

文章编号: 2095-4980(2013)05-0782-05

基于小波分析的振动信号阈值去噪新方法

段玉波, 范超, 刘继承

(东北石油大学 电气信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 传统的软、硬阈值去噪方法在去噪前后小波系数之间分别存在恒定偏差和阈值函数不连续等缺点, 达不到对信号去噪的理想效果。针对软、硬阈值函数的优缺点, 提出了一种新的阈值去噪函数。在 Matlab 环境下分别使用 3 种阈值函数进行去噪实验, 对比由 3 种方法得到的信噪比及均方误差。仿真结果表明, 该函数不但具有很好的连续性, 而且显著减小了软、硬阈值函数中估计小波系数与真实小波系数间存在的恒定偏差, 证实了新阈值函数更加灵活, 能更好地消除白噪声干扰。

关键词: 小波系数; 恒定偏差; 阈值函数; 白噪声

中图分类号: TN911.23; TP277 **文献标识码:** A

doi: 10.11805/TKYDA201305.0782

A new method of vibration signal threshold denoising based on wavelet analysis

DUAN Yu-bo, FAN Chao, LIU Ji-cheng

(College of Electronic and Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing Heilongjiang 163318, China)

Abstract: There exist some shortcomings in traditional soft and hard threshold denoising methods, such as a constant deviation between the wavelet coefficients before and after denoising, and the threshold function is not continuous etc., therefore these methods could not achieve desired denoising effect. A new threshold denoising method is presented based on the traditional hard and soft threshold methods. Denoising experiments are performed by using three threshold functions in Matlab environment. The signal to noise ratio and the size of the mean square error obtained by the three methods are compared. Simulation results show that the new threshold function not only bears good continuity, but also greatly reduces the constant deviation between the estimated wavelet coefficients and the true wavelet coefficients in the soft threshold function, which further confirms that the new threshold function can remove the white noise more flexibly and effectively.

Key words: wavelet coefficients; constant deviation; threshold function; white noise

现实生活中在对振动信号进行获取和传输时, 由于周围环境、电源电压不稳定, 以及测量仪器故障等原因, 会带来噪声。噪声在对信号更深层次、更复杂的分析中会产生影响, 造成不精确的分析结果。因此, 有效去除信号的噪声十分重要。

1995 年, Donoho 等人以小波变换为基础研究出小波阈值去噪的基本方法^[1], 随后此方法在去噪过程中被广泛采用。其中软、硬阈值去噪方法是使用较为广泛的阈值方法。硬阈值方法是指对含噪信号进行小波分解得到小波系数, 然后将每层高频系数的绝对值与一个确定阈值作比较, 除去比阈值小的小波系数, 保留大于阈值的小波系数; 而软阈值方法的不同之处则体现在把大于阈值的小波系数与阈值相减, 相减的结果作为新的小波系数。随着在去噪过程中不断的总结以及对信号去噪效果的要求越来越高, 逐渐发现了软、硬阈值去噪方法的若干不完善之处。例如软阈值处理结果中存在去噪前后小波系数之间偏差恒定, 以及硬阈值函数中存在两处间断点等问题, 严重影响了去噪效果。为了更有效地优化去噪效果, 对软、硬去噪方法的不足进行完善, 在小波分析的基础上提出一种新阈值去噪方法。它充分结合了软、硬去噪方法的优点, 并且克服了其中的不足, 满足了对去噪效果的更高要求。

1 小波阈值去噪方法

1.1 信号组成

实际情况中，机械振动信号通常由有用以及噪声信号构成，假设信号为：

$$s(t) = f(t) + n(t) \tag{1}$$

式中： $s(t)$ 为原始信号； $f(t)$ 为有用信号； $n(t)$ 为标准的高斯白噪声信号且服从标准正态分布。现实生活中，噪声信号的种类比较复杂，本文在理想条件下，假设含噪信号为服从标准正态分布的高斯白噪声信号。

1.2 阈值去噪原理

对信号进行去噪就是把被测信号中的噪声信号去除掉。其中，有用信号多数是低频信号，本身较为平稳，频域内包含其大部分能量，因此进行信号分解后得到的小波系数有较大的绝对值。相反，噪声信号的频率比较高，频域中分布的能量较为松散，分解后得到的小波系数绝对值要比有用信号分解后得到的小很多。

阈值去噪的原理^[2]就是利用 2 种信号被分解后得到的小波高频系数中其绝对值存在的大小差异，设定一个能区分此差异的临界值，即阈值，将绝对值小于阈值的小波系数去除掉，其余的小波系数按照所选方法的不同进行相应处理。利用此特点可以充分地区分有用信号与含噪信号，进而对振动信号实施去噪处理。

1.3 硬阈值与软阈值函数

软、硬阈值函数的表达式及示意图如下：

1) 硬阈值函数

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k}, & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \tag{2}$$

2) 软阈值函数

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} - \lambda, & w_{j,k} \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \\ w_{j,k} + \lambda, & w_{j,k} \leq -\lambda \end{cases} \tag{3}$$

式中： $\hat{w}_{j,k}$ 为阈值处理后的小波系数； $w_{j,k}$ 为含噪信号的小波系数； λ 为阈值大小。

小波阈值去噪的具体步骤：根据含噪信号的特点来决定采用几层小波分解，并选一种较为适合的小波基；经过小波分解得到的是一组细节系数，以及组数与分解层数相等的几组高频系数；用一个确定的阈值分别与每组高频系数进行比较处理，即小于该阈值的高频系数全部忽略，对于比阈值大的高频系数，可以根据所选择的不同去噪方法进行相应处理；最后对去噪后的细节系数与高频系数进行逆小波变换，从而得到有用信号^[3]。在以上去噪的各个环节里，怎样选择合理的阈值，以及如何进行阈值量化十分重要^[4]，直接关系到信号的去噪效果。

1.4 软、硬阈值去噪法的缺陷

从图 1 中可以看出，经过硬阈值方法处理后的小波系数在整个小波域内存在两处间断点，给处理结果带来较大方差，导致去噪效果不够理想；并且在实际情况下，经常要对阈值函数进行求导，而在 $\hat{w}_{j,k} = -\lambda$ 和 $\hat{w}_{j,k} = \lambda$ 两点处显然不能求导。与硬阈值方法不同，由于软阈值函数不存在间断点，所以经过软阈值方法处理后的 $\hat{w}_{j,k}$ 其连续性也更好，避免了类似于硬阈值方法处理后存在的附加振荡；但当 $|\hat{w}_{j,k}| > \lambda$ 时， $\hat{w}_{j,k}$ 总是比 $w_{j,k}$ 小 λ ，违背了随着 $w_{j,k}$ 的增加而噪声分量变小的原则；其次，对软阈值函数求导后的结果不是连续的，这就给逐阶求导的过程带来了不少阻碍^[5]。软、硬阈值法还有一处共同缺陷，就是在 $|\hat{w}_{j,k}| < \lambda$ 时，都把处理后的小波系数看作是 0，这就存在遗漏掉此区间内有用信号的风险。因此，需要对这 2 种去噪方法进行改进，来达到最佳去噪效果。

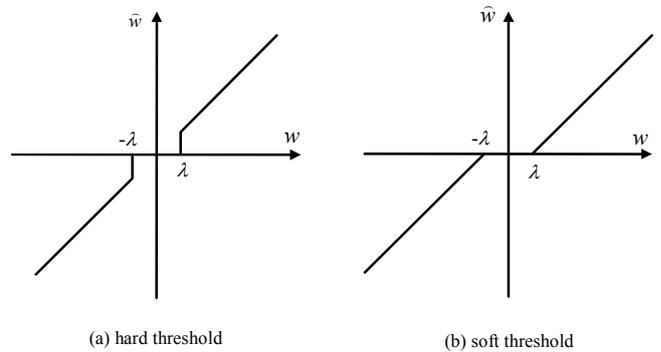


Fig.1 Diagrams of soft and hard threshold functions
图 1 软、硬阈值函数的示意图

2 一种改进的小波阈值去噪算法

通过以上分析可知,单一地使用软、硬阈值去噪的效果不很理想,本文提出了一种新的基于小波分析的阈值去噪函数,其表达式为:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k})\sqrt{w_{j,k}^2 - \lambda^2}, & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (4)$$

式中: λ 为阈值变量; $w_{j,k}$ 为去噪前的小波系数; $\hat{w}_{j,k}$ 为去噪后的小波系数。

通过观察式(4)不难发现,新设计的阈值函数是双曲线 $w_{j,k}^2 - \hat{w}_{j,k}^2 = \lambda^2$ 的部分图形,在 $w_{j,k}$ 轴左半轴取 $\hat{w}_{j,k} < 0$ 部分,在 $w_{j,k}$ 轴右半轴取 $\hat{w}_{j,k} > 0$ 部分。在点 $|w_{j,k}| = \lambda$ 处, $\hat{w}_{j,k} = 0$, 阈值函数在整个区间内都是连续并且可导的。此外,新阈值表达式的渐近线为 $\hat{w}_{j,k} = w_{j,k}$, 说明当 $w_{j,k}$ 逐渐增大时, $w_{j,k}$ 无限趋近于 $\hat{w}_{j,k}$, 这就克服了经过软阈值函数处理后的小波系数和原小波系数之间总是相差大小为 λ 的缺陷。可见新的阈值函数不止全面地涵盖了软、硬阈值函数在去噪方面的优点,而且完善了其中的不足,为信号的后续分析提供了更有效的保障,其函数图形如图 2 所示。

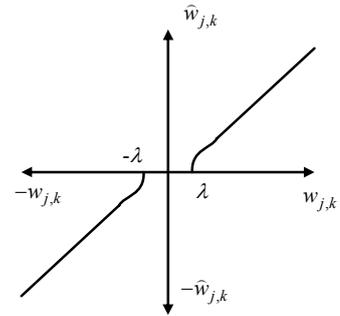


Fig.2 Diagram of proposed threshold method
图 2 新的阈值方法示意图

3 对比性仿真实验

为了有效地证明新改进的阈值函数具有更突出的优点,在 Matlab 实验环境下对含噪信号进行阈值去噪的仿真,对比分析经过 3 种阈值去噪后得到的波形、信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)和均方误差(Mean Square Error, MSE)等数据。

首先,对含噪信号进行小波分解,分析如图 3 所示,图中横坐标为频率(单位: Hz),纵坐标为幅值,本文以下波形图图标均如此。为了提高模拟信号与真实振动信号之间的相似程度,可以建立若干个正弦信号,然后向其中加入高斯白噪声,本文中采用的模拟信号如下:

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t) + \text{rand}(n) \quad (5)$$

式中: $x(t)$ 为振动信号; f_1 和 f_2 表示大小不同的 2 种频率: $f_1 = 10$ Hz, $f_2 = 30$ Hz, $\text{rand}(n)$ 为叠加的高斯白噪声, $t = 0, 0.001, 0.002, \dots, 1$ s, 原始信号如图 4 所示。在正弦信号中按信噪比 $R_{\text{SN}} = 5$ dB 加入服从 $N(0, 1)$ 分配的高斯白噪声,得到如图 5 所示的含噪信号。

根据噪声传播的特点可知,其小波系数均匀分布在各个尺度上,并且小波系数的幅值在各个尺度上的大小不同,符合随着尺度的增加幅值变小的规律。而实际情况中往往使用通用阈值^[6] $\lambda = \sigma\sqrt{2\log(N)}$, 然而采用通用阈值作为门限会把一些大尺度上的小幅值系数直接漏掉,因此实验中把要采用的阈值函数设置为

$$\lambda(j) = \sigma\sqrt{2\log(N)} / \log(j+1) \quad (6)$$

式中: σ 为噪声强度; j 为分解尺度; N 为含噪信号的长度。式(6)给要分解的每一层设置一个相应阈值,使在各个尺度上的阈值函数和小波系数的大小保持相同的传播特征。

小波分解时,对于小波基的选择^[7],通常在分析连续性好、波形平稳的信号时采用 sym8 小波基,本仿真实验中即应用此小波基。分解层数的选择要以具体小波分解效果的好坏来确定。

实验过程:1) 用 `wavedec` 函数将含噪信号分解为 3 层,提取第 3 层的低频系数 a_3 和各层的高频系数 d_3, d_2, d_1 。2) 对高频系数 d_3, d_2, d_1 在不同尺度下的传播特性进行不同阈值大小的处理,每一层阈值的大小都按式(6)设定,最后把处理后的高频系数 d_3, d_2, d_1 与低频系数 a_3 整合起来,用 `waverec` 函数进行小波逆变换,就得到了去噪后的信号。

从仿真实验的波形图 6~图 8 中可以得出结论,虽然 3 种阈值去噪方法都能有效去除噪声信号并重构出原始信号,但新的阈值去噪方法优势更突出,有效地抑制了失真及振荡现象,使重构波形更加平滑,并且与原始信号更相近。

为了使仿真结果具有更高的可信度和真实性,可以比较去噪过程中的一些有说服力的常量数据,如信噪比和均方误差就是用来说明去噪优劣程度的 2 个常量。其表达式和对比结果如下。

$$R_{SN} = 10 \lg \frac{f^2}{\sum_{i=1}^n (f - f_e)^2} \quad (7)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (f - f_e)^2}{n} \quad (8)$$

式中： f 为原始信号； f_e 为去噪后的信号； n 为信号长度。

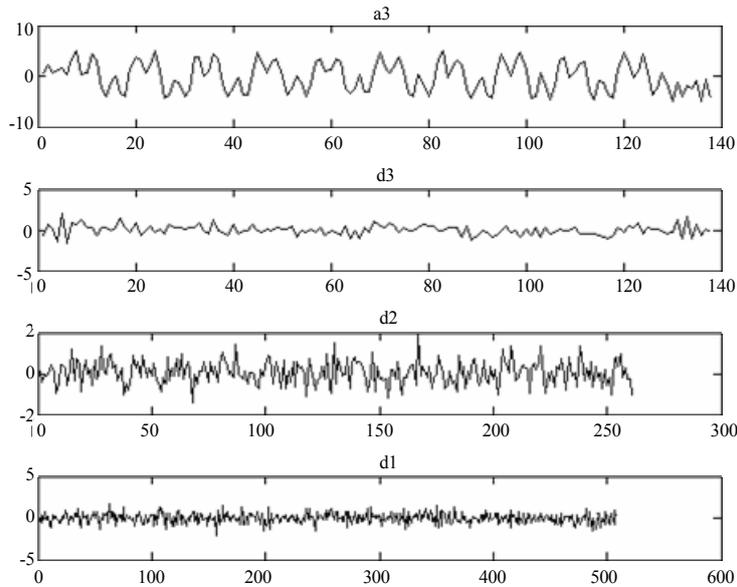


Fig.3 Wavelet decomposition map
图 3 小波分解图

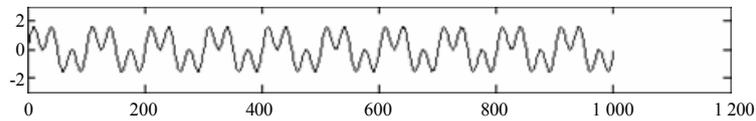


Fig.4 Original signal
图 4 原始信号

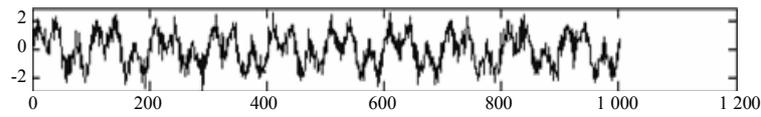


Fig.5 Noisy signals
图 5 含噪信号

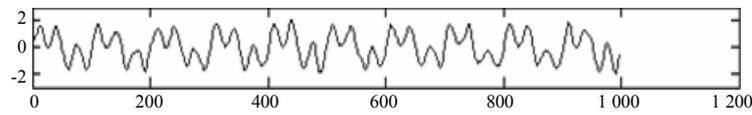


Fig.6 Signal after the hard threshold processing
图 6 硬阈值处理后得到的信号

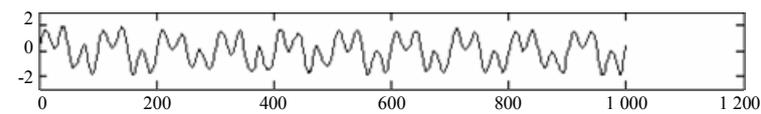


Fig.7 Signal after the soft threshold processing
图 7 软阈值处理后得到的信号

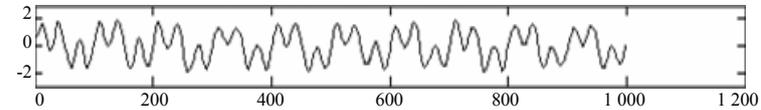


Fig.8 Signal after the new threshold processing
图 8 改进的阈值处理后得到的信号

通过观察表 1 中给出的数据结果可知,与另两种方法比较,新阈值方法的处理结果使去噪后信号的信噪比增大,并且使均方误差有所减小,这表明去噪效果得到了明显提高。

表 1 三种方法得到的 SNR 与 MSE

Table 1 SNR and MSE obtained after the processing of the three methods		
thresholding method	R_{SN}/dB	MSE
hard thresholding method	13.657 9	0.043 0
soft thresholding method	13.808 8	0.041 6
new thresholding method	14.041 3	0.039 4

总结以上对于新阈值去噪函数的分析以及去噪实现过程不难发现,通过得到信噪比和均方误差等真实数据,更显著地表明了该方法去噪能力增强,重构信号与有用信号更为相似^[8]。

4 结论

本文首先介绍了几种常用的阈值去噪方法,分析其中若干缺陷,在原有阈值函数的基础上进行改进,得到了一种新阈值函数。把新、旧阈值函数应用于去噪仿真实验中,观察整个仿真过程并对实验所得波形和相关重要数据进行分析,证明相比于普遍使用的软、硬阈值方法,新阈值方法使去噪后的信噪比显著增大,且具有更好的灵活性,去除白噪声干扰的去噪效果明显提高。

参考文献:

- [1] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995,41(3):613-627.
- [2] 蔡敏. 小波阈值法降噪分析与改进[J]. 信息与电子工程, 2011,9(2):211-214. (CAI Min. Wavelet threshold noise analysis and improvement[J]. Information and Electronic Engineering, 2011,9(2):211-214.)
- [3] 刘雪飞. 基于小波分析方法的含噪声语音信号增强技术研究[D]. 秦皇岛:燕山大学, 2005. (LIU Xuefei. Study on Speech Enhancement in the Presence of Noise Based on Wavelet Method[D]. Qinhuangdao:Yanshan University, 2005.)
- [4] 潘泉. 小波滤波方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2005. (PAN Quan. Wavelet filtering method and application[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2005.)
- [5] 段青,李凤祥,田兆奎. 一种改进的小波阈值信号去噪方法[J]. 计算机仿真, 2009,26(4):348-351. (Duan Qing,Li Fengxiang,TIAN Zhaolei. An improved wavelet threshold denoising method[J]. Computer Simulation, 2009,26(4):348-351.)
- [6] 吴伟,蔡培升. 基于 MATLAB 的小波去噪仿真[J]. 信息与电子工程, 2008,5(3):220-223. (WU Wei,CAI Peisheng. Wavelet Denoising Based on MATLAB Simulation[J]. Information and Electronic Engineering, 2008,5(3):220-223.)
- [7] 何俊,马有良. 心电信号降噪小波函数选取的定量研究[J]. 信息与电子工程, 2010,8(3):286-289. (HE Jun,MA Youliang. Quantitative study on the selection of wavelet functions for the de-noising of ECG signal[J]. Information and Electronic Engineering, 2010,8(3):286-289.)
- [8] 兰超,欧阳林子. 一种基于改进的软硬阈值折衷法的去噪研究[J]. 科学技术与工程, 2009,9(18):5515-5517. (LAN Chao,OUYANG Linzi. One Kind Based on Improvement Soft and Hard threshold Value Compromised Method Denoising Research[J]. Science Technology and Engineering, 2009,9(18):5515-5517.)

作者简介:



段玉波(1951-),男,黑龙江省木兰县人,硕士,教授,研究方向为智能控制、最优滤波、混沌识别、神经网络理论及应用、电力系统自动化.email:553554314@qq.com.

范超(1987-),男,黑龙江省齐齐哈尔市人,在读硕士研究生,主要研究方向为电气自动化理论及应用。

刘继承(1970-),男,黑龙江省绥化市人,博士,教授,主要研究方向为信号及信息处理、通信及计算机技术在油田的应用、嵌入式系统。