

# 抗压制干扰的低距离旁瓣相位编码设计

杜盈, 张劲东, 尹明月, 蒋宜林

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 江苏南京 211106)

**摘要:** 雷达系统可通过发射具有低距离旁瓣的波形提高对目标的探测性能,通过最小化干扰信号经滤波器处理后的输出水平来对抗压制干扰。本文以联合最小化干扰信号输出功率和发射信号距离旁瓣为准则建立目标函数,引入权系数来折中考虑干扰输出和距离旁瓣的影响,离散相位形式的相位编码作为约束条件,采用交替方向乘法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)求解目标函数,设计最优相位编码发射波形,并在此基础上结合类幂迭代法(Power Method-Like Iterations, PMLI)提出一种复合算法(Composite Algorithm, CA),在保证雷达的探测性能和抗干扰性能的同时,有效提升了算法的计算速度。

**关键词:** 距离旁瓣; 抗干扰; 相位编码; 交替方向乘法; 复合算法

**中图分类号:** TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-2337(2022)03-0255-05

## Phase Coding Design for Combating Barrage Jamming with Low Range Sidelobes

DU Ying, ZHANG Jindong, YIN Mingyue, JIANG Yilin

(College of Electronic Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** The radar systems can improve the detection performance of the target by transmitting the waveform with low range sidelobes and combat the barrage jamming by minimizing the output level of the jamming signals processed by the filter. In this paper, the objective function is constructed according to the criterion of jointly minimizing the output power of jamming signals and the range sidelobes of transmitting signals. The weight parameter is introduced to making a tradeoff of the influences of the jamming output and the range sidelobes. Serving discrete phases as constraint conditions, the alternating direction method of multipliers (ADMM) is used to search for the optimal phase coding waveform. On the basis of ADMM combined with the power method-like iterations (PMLI), a composite algorithm (CA) is put forward, which not only ensures the detection performance and anti-jamming performance of radar, but also effectively improves the calculation speed of the algorithm.

**Key words:** range sidelobe; combat jamming; phase coding; alternating direction multiplier method (ADMM); composite algorithm (CA)

## 0 引言

随着电子对抗技术的不断成熟和发展,雷达波形设计成为了雷达研究领域的热点。学者们通过设计具有低距离旁瓣的雷达发射波形来提升雷达的检测性能;而干扰信号经过滤波器后的输出水平可用滤波器与干扰信号协方差矩阵的二次型表示,通过最小化干扰输出功率可提升雷达的抗干扰性能。

很多学者基于模糊函数来设计发射波形。文献[1]采用半正定规划(Semi-Definite Programming, SDP)的方法最小化旁瓣电平,设计在强杂波环境下可被探测的宽带恒模信号,文献[2]提出一种FADPM方法(Fractional-Alternating Direction Penalty Method),通过对模糊函数的旁瓣控制来保证雷达的探测性能,文献[3-5]分别采用极大极小算法(Majorization-Minimization, MM)、梯度下降算法(Gradient Descent, GD)和循环算法最小化积分旁瓣电平(Integrated Sidelobe Level,

ISL),但这些研究都只涉及到距离旁瓣的抑制。考虑到雷达对抗干扰的能力,文献[6-9]对稀疏信号的功率谱密度和自相关函数性能同时进行优化,设计稀疏频谱波形,可使雷达避免被其他辐射源信号干扰,且具有较强的探测弱小目标的能力,但这些文献的研究都是针对同频干扰的情况。

本文设计可对抗压制干扰的相位编码信号作为发射信号,将干扰信号经匹配滤波器的输出功率写进目标函数,联合最小化发射信号距离旁瓣和干扰信号输出功率,采用 ADMM 算法求解,使得雷达兼具良好的目标探测性能和抗干扰性能。同时,考虑到 ADMM 算法运算量大、计算复杂的问题,本文结合 PMLI 算法提出一种新的 CA 法求解问题模型。

## 1 信号模型

压制式干扰就是采用干扰发射机发射大功率的噪声干扰信号或密集假目标信号,使干扰信号进入雷达接收机,使有用的回波信号被噪声或假目标覆盖,造成雷达接收机信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)大幅下降,从而使雷达检测或跟踪不到目标<sup>[10]</sup>。压制干扰可分为射频噪声干扰、噪声调幅干扰、噪声调频干扰、噪声调相干扰等形式,本文仅以噪声调频信号为例。

一般噪声调频干扰的时域表达式可表示如下:

$$J(t) = U_0 \cos \left[ 2\pi f_0 t + 2\pi K_{\text{FM}} \int_0^t u(t') dt' + \varphi_0 \right] \quad (1)$$

式中,  $U_0$  为噪声调频信号的幅度,  $f_0$  为噪声调频信号的中心频率,  $K_{\text{FM}}$  为调制过程中的调频斜率,其被积函数为调制噪声  $u(t')$ ,一般地,它是均值为零、且广义平稳的随机过程,  $\varphi_0$  为随机变量,在  $[0, 2\pi]$  内均匀分布,且与  $u(t)$  相互独立。

一个  $M$  点的相位编码信号序列可表示为

$$\mathbf{s} = [s_0, s_1, \dots, s_{M-1}]^T = [e^{j\varphi_0}, e^{j\varphi_1}, \dots, e^{j\varphi_{M-1}}]^T, \mathbf{s} \in C^M \quad (2)$$

发射信号旁瓣协方差矩阵为

$$\mathbf{Q}_s = \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} \mathbf{J}_p \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{J}_p^H \quad (3)$$

式中  $\mathbf{J}_p$  为转移矩阵,定义为  $[\mathbf{J}_p]_{l,m} = [\mathbf{J}_{-p}^H]_{l,m} \triangleq$

$$\delta(l-m-p), \delta(x) = \begin{cases} 1, & x=0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

所以发射信号距离旁瓣可表示为

$$ISL = \mathbf{s}^H \mathbf{Q}_s \mathbf{s} \quad (4)$$

设干扰信号协方差矩阵为  $\mathbf{R}_j$ ,  $\mathbf{R}_j \in C^{M \times M}$ , 干扰信号经匹配滤波器的输出功率为

$$P_j = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_j \mathbf{s} \quad (5)$$

折中考虑干扰信号功率和发射信号旁瓣,引入权系数  $\lambda$ , 那么离散相位形式约束下的联合最小化干扰信号输出功率和发射信号距离旁瓣问题模型可表示为

$$P_1 \begin{cases} \min_s \mathbf{s}^H \mathbf{R}_j \mathbf{s} + \lambda \mathbf{s}^H \mathbf{Q}_s \mathbf{s} \\ \text{s. t. } s_m = e^{j2\pi \frac{k_m}{K}}, k_m \in Z, \\ 0 \leq k_m \leq K-1, m=0, 1, \dots, M-1 \end{cases} \quad (6)$$

式中  $K$  为离散相位个数。

## 2 求解目标函数

### 2.1 ADMM

问题  $P_1$  的目标函数可改写为如下形式:

$$\min_s \mathbf{s}^H \mathbf{R}_j \mathbf{s} + \lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_p^H \mathbf{s}|^2 \quad (7)$$

在该问题中引入辅助变量  $\mathbf{z}$  和约束  $\mathbf{s} = \mathbf{z}$ , 问题  $P_1$  即可表示为

$$P_2 \begin{cases} \min_s \mathbf{s}^H \mathbf{R}_j \mathbf{s} + \lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_p^H \mathbf{s}|^2 + \mathbf{z}^H \mathbf{z} \\ \text{s. t. } \mathbf{s} = \mathbf{z} \\ s_m = e^{j2\pi \frac{k_m}{K}}, k_m \in Z, \\ 0 \leq k_m \leq K-1, m=0, 1, \dots, M-1 \end{cases} \quad (8)$$

根据问题  $P_2$  写出增广拉格朗日方程:

$$L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{a}_r, \mathbf{a}_i) = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_j \mathbf{s} + \lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_p^H \mathbf{s}|^2 + \mathbf{z}^H \mathbf{z} + \mathbf{a}_r^T \text{Re}(\mathbf{s} - \mathbf{z}) + \mathbf{a}_i^T \text{Im}(\mathbf{s} - \mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{z}\|^2 \quad (9)$$

式中  $\mathbf{a}_r$  和  $\mathbf{a}_i$  为拉格朗日乘子,  $\rho$  为二次惩罚项系数。记  $\mathbf{u} = (\mathbf{a}_r + j\mathbf{a}_i)/\rho$ , 则式(9)可重写为

$$L_\rho(\mathbf{s}, \mathbf{z}, \mathbf{u}) = \mathbf{s}^H \mathbf{R}_j \mathbf{s} + \lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_p^H \mathbf{s}|^2 + \mathbf{z}^H \mathbf{z} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{z} + \mathbf{u}\|^2 - \frac{\rho}{2} \|\mathbf{u}\|^2 \quad (10)$$

记  $\mathbf{s}^{(t)}$ ,  $\mathbf{z}^{(t)}$ ,  $\mathbf{u}^{(t)}$  为第  $t$  次迭代后的值,各值更新

如下:

1) 更新  $\mathbf{s}$ , 此时将  $\mathbf{z}^{(t)}$ ,  $\mathbf{u}^{(t)}$  视为已知量:

$$\mathbf{s}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s} + \lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} |\mathbf{s}^H \mathbf{J}_p^H \mathbf{s}|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s} - \mathbf{z}^{(t)} + \mathbf{u}^{(t)}\|^2 \quad (11)$$

这是一个无约束优化问题, 使用基于内部映射牛顿法的子空间置信域法求解。令

$$\bar{\mathbf{s}} = [\operatorname{Re}(\mathbf{s}^T) \operatorname{Im}(\mathbf{s}^T)]^T \quad \bar{\mathbf{z}} = [\operatorname{Re}(\mathbf{z}^T) \operatorname{Im}(\mathbf{z}^T)]^T$$

$$\bar{\mathbf{u}} = [\operatorname{Re}(\mathbf{u}^T) \operatorname{Im}(\mathbf{u}^T)]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_J = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(\mathbf{R}_J) & -\operatorname{Im}(\mathbf{R}_J) \\ \operatorname{Im}(\mathbf{R}_J) & \operatorname{Re}(\mathbf{R}_J) \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_J = \begin{bmatrix} \operatorname{Im}(\mathbf{R}_J) & \operatorname{Re}(\mathbf{R}_J) \\ -\operatorname{Re}(\mathbf{R}_J) & \operatorname{Im}(\mathbf{R}_J) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_p \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{J}_p \\ -\mathbf{J}_p & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

利用式(12)~(14)将目标函数式(11)由复数形式转化为实数形式:

$$\bar{\mathbf{s}}^{(t+1)} = \underset{\bar{\mathbf{s}}}{\operatorname{argmin}} \bar{\mathbf{s}}^T \mathbf{A}_J \bar{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{s}}^T \mathbf{B}_J \bar{\mathbf{s}} + \frac{\rho}{2} \|\bar{\mathbf{s}} - \bar{\mathbf{z}}^{(t)} + \bar{\mathbf{u}}^{(t)}\|^2 + \lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} [(\bar{\mathbf{s}}^T \mathbf{A}_p \bar{\mathbf{s}})^2 + (\bar{\mathbf{s}}^T \mathbf{B}_p \bar{\mathbf{s}})^2] \quad (15)$$

对目标函数求梯度:

$$\mathbf{g} = (\mathbf{A}_J + \mathbf{A}_J^T + \mathbf{B}_J + \mathbf{B}_J^T) \bar{\mathbf{s}} + \rho(\bar{\mathbf{s}} - \bar{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{u}}) + 2\lambda \sum_{0 < |p| \leq (M-1)} [\bar{\mathbf{s}}^T \mathbf{A}_p \bar{\mathbf{s}} (\mathbf{A}_p + \mathbf{A}_p^T) \bar{\mathbf{s}} + \bar{\mathbf{s}}^T \mathbf{B}_p \bar{\mathbf{s}} (\mathbf{B}_p + \mathbf{B}_p^T) \bar{\mathbf{s}}] \quad (16)$$

对上述问题进行求解得到的  $\bar{\mathbf{s}}^{(t+1)}$ , 需要转化为复数形式进行后续计算。

2) 更新  $\mathbf{z}$ , 此时将  $\mathbf{s}^{(t+1)}$ ,  $\mathbf{u}^{(t)}$  视为已知量:

$$\begin{cases} \mathbf{z}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{z}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{z}^H \mathbf{z} + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{s}^{(t+1)} - \mathbf{z} + \mathbf{u}^{(t)}\|^2 \\ \text{s. t. } \mathbf{z}_m = e^{j2\pi \frac{k_m}{K}}, k_m \in Z, \\ 0 \leq k_m \leq K-1, m=0, 1, \dots, M-1 \end{cases} \quad (17)$$

$\mathbf{z}$  的更新公式为

$$\mathbf{z}^{(t+1)} = e^{j2\pi \frac{K \cdot \arg(\mathbf{s}^{(t+1)} + \mathbf{u}^{(t)})/2\pi + 1/2}{K}} \quad (18)$$

3) 更新  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{u}^{(t+1)} = \mathbf{u}^{(t)} + \mathbf{s}^{(t+1)} - \mathbf{z}^{(t+1)} \quad (19)$$

ADMM 求解优化问题模型的步骤如表 1 所示。

## 2.2 CA

2.1 节中的 ADMM 算法在更新  $\mathbf{s}$  时需要进行

表 1 ADMM 求解优化问题  $P_2$  步骤

算法: ADMM 求解离散相位约束下联合最小化干扰功率和信号旁瓣算法模型

Step 0: 以式(1)产生噪声调频干扰信号, 计算其协方差矩阵  $\mathbf{R}_J$ ;

初始化  $\mathbf{s}^{(0)}$ ,  $\mathbf{z}^{(0)}$  和  $\mathbf{u}^{(0)}$ , 设迭代次数  $t=0$ ;

Step 1: 更新  $\mathbf{s}$ , 以式(15)求解  $\bar{\mathbf{s}}^{(t+1)}$ ;

Step 2: 将  $\bar{\mathbf{s}}^{(t+1)}$  转化为复数形式的  $\mathbf{s}^{(t+1)}$ , 以式(18)更新  $\mathbf{z}$ ;

Step 3: 根据式(19)更新  $\mathbf{u}$ ;

Step 4: 设收敛门限为  $\Delta$ , 最大迭代次数为  $t_{\max}$ , 重复 Step 1~3,

并令  $t \leftarrow t+1$ , 直到满足  $\|\mathbf{s}^{(t+1)} - \mathbf{z}^{(t+1)}\|_2^2 < \Delta$  或  $t = t_{\max}$  时迭代终止。

数据形式的转化和梯度的计算, 运算量大, 计算时间长。针对这一问题, 本小节将在 ADMM 方法的基础上作改进。

对于发射信号  $\mathbf{s}$  的更新,

$$\mathbf{s}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s} + \lambda \mathbf{s}^H \mathbf{Q}_s \mathbf{s} + \frac{\rho}{2} \cdot \|\mathbf{s} - \mathbf{z}^{(t)} + \mathbf{u}^{(t)}\|^2 \quad (20)$$

令  $\mathbf{r} = (\mathbf{z}^{(t)} - \mathbf{u}^{(t)}) \mathbf{s}^{-1}$ , 忽略常数部分, 式(20)

可表示为

$$\mathbf{s}^{(t+1)} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s} + \lambda \mathbf{s}^H \mathbf{Q}_s \mathbf{s} + \frac{\rho}{2} \mathbf{s}^H (\mathbf{I} - \mathbf{r}^H - \mathbf{r}) \mathbf{s} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \quad (21)$$

式中  $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_J + \lambda \mathbf{Q}_s + \frac{\rho}{2} (\mathbf{I} - \mathbf{r}^H - \mathbf{r})$ 。

那么求解发射信号  $\mathbf{s}$  可表示为

$$\underset{\mathbf{s}}{\operatorname{min}} \mathbf{s}^H \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{s} \quad (22)$$

文献[11]提出一种 PMLI 法可进行求解。定义  $\mathbf{R}_d = \sigma \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{R}}$ ,  $\sigma > 0$  且  $\sigma$  大于  $\tilde{\mathbf{R}}$  的最大特征值。那么求解式(22)即求解:

$$\underset{\mathbf{s}}{\operatorname{max}} \mathbf{s}^H \mathbf{R}_d \mathbf{s} \quad (23)$$

这样可通过在每次迭代时求解如下最近向量问题来更新发射信号  $\mathbf{s}$ :

$$\underset{\mathbf{s}^{(t+1)}}{\operatorname{min}} \|\mathbf{s}^{(t+1)} - \mathbf{R}_d \mathbf{s}^{(t)}\|_2 \quad (24)$$

显然其最优解为

$$\mathbf{s}^{(t+1)} = \mathbf{R}_d \mathbf{s}^{(t)} \quad (25)$$

在原 ADMM 算法的基础上引入 PMLI 方法, 新的复合算法克服了 ADMM 算法在更新  $\mathbf{s}$  时计算复杂的问题, 减少算法计算时间。

复合算法求解 DPCQP 问题的步骤如表 2 所示。

表 2 CA 求解优化问题  $P_2$  步骤

算法: CA 求解离散相位约束下联合最小化干扰功率和信号旁瓣算法模型
Step 0: 以式(1)产生噪声调频干扰信号, 计算其协方差矩阵 $\mathbf{R}_J$ ; 初始化发射信号 $\mathbf{s}^{(0)}$ 、 $\mathbf{z}^{(0)}$ 和 $\mathbf{u}^{(0)}$ , 设迭代次数 $t = 0$ ;
Step 1: 更新 $\mathbf{s}$ , 以式(25)求解 $\mathbf{s}^{(t+1)}$ ;
Step 2: 以式(18)更新 $\mathbf{z}$ ;
Step 3: 根据式(19)更新 $\mathbf{u}$ ;
Step 4: 设收敛门限为 $\Delta$ , 最大迭代次数为 $t_{\max}$ , 重复 Step1~3, 并令 $t \leftarrow t + 1$ , 直到满足 $\ \mathbf{s}^{(t+1)} - \mathbf{z}^{(t+1)}\ _2 < \Delta$ 或 $t = t_{\max}$ 时迭代终止。

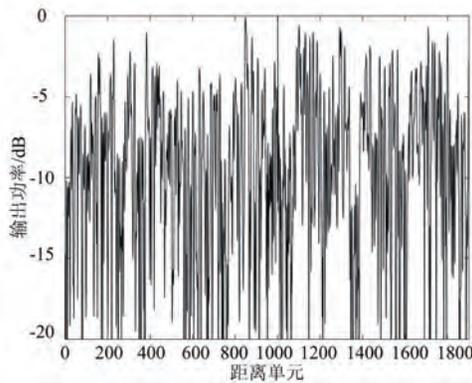
### 3 仿真结果与分析

参数设置: 压制干扰信号是幅度为 1、中心频率为 0 的噪声调频干扰信号, 其调频斜率  $K_{FM} = 1.5 \times 10^7$ , 初始相位为  $[0, 2\pi]$  内的随机值。设发射信号长度  $M = 100$ , 信号采用离散相位编码调制方式, 离散相位个数  $K = 32$ , 权系数  $\lambda = 10$ , 初始的发射信号为随机产生的相位编码信号。定义干信比  $JSR = 10 * \log\left(\frac{\mathbf{s}^H \mathbf{R}_J \mathbf{s}}{(\mathbf{s}^H \mathbf{s})^2}\right)$ , 初始的干信比为 9 dB。

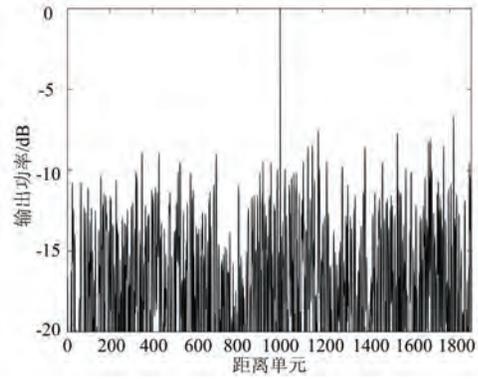
从图 1 的脉压结果可以看到, 初始的发射信号被压制干扰淹没, 目标无法被检测, 而优化后干扰被抑制, 信号能够被检测到, 两种优化算法得到的发射信号波形均可提升雷达对抗压制干扰的能力。

雷达的探测性能由距离旁瓣水平衡量, 优化前后发射信号的自相关处理结果如图 2 所示。从图 2 可以看出, 两种算法优化后的信号旁瓣均降低, 雷达探测弱小目标的能力得以提升。

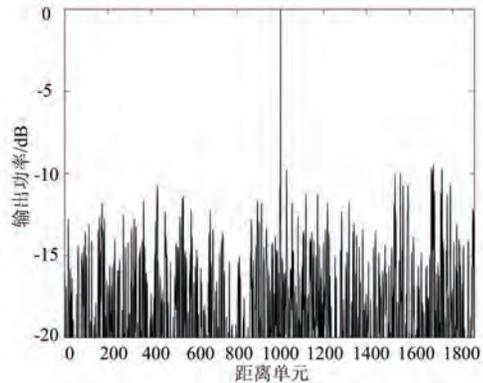
下面对比两种优化算法的性能。在 Intel i5-



(a) 优化前

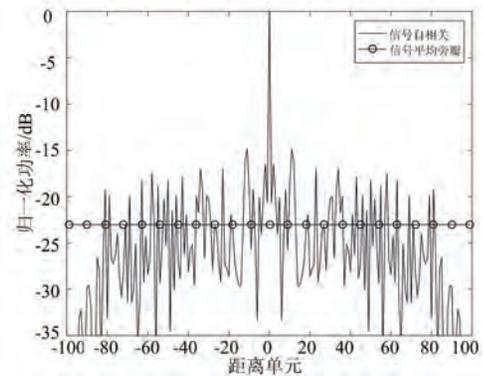


(b) ADMM 优化后

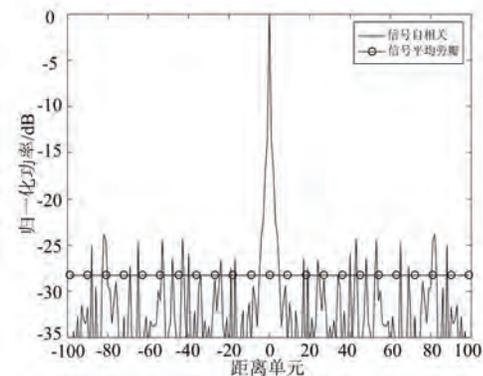


(c) CA 优化后

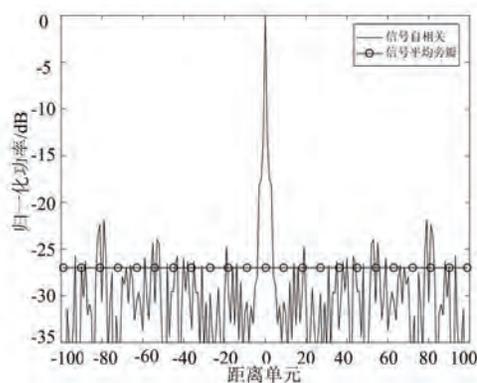
图 1 优化前后信号脉压结果



(a) 优化前



(b) ADMM 优化后



(c) CA 优化后

图2 优化前后发射波形自相关处理结果

9400HQ CPU、16G 内存、Matlab2016a 仿真平台下,进行 100 次蒙特卡洛实验取平均值,两种算法的运算时间、干扰输出功率减少量  $\Delta P_I$ 、信号旁瓣减少量  $\Delta ISL$  如表 3 所示,ADMM 和 CA 优化的目标函数迭代曲线如图 3 所示。

表 3 两种算法性能对比

优化算法	运行时间/s	$\Delta P_I$ /dB	$\Delta ISL$ /dB
ADMM	22.93	7.84	5.25
CA	0.68	8.62	3.99

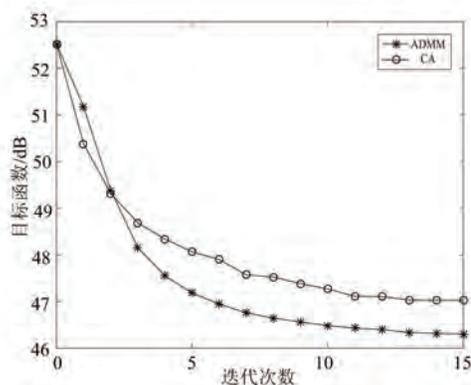


图3 两种算法迭代曲线

两种算法均能收敛,CA 抑制旁瓣的能力不及 ADMM 算法,但对抗干扰的能力强于 ADMM,这是由于 CA 中发射信号  $s$  的更新取决于矩阵  $R_d$ ,在强干扰环境下,干扰信号对  $R_d$  的影响要远大于发射信号,而 ADMM 算法中  $s$  的更新是采用拟牛顿法,每一次迭代时只要求知道目标函数的梯度,受到梯度变化量的影响而非梯度本身数值大小。本文提出的 ADMM 和 CA 两种算法均可提升雷达的抗干扰性能和探测性能,但 CA 相对 ADMM 算法计算速度有了 30 多倍的提升。

## 4 结束语

本文以联合最小化干扰信号输出功率和发射信号距离旁瓣为准则建立目标函数,采用 ADMM 算法求解,设计具有较低距离旁瓣并能对抗压制干扰的相位编码波形。针对 ADMM 算法中更新发射信号时计算量大、运算复杂的问题,提出一种新的 CA 算法。仿真结果表明,本文提出的两种算法均能提升雷达的探测性能和抗干扰性能,CA 算法在旁瓣抑制方面弱于 ADMM 算法,但抗干扰能力强于 ADMM 算法,且计算速度相对 ADMM 算法有很大提升。

## 参考文献:

- [1] CHITRE M, TIAN J, VISHNU H. On Ambiguity Function Shaping for Broadband Constant-Modulus Signals[J]. Signal Processing, 2020,166:1-16.
- [2] YANG J, CUI G L, YU X X, et al. Dual-Use Signal Design for Radar and Communication via Ambiguity Function Sidelobe Control[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2020, 69(9):9781-9794.
- [3] WU Z J, XU T L, ZHOU Z Q, et al. Fast Algorithms for Designing Complementary Sets of Sequences Under Multiple Constraints [J]. IEEE Access, 2019, 7:50041-50051.
- [4] LIANG T, ZHU Y, QIANG F. Designing PAR-Constrained Periodic/Aperiodic Sequence via the Gradient-Based Method [J]. Signal Processing, 2018, 147: 11-22.
- [5] ZHAO D H, WEI Y S, LIU Y T. Design of Unimodular Sequence Train with Low Central and Recurrent Autocorrelations[J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2018, 12(1):45-49.
- [6] WANG G, LU Y L. Designing Single/Multiple Sparse Frequency Waveforms with Sidelobe Constraint [J]. IET Radar Sonar & Navigation, 2011, 5(1):32-38.
- [7] 庄珊娜, 贺亚鹏, 朱晓华. 低距离旁瓣稀疏频谱波形相位编码设计[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(5): 1088-1095.
- [8] 李玉翔, 任修坤, 孙扬, 等. 一种循环迭代的宽带 MIMO 雷达正交稀疏频谱波形设计方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(4):953-959.