

应用 LINGO 求解水污染控制系统规划中的费用函数问题

盛 倩, 祝用华, 张 勇, 张显球, 杨 柳

(南京师范大学动力工程学院, 江苏 南京 210042)

摘要 利用 LINGO 软件, 对新疆水磨河水污染控制系统规划的费用函数进行求解, 获得全局最优解: 以碳化生化需氧量水质指标时的最低费用为 1 496.61 万元, 以氨氮水质指标时最低费用为 924.12 万元, 该计算结果均优于模拟退火法(SA)、动态规划(DP)和遗传算法(GA)得到的结果, 表明 LINGO 软件在求解水污染控制系统规划中的费用函数问题具有一定的优越性。

关键词 水污染控制规划; 费用函数; LINGO 软件

中图分类号: X143 文献标识码: A 文章编号: 1004-693X(2009)06-0058-03

Solving the cost function of water pollution control system programming with LINGO

SHENG Qian, ZHU Yong-hua, ZHANG Yong, ZHANG Xian-qi

(School of Power Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract The cost function of water pollution control system programming was solved using the software LINGO and the global optimum solution was obtained for the Shuimo River in Urumqi, Xin-Jiang. The results shown that the minimum fee is 14,966,100 RMB when CBOD is considered the water quality index, and 9,241,200 RMB when NH₃-N is considered the water quality index. Both costs were less than those obtained from other algorithms, such as SA, DP and GA. Therefore, the software LINGO was best in solving the cost function of water pollution control system programming.

Key words water pollution control programming; cost function; LINGO software

水污染控制系统规划以最优化理论为基本工具, 合理利用水体的自净能力, 调节水污染控制系统各组成部分之间的关系, 在满足水体水质要求的约束下, 使得整个水污染控制系统的污染物治理费用最低。因此水污染控制系统规划的核心就是求解费用函数使其在满足约束条件下取得最小值^[1-2]。由于水污染控制系统规划中的费用函数问题是非线性的, 求解比较困难。目前已有文献报道的最优化算法如模拟退火法^[3]、遗传算法^[4]等在求解水污染规划费用函数问题时存在一些缺陷: 模拟退火算法收敛速度缓慢, 求解过程耗时较多, 遗传算法则因种群退化快、容易早熟不易得到全局最优解。

LINGO 软件因以全局最优化为目标、编程简单及实用等特点在科研和工业界得到广泛应用。笔者利用它对水污染控制系统规划的费用函数问题进行求解, 也获得较好的应用效果。

1 LINGO 简介^[5]

LINGO 是 LINDO 系统公司(LINDO Systems Inc)开发的一款专门用于求解数学规划的软件, 主要用于求解线性规划、非线性规划、二次规划和整数规划的问题, 也可用于一些线性和非线性方程组的求解以及代数方程求根等。

LINGO 软件以“MODEL:”语句开始, 以“END”语

基金项目 江苏省环保厅基金(200802)

作者简介 盛倩(1986—)女, 浙江金华人, 本科生, 专业方向为环境工程。E-mail: shengqian521521@yahoo.com.cn

通讯作者 张勇, 讲师。E-mail: cslzhangyong@sina.com

句结束,对于比较简单的模型,这两个语句可以省略。所有语句除 MODEL、END、SETS、ENDSETS、DATA、ENDDATA、INIT、ENDINIT 之外必须以一个“;”结尾。在 LINGO 中建立优化模型时可以引用大量的内部函数,这些函数都以“@”符号开始。LINGO 中在使用变量时已假设变量非负,如果变量可以为负,则必须用“@FREE(Variable-name)”对非负条件予以取消。注释部分用“!”开始。对于优化目标函数必须用 min 或 max,一般用 min,求解最大值问题时可以在目标函数前加负号或取其倒数来转换成求最小值问题;如果变量是整型变量,则要加上语句“@gin(Variable-name)”。

与传统的求解方法相比,该软件具有如下优点:①输入模型简练直观,通俗易懂,LINGO 语句几乎与数学表达式相同;②运行速度快、计算能力强;③内置建模语言,提供几十个内部函数,从而能以较少语句较直观的方式描述大规模的优化模型。如对于变量的上下限,LINGO 中用 @bnd() 函数表示,不必拆成多条语句,方便了编程;使用者只需输入一行文字就可以建立起成千条约束或目标函数项,可以使输入较大规模问题的过程得到简化。④能方便地与 Excel、数据库等其他软件交换数据。如果模型规模很大,数据可以方便地由 Excel 导入或导出^[6]。

2 应用 LINGO 对新疆水磨河水污染控制规划费用函数的求解

2.1 新疆水磨河水污染控制规划的费用函数

对于同一类型的污水处理厂,费用可作为污水流量与处理效率二者的函数,一般可写为^[11]:

$$\min C = \sum_{i=1}^N (k_1 Q_i^{k_2} + k_3 Q_i^{k_3} \eta_i^{k_4}) \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, N$

式中: C 为污水处理工程费用,万元; Q_i 为第 i 个污水处理厂的规模,即流量, L/s; η_i 为第 i 个断面内污水处理厂的效率,%; k_1, k_2, k_3 和 k_4 为参数,不同类型的废水参数估值见表 1; N 表示河流控制断面总数。

表 1 污水处理费用函数方程中相关参数

废水种类	参数估值			
	k_1	k_2	k_3	k_4
纺织	5.3092	0.7982	17.9126	6.2001
造纸	4.6720	0.8347	18.5340	6.0777
生活污水	4.9047	0.7908	17.3484	6.1428
化工	18.4287	0.8759	21.8577	6.8105
煤气类	3.1450	0.7695	17.0692	5.9752

根据文献[2],水磨河自上游至下游划分为 7 个控制断面,依次为碱泉沟、硫黄沟、化工厂、电厂、分水

闸、二附院、污水库。河流各断面达到的水质目标为:碱泉沟断面达到 II 类水,其余断面达到 III 类水。由于分水闸并没有污水排放,所以污水处理厂的位置规划在硫黄沟、化工厂、电厂、二附院、污水库等控制断面内,共 5 处污水处理厂。已知硫黄沟、化工厂、电厂、二附院、污水库断面内的污水流量分别为 69.993 L/s, 70.002 L/s, 10 L/s, 29.996 L/s, 1019.9 L/s, 利用表 1 中的 k 值,对式(1)进行计算后得到了新疆水磨河水污染控制规划的费用函数,即式(2):

$$\begin{aligned} \min C = & 680.0405 + 532.0052 \eta_1^{6.2001} + \\ & 448.7620 \eta_2^{5.9752} + 164.2497 \eta_3^{6.8105} + \\ & 255.4859 \eta_4^{6.1428} + 880.1318 \eta_5^{6.0777} \quad (2) \end{aligned}$$

2.2 约束条件

2.2.1 以生化需氧量(CBOD)为水质约束条件

河流中的碳化生化需氧量(CBOD)浓度对水环境的影响比较突出,污水处理的一个重要约束就是使它的浓度在允许范围之内。以 $CBOD_5$ 为水质指标时,约束条件可化为:

$$\begin{aligned} 1 - 1.3400 \eta_1 & \leq 0 \\ 1 - 1.2635 \eta_1 - 0.1661 \eta_2 & \leq 0 \\ 1 - 1.2210 \eta_1 - 0.1605 \eta_2 - 0.05065 \eta_3 & \leq 0 \\ 1 - 0.7926 \eta_1 - 0.1042 \eta_2 - 0.03288 \eta_3 - 0.3838 \eta_4 & \leq 0 \\ 1 - 0.2474 \eta_1 - 0.03252 \eta_2 - 0.01026 \eta_3 - \\ & 0.1198 \eta_4 - 0.7251 \eta_5 \leq 0 \\ 0 \leq \eta_i & \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$

2.2.2 以氨氮(NH₃-N)为水质约束条件

当河流中的有机物(CBOD)衰减到一定值之后,或 CBOD 在河流中的停留时间较长时(如 10 d 以上),无机物氨氮影响日益突出,污水处理的另一个重要约束为浓度在一定的范围之内。

以 NH_3-N 为水质指标时,约束条件为:

$$\begin{aligned} 1 - 1.7715 \eta_1 & \leq 0 \\ 1 - 0.7513 \eta_1 - 0.7715 \eta_2 & \leq 0 \\ 1 - 0.6854 \eta_1 - 0.7023 \eta_2 - 0.1185 \eta_3 & \leq 0 \\ 1 - 0.5191 \eta_1 - 0.5318 \eta_2 - 0.08976 \eta_3 - \\ & 0.3079 \eta_4 \leq 0 \\ 1 - 0.3302 \eta_1 - 0.03384 \eta_2 - 0.05703 \eta_3 - \\ & 0.1956 \eta_4 - 0.5149 \eta_5 \leq 0 \\ 0 \leq \eta_i & \leq 1 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$

2.3 应用 LINGO 8.0 软件对费用函数求解

应用 LINGO 8.0 软件,求解费用函数的最优解。其步骤可表示为^[5]:

a. 编写这个数学模型的 LINGO 程序,并将其输入计算机中。

b. 修正模型,若需要对问题中的某个变量系数进行修正,可用 Alter 命令。

c. 存储模型,如果输入的问题模型不需要改动,可用 Save 命令。

d. 键入 Go 命令即可得出问题的最优解,此时 LINGO 还会提醒你是否作灵敏度分析。

求解中的注意事项:尽量使用线性优化,减少非线性约束和非线性变量的个数,这样可以加快求解速度。由于求解非线性模型比线性模型困难,所以本文模型的约束条件时都尽量写成 $g(x) \leq 0$ 的形式,选中 OPTIONS 中 Global Solver 以得到全局最优解,该方法的优点即在于能够得到全局最优解,但若没有执行这一步操作可能会仅仅得到局部最优解;合理设定变量的上下界,尽可能给出变量的初始值,本模型在 1.41 GHz/512 M 的 PC 上运行时间分别为 1 s,如果根据求解结果把处理效率的上下限改为 $0.5 \leq \eta_i \leq 0.95$,能得到同样的结果,但显示的时间为 0,即求解时间小到不足以显示出来,即花费时间有所减小,如果模型更复杂些,两种情况下的花费时间差距将更加明显^[5]。

3 结果与分析

求解结果见表 2、表 3 和表 4。

表 2 以 CBOD 为水质指标时的规划结果

各种算法	各断面污水处理效率/%				
	η_1 (硫黄沟)	η_2 (化工厂)	η_3 (电厂)	η_4 (二附院)	η_5 (污水库)
模拟退火法 ^[1] (SA)	79.97	31.64	83.26	94.63	92.61
动态规划 ^[3] (DP)	74.63	34.35	66.42	91.42	94.86
遗传算法 ^[6] (GA)	80.93	53.14	57.68	83.52	93.31
LINGO	82.78	56.91	58.81	82.89	92.59

表 3 以 NH₃-N 为水质指标时的规划结果

各种算法	各断面污水处理效率/%				
	η_1 (硫黄沟)	η_2 (化工厂)	η_3 (电厂)	η_4 (二附院)	η_5 (污水库)
模拟退火法 ^[1] (SA)	66.98	67.51	63.54	83.01	68.57
动态规划 ^[3] (DP)	64.23	66.94	76.08	78.69	70.70
遗传算法 ^[6] (GA)	66.67	75.53	62.71	68.47	68.87
LINGO	69.37	71.49	64.19	72.10	68.23

表 4 几种求解方法对费用函数的求解结果

类别	最低总费用/万元			
	模拟退火法 ^[1] (SA)	动态规划 ^[3] (DP)	遗传算法 ^[6] (GA)	LINGO
以 CBOD 为水质指标	1603.39	1563.51	1499.7	1496.61
以 NH ₃ -N 为水质指标	948.80	946.14	930.00	924.12

由表 2 和表 4 可知,当以 CBOD 为水质指标时,相比模拟退火法、动态规划和遗传算法,采用 LINGO

方法要求硫黄沟和化工厂断面内的污水处理效率最高,其他断面内的污水处理效率相对要求较低,但总污水处理费用低于模拟退火法、动态规划和遗传算法的计算费用;

由表 3 和表 4 可知,以 NH₃-N 为水质指标时,LINGO 方法要求硫黄沟的污水处理效率最高,其他断面污水处理效率相对较低,计算的总污水处理费用为最低。

此外,由表 2、表 3 和表 4 可知,模拟退火算法(SA)在求解这个规划模型时所得的费用最高,这是由于 SA 退火过程变化较慢,同时它是以一定的概率收敛于最优解,所以通常会得到局部最优解,而非全局最优解,动态规划(DP)需人为地引进时间因素将上述规划问题视为多阶段决策过程,其主要缺点是用数值方法求解时计算工作量大,可能会造成维数灾,遗传算法(GA)求得相对较好的解,但它容易限于早熟而得到局部最优解,LINGO 软件求得的结果相对较好,而且 LINGO 具有编程简单、易实现、运算效率高、运用方便的优点,与其他算法相比,LINGO 在优化解、运算效率、收敛速度等方面都有较大的优势。

4 结论

通过 LINGO 软件对新疆水磨河水污染控制规划的费用函数的求解,获得了全局最优解:以 CBOD 为水质指标时最低费用为 1496.61 万元,以 NH₃-N 为水质指标时最低费用为 924.12 万元,均优于模拟退火法(SA)、动态规划(DP)和遗传算法(GA),表明 LINGO 软件在求解水污染控制系统规划中的费用函数问题具有一定的优越性。

参考文献:

- [1] 付国伟,程声通.水污染控制系统规划[M].北京:清华大学出版社,1985.
- [2] 黄国如,胡和平,田富强,等.基于遗传算法的水污染控制系统规划[J].清华大学学报:自然科学版,2002,42(4):551-554.
- [3] 王薇,曾光明.模拟退火算法在水污染控制系统规划中的应用[J].水电能源科学,2003,21(1):22-24.
- [4] 曾光明,王薇,谢更新,等.改进 GA 法在水污染控制系统规划多目标规划中的应用[J].湖南大学学报:自然科学版,2004,31(3):29-34.
- [5] 谢金星,薛毅.优化建模与 LINDO/LINGO 软件[M].北京:清华大学出版社,2005.
- [6] 袁新生. LINGO 和 Excel 在数学建模中的应用[M].北京:科学技术出版社,2007.

(收稿日期 2008-04-30 编辑:高渭文)