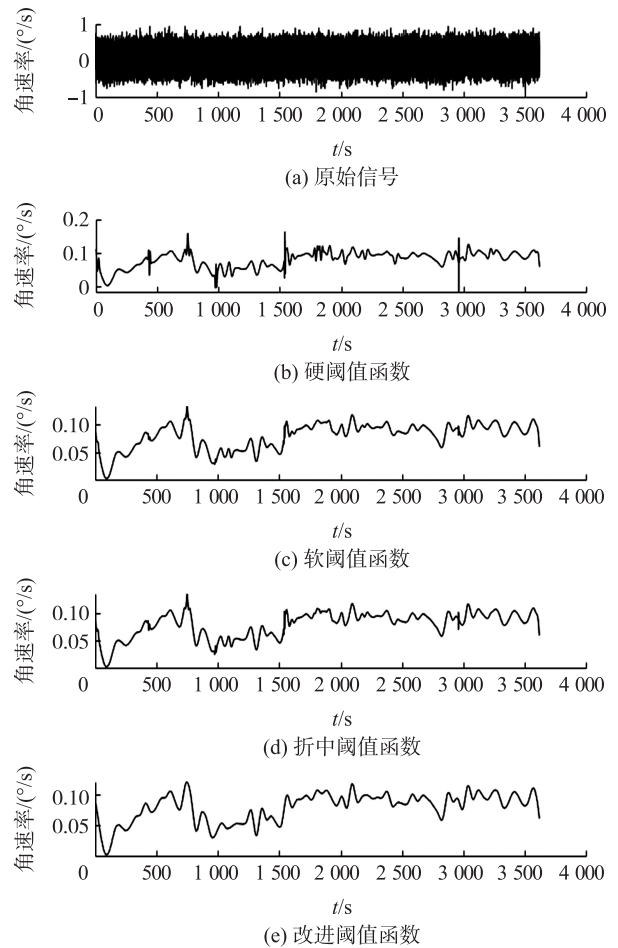


图 4 原始信号和各种阈值函数去噪结果图

从图 4 可以看出:相对于其他 3 种阈值,改进的阈值小波去噪算法去噪后的信号波形更为平滑,而

且信号的重构精度较高。

为了定量分析改进的阈值小波去噪算法的有效性,根据 MEMS 陀螺仪随机误差特性,选取平均值、标准差以及 Allan 方差提取的量化噪声、角度随机游走、零偏不稳定性作为指标分析去噪效果。

从表 3 可见,较其他 3 个阈值函数,改进的阈值小波去噪算法去噪后 MEMS 陀螺仪的量化噪声、角度随机游走和零偏不稳定性进一步下降,能更好地抑制 MEMS 陀螺仪的随机误差。从表 4 可见,改进的阈值小波去噪算法去噪后信号平均值接近真实值,标准差相对其他 3 个阈值得到了进一步的降低。

表 3 陀螺仪信号去噪结果的 Allan 方差分析

	量化噪声/ (°)	角度随机游 走/(°/h ^{0.5})	零偏不稳定 性/(°/h)
原始信号	6.664 430	2.673 933	38.242 549
硬阈值	0.332 126	0.112 881	22.953 536
降噪百分比/%	95.02	95.78	39.98
软阈值	0.148 098	0.043 445	5.186 711
降噪百分比/%	97.78	98.38	86.44
折中阈值	0.157 593	0.047 305	6.295 812
降噪百分比/%	97.64	98.23	83.54
改进阈值	0.130 348	0.036 786	3.501 849
降噪百分比/%	98.04	98.62	90.84

表 4 陀螺仪信号去噪结果的平均值和标准差

	原始 信号	硬 阈值	软 阈值	折中 阈值	改进 阈值
平均值($\times 10^{-2}$)	8.032	8.034	8.033	8.033	8.030
标准差($\times 10^{-4}$)	417.13	5.966 5	5.440 5	5.461 2	5.403 8

4 结论

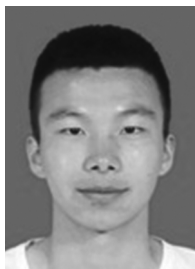
本文利用 Allan 方差辨识了 MEMS 陀螺随机误差特性。基于小波阈值去噪算法,剖析了传统阈值函数的缺点,并结合折中阈值函数,提出了一种改进的小波阈值去噪算法,构造了一种改进的阈值函数。改进的小波阈值去噪算法不仅保证了信号的整体连续性,还一定程度减小了常值偏差的问题,最大程度

保留了原始信号的特征。

实验结果表明,与硬阈值、软阈值和折中阈值小波去噪算法相比,改进的小波阈值去噪算法去噪后信号更为平滑,信号平均值接近真实值,标准差最小,且对量化噪声、角度随机游走和零偏不稳定性的降噪效果更佳,能够更好地抑制 MEMS 陀螺仪的随机误差,有效处理信号的高频噪声。

参考文献:

- [1] 蔡春龙,刘翼,刘一薇. MEMS 仪表惯性组合导航系统发展现状与趋势[J]. 中国惯性技术学报,2009,17(5):562-567.
- [2] 陈光武,刘孝博,王迪,等. 基于改进小波变换的 MEMS 陀螺信号去噪算法[J]. 电子与信息学报,2019(5):1025-1031.
- [3] 张晓峰,张加书,包旭馨,等. 基于 Kalman 滤波器的 MEMS 陀螺随机误差分析与建模补偿[J]. 电子器件,2018,41(3):730-733.
- [4] Fang B, Chou W, Ding L. An Optimal Calibration Method for a MEMS Inertial Measurement Unit [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2014, 11(2):14.
- [5] El-Sheimy N, Hou H, Niu X. Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2008, 57(1):140-149.
- [6] 刘晓光,胡静涛,高雷,等. 基于改进小波阈值的微机械陀螺去噪方法[J]. 中国惯性技术学报,2014,22(2):233-236.
- [7] Wang P, Zhang G, Wei F, et al. Vibration Response Analysis of Lightweight INS and Optimization of Vibration Absorber [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37:1898-1905.
- [8] Tehrani M M. Ring Laser Gyro Data Analysis with Cluster Sampling Technique [J]. Proceedings of the SPIE—The International Society for Optical Engineering, 1983, 412:207-210.
- [9] Matejcek M, Sostronek M. Computation and Evaluation Allan Variance Results [C]//New Trends in Signal Processing. IEEE, 2016: 1-9.
- [10] 鲁道阳,王泽民. 改进的小波阈值去噪算法研究[J]. 国外电子测量技术,2018,37(2):40-43.
- [11] 苏丽,周雪梅. 改进小波阈值法在 MEMS 陀螺信号去噪中的应用[J]. 中国惯性技术学报,2009,17(2):231-235.
- [12] 宋丽君,秦永元,杨鹏翔. 小波阈值去噪法在 MEMS 陀螺仪信号降噪中的应用[J]. 测试技术学报,2009,23(1):33-36.
- [13] 杨辉,姜湖海,马欣,等. 改进小波阈值法与极限学习机在 MEMS 陀螺误差补偿中的应用[J]. 传感技术学报,2018,31(10):1535-1538.



吴保锋(1995—),男,硕士研究生,研究方向为惯性导航与室内定位,344804240@qq.com;



夏林元(1964—),男,博士生导师,教授,主要从事卫星定位和 GIS 集成及在 LBS/ITS 中的应用、Indoor 和 Outdoor 定位研究。