

TOPSIS 法在水环境质量综合评价中的应用

吴智诚¹ 张江山¹ 陈 盛²

(1. 福建师范大学化学与材料学院 福建 福州 350007 ; 2. 福州师范大学福清分校 福建 福州 350300)

摘要 :为了制定改善环境质量的污染源治理方案和综合防治规划 ,将多目标决策 TOPSIS 法引入水质评价中 ,建立数学模型 ,并利用该法对某地区 4 个测点的水环境质量的监测数据进行分析 ,得出的结果与其他的评价方法相比较 ,取得满意的结果。说明多目标决策 TOPSIS 法可用于水环境质量评价。

关键词 :权重 ;TOPSIS 法 ;水质评价

中图分类号 :X824 **文献标识码** :A **文章编号** :1004-693X(2007)02-0010-03

Comprehensive evaluation of water environmental quality by TOPSIS method of multi-objective decision-making

WU Zhi-cheng¹ , ZHANG Jiang-shan¹ , CHEN Sheng²

(1. College of Chemistry and Materials Science , Fujian Normal University , Fuzhou 350007 , China ; 2. Environmental Research Institute , Fuqing Campus of Fujian Normal University , Fuqing 350300 , China)

Abstract :A mathematical model was established based on the TOPSIS multi-objective decision-making approach and was applied to the water environmental quality assessment of 4 monitoring sites . The results were satisfactory as compared with other methods . It is proved that the method is feasible to evaluate the water environmental quality .

Key words :weight ; TOPSIS method ; water quality evaluation

水环境质量评价是进行水环境管理的重要手段之一。对水环境进行质量评价可以了解水质状况 ,了解不同水域水体质量差别以及不同时期水质变化的趋势 ,了解水体的主要污染因子和主要污染源 ,可以综合考察治理效果 ,从而为制定改善环境质量的污染源治理方案和综合防治规划与计划提出科学依据。

1 评价方法简介

随着模糊数学、灰色系统、物元分析、层次分析、人工神经网络等理论的兴起 ,国内外很多学者将其广泛应用于环境科学研究领域。如数理统计法、综合指标法、模糊数学法、灰色系统评价法、层次分析法、人工神经网络法、模糊物元分析法、秩和比法等^[1]。这些方法各有优缺点 ,在评价同一区域环境或不同的区域环境时将表现出不同的优劣程度。

本文拟将多目标决策 TOPSIS 法引入水体营养类型的质量评价中 ,TOPSIS (Technique for Order

Preference by Similarity to Ideal Solution)意即逼近于理想解的技术^[2]。其方法的核心思想是定义决策问题的理想解与负理想解 ,然后比较评价方案与理想解和负理想解的距离远近。理想解一般设想是最好的方案 ,它所对应的各个属性至少达到各个方案中的最好值。负理想解是设想最坏的方案 ,对应的属性至少不好于各个方案中的最差值。最后计算各个方案与理想解的相对贴近度 ,进行方案的优劣排序 ,排前者优于排后者。TOPSIS 法是系统工程中有限方案多目标决策分析常用的一种决策方法 ,目前已在医疗、经济、食品卫生、农业等领域中得到广泛应用^[3-6]。

2 数学模型的建立

设有 m 个评价对象 , n 个评价指标 ,形成原始数据矩阵 $X = (x_{ij})_{m \times n}$ 。

基金项目 :福建省自然科学基金项目(F0211005)
作者简介 :吴智诚 (1977—) ,男 ,福建仙游人 ,硕士研究生 ,研究方向为水环境保护。 E-mail :wuzc116@163.com

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & & & X_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \cdots & X_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.1 权重的确定

计算各因子权重采用污染物浓度超标加权法：

$$W_j = X_{ij}/S'_{j0} \quad (2)$$

$$S'_{j0} = 1/n \sum_{k=1}^n S_{jk} \quad (3)$$

式中： W_j 为第 j 个评价因子的权重； X_{ij} 为 i 个评价对象的第 j 个评价因子的实测浓度； S'_{j0} 为第 j 个评价因子各级评价标准的均值； n 为评价因子总数； S_{jk} 为第 j 个评价因子第 k 级的评价标准； k 为水质评价分级数。

因权重必须落在 $[0, 1]$ 区间内，所以对权重 W_j 进行归一化处理，即：

$$W'_j = W_j / \sum_{i=1}^m W_j, \sum_{i=1}^m W'_j = 1 \quad (4)$$

2.2 TOPSIS 法评价步骤^[2]

a. 构造标准化决策矩阵 $Y = (y_{ij})_{m \times n}$ 。

$$y_{ij} = x_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2} \quad (5)$$

b. 构造加权的标准化决策矩阵 $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ 。

$$z_{ij} = W_j y_{ij} \quad (6)$$

c. 确定理想解 x^* 和负理想解 x^- 。

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \quad (7)$$

$$x^- = (x_1^-, x_2^-, \dots, x_n^-) \quad (8)$$

x^* 、 x^- 分别表示最喜好的方案(理想解)和最不喜好的方案(负理想解)。

$$x_j^* = \begin{cases} \max_i z_{ij}, & j \in T_1 \\ \min_i z_{ij}, & j \in T_2 \end{cases} \quad (9)$$

$$x_j^- = \begin{cases} \min_i z_{ij}, & j \in T_1 \\ \max_i z_{ij}, & j \in T_2 \end{cases} \quad (10)$$

T_1 属最理想型(越大越优型)， T_2 属最负理想型(越小越优型)。

d. 计算各方案分别与理想解和负理想解的欧氏距离。

$$S_i^* = \|z_i - x^*\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n (z_{ij} - x_j^*)^2} \quad (11)$$

$$S_i^- = \|z_i - x^-\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n (z_{ij} - x_j^-)^2} \quad (12)$$

$z_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{in})$ 是与方案 x_i 相应的加权标准化决策矩阵 $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ 的第 i 行。

e. 计算各方案与理想解的相对贴近度。

$$C_i = S_i^- / (S_i^* + S_i^-) \quad (13)$$

显然，若 $x_i = x^*$ ， $C_i = 1$ ；若 $x_i = x^-$ ，则 $C_i = 0$ 。
 $C_i \rightarrow 1$ 时，方案 x_i 越来越接近 x^* 。

f. 排列方案的优序。

按 C_i 由大到小排列， C_i 大者为优。

3 评价实例

根据 GB 3838—2002《地表水环境质量标准》^[7] 的规定，将水质标准分为 5 级，其评价标准见表 1，某地区 4 测点的监测数据见表 2。

表 1 水质污染分级标准 mg/L

水质 分级	$\rho(\text{DO})$	$\rho(\text{COD}_{\text{Mn}})$	$\rho(\text{BOD}_5)$	$\rho(\text{CN})$	$\rho(\text{FN})$	$\rho(\text{NH}_3\text{-N})$
I	7.5	2.0	3.0	0.005	0.002	0.15
II	6.0	4.0	3.0	0.05	0.002	0.5
III	5.0	6.0	4.0	0.2	0.005	1.0
IV	3.0	10.0	6.0	0.2	0.01	1.5
V	2.0	15.0	10.0	0.2	0.1	2.0

表 2 各测点水质污染实测值 mg/L

测点	$\rho(\text{DO})$	$\rho(\text{COD}_{\text{Mn}})$	$\rho(\text{BOD}_5)$	$\rho(\text{CN})$	$\rho(\text{FN})$	$\rho(\text{NH}_3\text{-N})$
A ₁	2.70	5.42	2.80	0.005	0.0067	0.83
A ₂	1.25	7.77	3.45	0.001	0.0014	0.25
A ₃	7.20	1.35	0.90	0.0031	0.0041	0.09
A ₄	5.91	1.85	1.20	0.003	0.001	0.17

应用式(2)(3)(4)确定权重的方法，经计算得各测点的各因子权重 W'_j ，结果见表 3。

表 3 各测点的各因子权重 W'_j

测点	DO	COD _{Mn}	BOD ₅	CN	FN	NH ₃ -N
A ₁	0.1924	0.02453	0.1804	0.0176	0.0943	0.2699
A ₂	0.1161	0.4582	0.2895	0.0046	0.0257	0.1059
A ₃	0.7028	0.0837	0.0794	0.0150	0.0790	0.0401
A ₄	0.6361	0.1265	0.1167	0.0160	0.0213	0.0835

根据表 1、表 2 中的数据，以测点 A₁ 的数据为例，构造特征矩阵 X_{ij} ：

$$X_{ij} = \begin{bmatrix} \text{DO} & 7.50 & 6.00 & 5.00 & 3.00 & 2.00 & 2.70 \\ \text{COD}_{\text{Mn}} & 2.00 & 4.00 & 6.00 & 10.0 & 15.0 & 5.42 \\ \text{BOD}_5 & 3.00 & 3.00 & 4.00 & 6.00 & 10.0 & 2.80 \\ \text{CN} & 0.005 & 0.05 & 0.20 & 0.20 & 0.20 & 0.005 \\ \text{FN} & 0.002 & 0.002 & 0.005 & 0.01 & 0.10 & 0.0067 \\ \text{NH}_3\text{-N} & 0.15 & 0.50 & 1.00 & 1.50 & 2.00 & 0.83 \end{bmatrix}$$

利用式(5)构造标准化决策矩阵 $Y=(y_{ij})_{m \times n}$,计算加权的标准化决策矩阵 $Z_{ij}=(z_{ij})_{m \times n}$,按式(6)求得:

$$Z_{ij} = \begin{bmatrix} 0.1387 & 0.0990 & 0.0594 & 0.0396 & 0.0198 & 0.0535 \\ 0.0324 & 0.0486 & 0.0810 & 0.1297 & 0.1621 & 0.0878 \\ 0.0257 & 0.0342 & 0.0514 & 0.0856 & 0.1370 & 0.04729 \\ 0.0005 & 0.0011 & 0.0027 & 0.0055 & 0.0109 & 0.0027 \\ 0.0049 & 0.0123 & 0.0247 & 0.0494 & 0.0740 & 0.0165 \\ 0.0256 & 0.0512 & 0.0767 & 0.1279 & 0.1918 & 0.1061 \end{bmatrix}$$

按式(7)(8)(9)(10)求得最理想解 X^* 和最负理想解 X^- ,分别如下:

$$X^*=(0.1387 \quad 0.0324 \quad 0.0257 \quad 0.0005 \quad 0.0049 \quad 0.0256)$$
$$X^-= (0.0198 \quad 0.1621 \quad 0.1370 \quad 0.0109 \quad 0.0740 \quad 0.1918)$$

然后计算 A_1 的欧化距离和贴近度 ,结果见表4 ,由该表的最后一行贴近度的数据立即就可以得出 A_1 水质是介于哪一级水质标准中。

表 4 A_1 测点水质的欧氏距离和贴近度

项目	I	II	III	IV	V	A_1
S^*	0.0000	0.0511	0.1110	0.1879	0.2754	0.1321
S^-	0.2754	0.2311	0.1329	0.1953	0.0000	0.1590
C_{A1}	1.0000	0.8188	0.5451	0.5095	0.0000	0.5462

由表 4 可以看出 ,测点 A_1 的贴近度 C_{A1} 为 0.5462 ,介于Ⅱ级与Ⅲ级之间 ,属于Ⅲ级。各测点算出的贴近度结果见表 5。

表 5 各测点的贴近度

测点	I	II	III	IV	V	贴近度
A_1	1.0000	0.8188	0.5451	0.5095	0.0000	0.5462
A_2	0.9995	0.8594	0.6215	0.5407	0.0222	0.6125
A_3	0.9590	0.7431	0.6479	0.3279	0.0000	0.9492
A_4	0.9488	0.7427	0.6453	0.3631	0.0000	0.7477

表 6 各测点的不同评价方法的评价等级比较

评价方法	A_1	A_2	A_3	A_4
灰色关联分析法 ^[8]	Ⅲ	Ⅲ	I	I
模糊综合评判法 ^[9]	Ⅲ	Ⅲ	I	Ⅱ
TOPSIS 法	Ⅲ	Ⅲ	I	Ⅱ

通过比较可以看出 ,TOPSIS 模型评价法与模糊综合评判法和灰色关联分析法基本一致 ,测点 A_4 评判结果比灰色关联分析法高一级 ,这是由于原始数据中 DO 处于Ⅱ级和Ⅲ级之间、 NH_3-N 处于 I 级和Ⅱ级之间引起的 ,从评价结果综合分析各指标可见 ,测点 A_4 评价为Ⅱ级较合理。

4 结 语

TOPSIS 法与模糊综合评判法和灰色关联分析

法评价的结果基本是一致的 ,说明该方法可用于水体的水质类型评价。说明多目决策 TOPSIS 法可应用于水质评价、城市环境质量评价和区域水资源承载力评价等 ,得出的结果客观准确。

参考文献:

[1] 严修儒. 环境质量评价的研究与发展[J]. 贵州环保科技 2004 ,10(2) :24-26.

[2] 邱菀华. 管理决策与应用熵学[M]. 北京 :机械工业出版社 2002 :223-276.

[3] 张培荣 ,马冬华. TOPSIS 法用于医院工作质量的多指标综合评价[J]. 中国医院统计 2001 ,8(2) :105-107.

[4] 朱正威 ,王雷. 基于熵权夹角和 TOPSIS 的企业经济效益诊断模型[J]. 运筹与管理 2005 ,14(2) :142-148.

[5] 刘行军 ,陈维玉. 应用 TOPSIS 法综合评价食品卫生监督工作质量[J]. 中国卫生统计 2005 ,28(2) :97-98.

[6] 化党领 ,张志勇 ,律士爱 ,等. TOPSIS 多目标决策方法及其应用[J]. 计算机与农业 ,1999(4) :27-28.

[7] 国家环境保护总局 ,国家质量监督检验检疫总局. GB 3838—2002 地表水环境质量标准[S]. 北京 :中国环境科学出版社 2002.

[8] 杨继东 ,侯晓军. 灰色关联分析在环境质量评价中的应用[J]. 环境工程 ,1993 ,11(3) :58-60.

[9] 马雪艳 ,张江山. 应用模糊数学方法评价福州市山仔水库水质[J]. 济南大学学报 :自然科学版 2004 ,18(2) :136-138.

(收稿日期 2005-12-28 编辑 :徐 娟)

(上接第 9 页)

[31] 魏文秋 ,孙春鹏. 模糊神经网络水质评价模型[J]. 武汉水利电力大学学报 ,1996 ,29(4) :21-25.

[32] PAUL W. Measures for protecting water quality : current approaches and future developments[J]. Ecotoxicology and Environment Safety ,2001 ,50(2) :115-126.

[33] 金菊良 ,周玉良 ,魏一鸣. 基于遗传程序设计的水质评价模型[J]. 水电能源科学 2004 ,28(2) :1-5.

[34] 刘春莉 ,李祚泳. 生态环境质量物元可拓评价及实例分析[J]. 城市环境与城市生态 2003 ,16(4) :62-64.

[35] 万幼川 ,谢鸿宇 ,吴振斌 ,等. GIS 与人工神经网络在水质评价中的应用[J]. 武汉大学学报 :工学版 ,2003 ,36(3) :7-12.

(收稿日期 2006-03-03 编辑 :高渭文)