

DOI: 10.3880/j.issn.1004-6933.2016.06.010

基于 Copula 函数的流域内降雨丰枯遭遇研究

吕振豫^{1,2}, 穆建新^{1,2}

(1. 流域水循环模拟与调控国家重点实验室, 北京 100038; 2. 中国水利水电科学研究院, 北京 100038)

摘要: 基于 Copula 函数建立了东江流域上游龙川站、中游河源站和下游博罗站 3 个站点汛期、非汛期及全年降雨丰枯遭遇发生概率的联合分布模型, 计算获得各个时段不同情形下降雨丰枯遭遇的发生概率及条件发生概率。结果表明: 3 个站点降雨丰枯遭遇在时间尺度上存在差异性, 非汛期降雨量不足, 调水不利情况最易发生; 从年时间尺度看, 研究时段内调水不利年份偏多, 不利情况发生概率 64%。认为规划设计水资源调配方案时, 应有针对性地利用水库调蓄水量, 合理配置, 科学调控, 实现流域内水资源高效可持续利用。

关键词: 丰枯遭遇; 频率分析; Copula 函数; 东江流域

中图分类号: P333.9; X820.4 文献标志码: A 文章编号: 1004-6933(2016)06-0062-08

Study on wetness-dryness encountering probability of basin precipitation based on Copula function

LYU Zhenyu^{1,2}, MU Jianxin^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, Beijing 100038, China; 2. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

Abstract: Based on the Copula function, a joint distribution model was established to simulate the wetness-dryness encountering probability of precipitation in the flood season, non-flood season, and over a whole year upstream of the Longchuan Station, in the midstream at the Heyuan Station, and downstream of the Boluo Station in the Dongjiang River Basin. With this model, the precipitation wetness-dryness encountering probabilities and conditional probabilities in different scenarios during various periods were calculated. The results show that there are some variabilities in the wetness-dryness encountering probability of precipitation at the three stations. The amount of precipitation was insufficient in the non-flood season, readily causing problems for water diversion. On an annual scale, unfavorable cases for water diversion occurred in most of the study periods, with a probability of 64%. It is suggested that in the planning and design of water resources allocation, reservoirs should be used to rationally allocate and scientifically control water resources, so as to realize the efficient and sustainable utilization of water resources in river basins.

Key words: wetness-dryness encountering probability; frequency analysis; Copula function; Dongjiang River Basin

不同水文区的丰枯遭遇问题作为近年来降雨、径流频率分析的研究重点, 对合理利用流域间丰枯互补、相机补水具有重要意义, 可为流域水资源合理

分配提供参考。研究不同区域水文事件的丰枯遭遇问题, 实质上是求取具有线性或者非线性关系多元变量联合分布的过程。传统建立多变量联合分布的

基金项目: 水利部公益性行业科研专项(201201001); 水利部公益性行业科研专项(201201005)

作者简介: 吕振豫(1993—), 男, 硕士研究生, 研究方向为水文水资源和气候变化。E-mail: LVZYIWHR@163.com

通信作者: 穆建新, 教授。E-mail: mujx@iwhr.com

方法或假定变量为独立分布,或认为多变量联合分布存在固定格式,具有较大的局限性。Copula 函数作为一种新型的建立多变量联合分布的有效工具,克服了传统方法在变量分布上的局限性,目前在水文事件频率分析中广泛使用。Copula 函数理论最早的详细介绍要追溯到 Joe^[1] 和 Nelsen^[2] 的研究。Michele 等^[3] 首次将 Copula 理论运用到水文频率分析中,利用 Frank 和 Archimedean copula 函数簇描述了流域降雨强度与降雨历时的相关性。而后 Copula 函数大量应用于水文频率分析,主要集中在水文事件丰枯遭遇问题研究以及水文要素二维和多维联合分布的建立方面。闫宝伟等^[4] 运用二维 Copula 函数构造了南水北调中线工程水源区与各受水区汛期、非汛期及全年降雨的联合分布。Jenq 等^[5] 以干旱历时和干旱强度为研究对象,利用二维 Clayton 函数建立了 2 个干旱要素的联合分布,计算了干旱事件的发生概率及其重现期,打破了传统只利用一个指标分析干旱发生特征的局面;谢华等^[6] 利用三维 Copula 函数建立了长江、淮河、黄河 3 个区域的联合分布模型。冯平等^[7] 尝试采用四维 Copula 函数构造径流系列的联合分布,分析南水北调西线工程水源区河流与受水区的丰枯遭遇问题。除此之外, Copula 函数在暴雨^[8-10]、洪水^[11-14] 等极值事件的多特征属性频率分析中也得到大量应用。

笔者以东江流域典型站点实测降雨系列丰枯遭遇问题为研究背景,运用 Copula 函数构建三维联合分布模型,计算分时段不同量级降雨事件的遭遇概

率及条件概率,验证三维 Copula 函数是否适用于建立具有较强相关性系列的联合分布模型。

1 数据与方法

1.1 数据来源

东江作为珠江水系的三大河流之一,是河源、惠州、东莞、深圳等地的主要供水水源,承担着向香港供水的任务^[15]。流域全长 562 km,面积达 27 040 km²,占珠江流域总面积的 5.96%。东江自东北向西南流入广东省境内,经过龙川、河源、紫金、惠阳、博罗、东莞等县注入狮子洋。东江流域属于亚热带季风湿润气候区,具有明显的干湿季节,汛期多年平均降水量 1 200 ~ 1 500 mm,非汛期多年平均降水量 300 ~ 500 mm。

本文选取分布于东江流域上、中、下游的龙川、河源和博罗 3 个代表性水文站点(图 1) 1956—2005 年月尺度实测降雨资料作为研究对象,分汛期(4—9 月)、非汛期(10—次年 3 月)以及全年 3 个时段开展对比研究。文中所用数据均经过一致性、代表性、可靠性审查。

1.2 三维 Copula 函数理论

Copula 函数是边缘分布为 $[0, 1]$ 区间均匀分布的联合分布函数。构造 Copula 函数的理论基础是 Sklar 定理,即,设 X, Y, Z 为连续的随机变量,边缘分布函数分别为 $F(X), F(Y)$ 和 $F(Z)$, $F(X, Y, Z)$ 为 3 个变量的联合分布函数,如果 $F(X), F(Y), F(Z)$ 连续,则存在唯一的函数 $C_\theta(u_1, u_2, u_3)$ 满足:

$$F(X, Y, Z) = C_\theta(F(X), F(Y), F(Z)) \quad \forall X, Y, Z \quad (1)$$

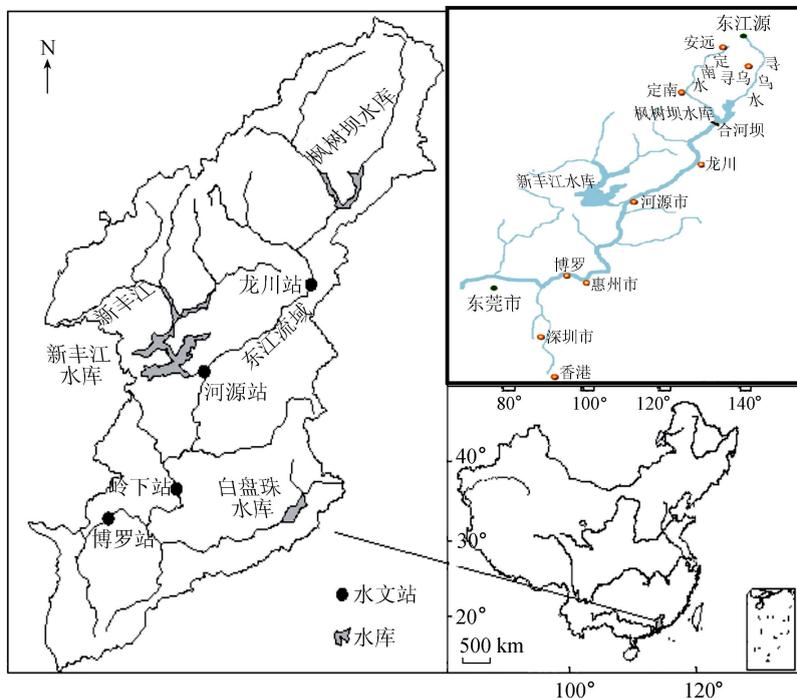


图 1 研究区域及站点分布

式中: $C_\theta(u_1, u_2, u_3)$ 为 Copula 联合分布函数, θ 为 copula 函数的待定参数。

Copula 函数的主要构造类型有 3 种, 包括椭圆型、二次型以及阿基米德型。其中具有单参数特征的阿基米德型 Copula 函数结构简单、计算方便, 可构造的形式多样, 并且适应性强, 目前在丰枯遭遇问题研究中得到广泛应用。阿基米德型 Copula 函数主要通过算子 φ 构造而成, n 维阿基米德 Copula 函数定义为

$$C^n(u_1, u_2, u_3) = \varphi^{[-1]}[\varphi(u_1) + \varphi(u_2) + \dots + \varphi(u_n)] \quad (2)$$

$$\varphi^{[-1]}(t) = \begin{cases} \varphi^{-1}(t) & 0 \leq t \leq \varphi(0) \\ 0 & \varphi(0) < t \leq \infty \end{cases} \quad (3)$$

式中: $C(u_1, u_2, u_3)$ 为随机变量 X, Y, Z 的联合分布函数, 表示变量间的相关结构; $u_i = F(X)$ 为各变量的边缘分布函数, μ_1, μ_2, μ_3 分别为随机变量的边缘分布概率; φ 为阿基米德生成算子, 为连续、严格递减函数, $\varphi(0) = \infty, \varphi(1) = 0$; φ^{-1} 为 φ 的反函数。

当构造 Copula 函数的算子 φ 不相同, 所构造出的 Copula 函数也存在很大差别。表 1 为水文事件丰枯遭遇研究中较为常用的三维阿基米德 Copula 函数。

Copula 函数的参数估计方法有很多^[16], 目前较常用的是非参数法和两阶段估计方法, 非参数法要求获得明确的 Kendall' τ 与 Copula 参数 θ 的表达式, 仅适用于二维阿基米德型 Copula 函数的参数估计, 同时这种方法易受资料长度的影响, 精度不够。两阶段估计方法则精度较高, 适用于多维 Copula 函数的参数估计。本文采用两阶段估计方法确定三维 Copula 函数的参数。

两阶段参数估计方法是将随机变量的边缘分布参数和 Copula 联合分布参数分别进行估计, 主要通过以下过程实现。

极大似然法估计边缘分布参数:

$$\hat{\alpha}_i = \arg \max \sum_{j=1}^n \ln f_i(x_{ij}; \alpha_i) \quad (4)$$

极大似然法估计 Copula 函数中的参数 θ :

$$\hat{\theta} = \arg \max \sum_{i=1}^n \ln c(F_1(x_{1i}, \hat{\alpha}_1), F_2(x_{2i}, \hat{\alpha}_2)),$$

表 1 常用三维阿基米德 Copula 函数

名称	生成算子	函数形式
Clayton	$\varphi_\theta(t) = t^{-\theta} - 1$	$C(u_1, u_2, u_3) = (u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} + u_3^{-\theta} - 2)^{-\frac{1}{\theta}}$
Gumbel-Hougaard	$\varphi_\theta(t) = (-\ln t)^\theta$	$C(u_1, u_2, u_3) = \exp\{-[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta + (-\ln u_3)^\theta]^{\frac{1}{\theta}}\}$
Frank	$\varphi_\theta(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$C(u_1, u_2, u_3) = -\frac{1}{\theta} \ln \left\{ 1 + \frac{[\exp(-\theta u_1) - 1][\exp(-\theta u_2) - 1][\exp(-\theta u_3) - 1]}{[\exp(-\theta) - 1]^2} \right\}$

$$F_3(x_{3i}, \hat{\alpha}_3); \theta) \quad (5)$$

式中: f_i 为概率密度函数, x_{ij} 为样本值 ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, n$); $\hat{\alpha}_i$ 为边缘分布参数值。

构造的 Copula 联合分布模型是否适合, 能否描述变量间的相关性结构, 则需要通过拟合优度检验来确定, 最终选取拟合优度最高的作为最终模型, 进行丰枯遭遇分析。本文通过 Kolmogorov-Smirnov 检验对 Copula 函数模型进行拟合检验。采用赤池信息法 (Akaike information Criterion, AIC) 优选待定参数不同的 Copula 函数模型, A_{IC} 最小为最优。采用离差平方和 (O_{LS}) 最小准则对 Copula 函数进行拟合优度评价。具体定义见表 2。

表 2 拟合优度检验项目计算公式

项目	定义
K-S 统计量 D	$D = \max_{1 \leq k \leq n} \left\{ \left F(x_k, y_k, z_k) - \frac{m_k}{n} \right , \left F(x_k, y_k, z_k) - \frac{m_k - 1}{n} \right \right\}$
A_{IC}	$A_{IC} = n \ln \left(\frac{R_{SS}}{n} \right) + 2k$
O_{LS}	$O_{LS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - P_{ei})^2}$

注: $F(x_k, y_k, z_k)$ 为 x_k, y_k, z_k 的联合分布; m_k 为联合观测值样本中同时满足 $x \leq x_k, y \leq y_k, z \leq z_k$ 的观测值个数; n 为样本长度; R_{SS} 为模型拟合后的残差平方和; P_i, P_{ei} 分别为联合分布的理论频率和经验频率。

2 流域内丰枯遭遇联合分布模型建立

2.1 各站点降雨边缘分布确定

目前我国水文分析中一般假定降雨、径流服从 P-III 型分布, 其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{(x - a_0)^{\alpha-1} e^{-(x-a_0)/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad (6)$$

式中: α, β 和 a_0 分别为形状、尺度和位置参数。

采用线性矩法估计各站点不同时段降雨 P-III 型分布特征参数 \bar{x}, C_v, C_s 值, 见表 3。由表 3 可知, 3 个站点多年平均降雨在 1 600 ~ 1 900 mm 之间, 相差不大; 汛期降雨大于 1 200 mm, 而非汛期则小于 450 mm, 说明该流域降雨量在时间上存在较大差异, 具有比较明显的丰枯时段划分。3 个站点各时段降雨变差系数在 0.2 ~ 0.5 之间, 其中非汛期最高在 0.4 以上, 说明非汛期空间变异性最强。

表3 P-III型曲线特征参数

区域	x/mm			C_v			C_s		
	汛期	非汛期	全年	汛期	非汛期	全年	汛期	非汛期	全年
龙川站	1203.56	406.95	1610.18	0.21	0.42	0.20	0.25	1.82	0.62
河源站	1459.19	391.19	1850.65	0.25	0.45	0.23	0.35	2.15	0.16
博罗站	1498.57	294.60	1793.17	0.21	0.44	0.20	0.03	1.34	0.04

鉴于流域内上、中、下游地理、气候特征的差异性, P-III型分布并非普适。基于 Copula 函数建立流域降雨变化的联合分布模型不限定变量的分布线型, 因此, 选取拟合优度最好的边缘分布, 成为决定联合分布模型拟合精度大小的关键。本文选取 P-III型分布、对数正态分布及指数分布作为待选边缘分布, 降雨变化经验频率采用下式计算:

$$F(X) = P(X \leq x_m) = \frac{m - 0.44}{N + 0.12} \quad (7)$$

式中: $F(X)$ 为表示概率的代表函数; $P(X \leq x_m)$ 为经验频率, m 为 x_m 对应序号, N 为样本容量。

通过计算各分布线型理论频率对于降雨变化经验频率的 R_{Square} (确定系数)、 R_{MSE} (均方根误差) 及 A_{IC} 值 (赤池信息准则), 并择优选取, 计算及选取结果见表4。从表4可以看出, 3个站点汛期、非汛期、全年3个时段各线性拟合确定系数 R_{Square} 均在0.8以上, 最高达0.997, 说明3个线性拟合精度都较高。根据 R_{MSE} 和 A_{IC} 最小准则, 以年尺度为例, 可以看出龙川站年尺度降雨变化对数正态分布拟合的 R_{MSE} 及 A_{IC} 值较 P-III 分布和指数分布小, 因此, 选取对数正态分布作为龙川站年尺度降雨变化的边缘分布; 对河源、博罗站而言, P-III 型分布拟合参数 R_{MSE} 及 A_{IC} 明显小于其他2个分布线型, 因此选取 P-III 型分布作为河源和博罗站年尺度降雨变化的边缘分布。

表4 边缘分布拟合优度检验参数计算结果

站点	项目	汛期			非汛期			全年		
		P-III分布	对数正态	指数	P-III分布	对数正态	指数	P-III分布	对数正态	指数
龙川站	R_{Square}	0.992	0.992	0.910	0.959	0.993	0.955	0.987	0.992	0.881
	R_{MSE}	2.301	2.489	7.724	4.214	2.318	5.186	3.102	2.497	8.897
	A_{IC}	89.328	97.175	208.427	149.840	90.079	168.597	119.218	97.495	222.568
河源站	R_{Square}	0.981	0.993	0.894	0.930	0.997	0.956	0.990	0.966	0.852
	R_{MSE}	2.662	2.339	8.026	6.028	1.618	5.356	2.437	4.877	6.912
	A_{IC}	103.895	90.958	212.263	185.639	54.124	171.822	95.088	164.448	197.331
博罗站	R_{Square}	0.978	0.991	0.828	0.875	0.989	0.896	0.982	0.981	0.854
	R_{MSE}	2.662	2.743	11.210	5.096	3.091	8.163	3.254	3.898	10.215
	A_{IC}	103.899	106.906	245.680	168.845	118.852	213.958	123.998	142.042	236.382

表5 相关系数计算结果

项目	龙川-河源			龙川-博罗			河源-博罗		
	汛期	非汛期	全年	汛期	非汛期	全年	汛期	非汛期	全年
相关系数	0.804	0.93	0.853	0.609	0.881	0.705	0.641	0.846	0.693
Kendall τ	0.611	0.73	0.685	0.402	0.611	0.516	0.491	0.575	0.505

2.2 初选 Copula 函数

阿基米德 Copula 函数对于变量的相关性有一定的要求, 其中 Clayton Copula 函数和 Gumbel-Hougaard Copula 函数适用于具有正相关关系的随机变量, Frank Copula 函数则对正、负相关关系的随机变量都适用。可根据3个站点不同时段降雨变化相关性的初步选取 Copula 函数。为此, 首先分析3个站点各时段降雨变化的相关性大小, 见表5。从表5可知, 上、中、下游3个站点降雨变化两两相关系数均在0.6以上, 其中龙川-河源站非汛期降雨相关系数最大达0.93, 说明3个站点降雨变化具有较强正相关性。综合考虑, 最终选取 Clayton Copula 函数和 Gumbel-Hougaard Copula 函数作为联合分布模型建立的初选函数。

2.3 Copula 函数参数估计及拟合优度检验

Copula 函数的参数 θ 根据公式(4)~(5)进行估计 (结果见表6)。为确定最优 Copula 函数, 建立联合分布模型, 需要对初选的2个 Copula 函数进行拟合优度检验, 以分析比较3个站点不同时段降雨变化观测点的经验累积频率与理论累计频率的一致性。对3个站点不同时段降雨变化的观测值 (x_i, y_i, z_i) 按 x 升序排列, 得到新数据组 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \dots, (x_N, y_N, z_N)$, 三维经验联合概率计算公式为

$$F(x_i, y_i, z_i) = P(X \leq x_i, Y \leq y_i, Z \leq z_i) = \frac{m(x_j \leq x_i, y_j \leq y_i, z_j \leq z_i) - 0.44}{N + 0.12} \quad (8)$$

式中: P 为经验联合频率, m 为同时满足 $x_j \leq x_i, y_j \leq y_i, z_j \leq z_i$ 的观测点个数 ($i \leq j, 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N$); N 为样本容量。

降雨变化经验联合频率与理论联合频率的一致性检验结果见图 2。因篇幅限制,文中只给出年尺度拟合结果。从图 2 可知,Clayton Copula 函数与 Gumbel-Hougaard 函数构造的理论联合分布模型对经验联合频率的一致性均较强,线性相关系数在 0.97 以上。计算得到汛期、非汛期降雨变化 2 种 Copula 函数构造的理论联合分布频率,与经验联合分布频率一致性也较高。这说明仅通过一致性检验不足以选取最优的 Copula 函数。

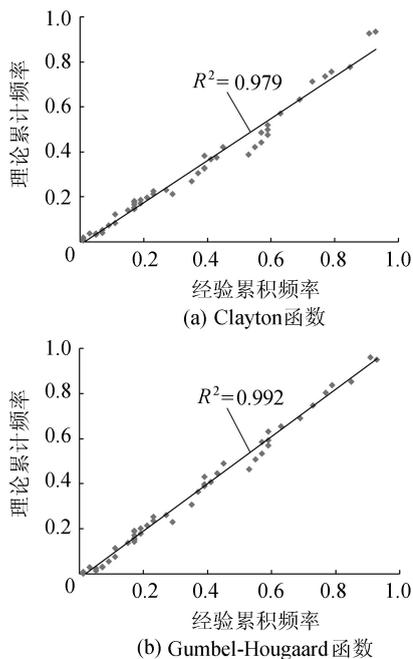


图 2 年尺度降雨变化经验联合频率与理论频率一致性检验

为更有效地选取最优 Copula 函数,通过 K-S 检验,采用 OLS、AIC 最小准则等进行拟合优度检验,检验结果见表 6。通过对比分析发现,在 0.05 置信水平下,K-S 检验统计量 D 均小于标准值 $D_{50,0.05} = 0.189$ (50 是自由度、0.05 是置信水平),说明初选 Copula 函数均能通过 K-S 检验。观察可知,就离差平方和 D_{OLS} 及 A_{IC} 的大小来看,Gumbel-Hougaard Copula 函数明显小于 Clayton Copula 函数,表明 Gumbel-Hougaard Copula 函数拟合精度更高。

图 3 为 3 个站点不同时段 2 个 Copula 函数建立的理论模型与经验联合频率的拟合情况,进一步验证了 Gumbel-Hougaard Copula 函数较 Clayton Copula 函数拟合效果好。最终选取 Gumbel-Hougaard Copula 函数作为 3 站不同时段降雨变化联合分布模型的构造函数。

表 6 3 个站点降水丰枯遭遇 Copula 函数拟合优度检验及参数估计结果

时段	参数	Clayton	Gumbel-Hougaard
汛期	θ	1.069	2.069
	D	0.155	0.095
	D_{OLS}	0.052	0.034
	A_{IC}	-293.040	-334.860
非汛期	θ	1.876	2.876
	D	0.108	0.098
	D_{OLS}	0.049	0.036
	A_{IC}	-300.460	-329.340
全年	θ	1.420	2.420
	D	0.151	0.076
	D_{OLS}	0.052	0.027
	A_{IC}	-292.960	-357.450

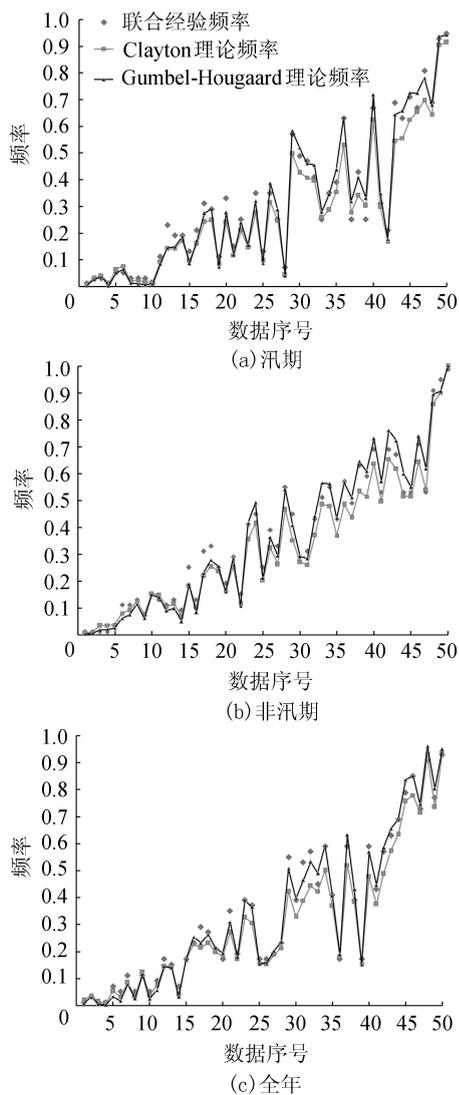


图 3 不同时段经验联合频率与理论频率拟合结果

3 结果分析

3.1 3 个站点不同时段丰枯遭遇分析

得到各时段降雨变化的边际分布,选定最优 Copula 函数,然后据此建立 3 个站点分时段降雨变化丰枯遭遇联合分布模型。龙川站、河源站、博罗站

不同时段降雨量达到某一概率时的联合概率分布表示为

$$F(x, y, z) = P(X \leq x, Y \leq y, Z \leq z) = C(F_X(x), F_Y(y), F_Z(z)) = C(u_1, u_2, u_3) = \exp \left\{ - \left[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta + (-\ln u_3)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\} \quad \theta \in [1, \infty) \quad (9)$$

式中： θ 为 Gumbel-Hougaard Copula 函数的参数，因计算时段的不同而异； X, Y, Z 分别为龙川、河源、博罗站降雨系列值； $u_1 = F_X(x), u_2 = F_Y(y), u_3 = F_Z(z)$ 分别为龙川、河源、博罗站降雨边缘分布函数。

根据降雨量的大小将来水情况分为丰、平、枯 3 个等级，取丰、枯划分相应的来水保证率分别为 $P_f = 37.5\%、P_k = 62.5\%$ ，转化为累计频率 $P(x_f) = 0.625、P(x_k) = 0.375$ 。基于上述划分，3 个站点降雨变化的丰枯遭遇可以分丰枯同步、丰枯异步 2 个大情形下共 27 种情况，包括：同丰、同平、同枯、两丰一枯、两枯一丰、两枯一平、两平一枯、两平一丰、两丰一平、一丰一平一枯等。通过 Gumbel-Hougaard Copula 函数建立联合分布模型，计算 27 种情况的遭遇概率，见表 7。

表 7 降雨变化丰枯遭遇概率计算结果 %

时段	项目	博丰			博平			博枯		
		河丰	河平	河枯	河丰	河平	河枯	河丰	河平	河枯
汛期	龙丰	23.1	3.2	0.6	3.2	2.8	1.2	0.6	1.2	1.7
	龙平	3.2	2.8	1.2	2.8	3.8	2.6	1.2	2.6	4.8
	龙枯	0.6	1.2	1.7	1.2	2.6	4.8	1.7	4.8	18.9
非汛期	龙丰	27.3	2.6	0.2	2.6	2.9	0.6	0.2	0.6	0.7
	龙平	2.6	2.9	0.6	2.9	6.2	2.5	0.6	2.5	4.2
	龙枯	0.2	0.6	0.7	0.6	2.5	4.2	0.7	4.2	23.8
全年	龙丰	25.2	2.9	0.4	2.9	2.9	0.8	0.4	0.8	1.2
	龙平	2.9	2.9	0.8	2.9	4.8	2.6	0.8	2.6	4.6
	龙枯	0.4	0.8	1.2	0.8	2.6	4.6	1.2	4.6	21.4

就时间尺度看，汛期、非汛期、全年丰枯同步发生概率分别为 45.8%、57.3%、51.4%；丰枯异步发生概率分别为 54.2%、42.7%、48.6%。丰枯同步组合发生概率最大的是非汛期，达 57.3%，明显高于这一时段丰枯异步组合的发生概率。这种情况对于非汛期降雨量较少的东江流域极为不利，应予以重视。汛期丰枯同步组合发生概率 45.8%，低于丰枯异步；其中同丰组合发生概率 23.1%，高于同枯组合发生概率 18.9%，调水重点应放在洪水遭遇上，调节水库运行机制；年尺度上，丰枯同步、丰枯异步发生概率基本持平。总体看来，3 个时段丰枯组合发生概率各不相同，流域内降雨丰枯遭遇存在时间上的变异性。

就制定流域内水资源优化配置方案，实现水资

源可持续利用来讲，应更关心调水的利弊情况。3 个时段非汛期丰枯同步发生概率最大，是流域内调水最不利的时期。非汛期调水不利情况发生总概率为 65.8%，汛期为 61.5%，全年调水不利总概率为 64%。分析表明，就研究流域来说，调水不利情况偏多，需要决策者制定针对性政策。就水资源总量来说，3 个时段同丰组合发生概率占整体比重最大，说明流域内水资源总量相对较丰富。

3.2 丰枯遭遇条件概率分析

为更好地制定流域内水资源优化配置方案，已知上游发生一定量级降雨情况时，需要预测中、下游发生不同量级降雨的概率值。Copula 函数建立的联合分布模型同样为解决这一问题提供了有效的工具。当已知上游分别出现枯、平、丰水年时，中、下游发生不同级别来水的条件概率计算公式如下（篇幅限制这里只列出已知上游来水情况，中、下游同枯的发生概率）：

已知上游龙川站为枯水年，中、下游河源、博罗站为枯水年的发生概率：

$$F(y, z | x) = P(Y \leq y_k, Z \leq z_k | x \leq x_k) = \frac{F(x_k, y_k, z_k)}{F_X(x_k)} \quad (10)$$

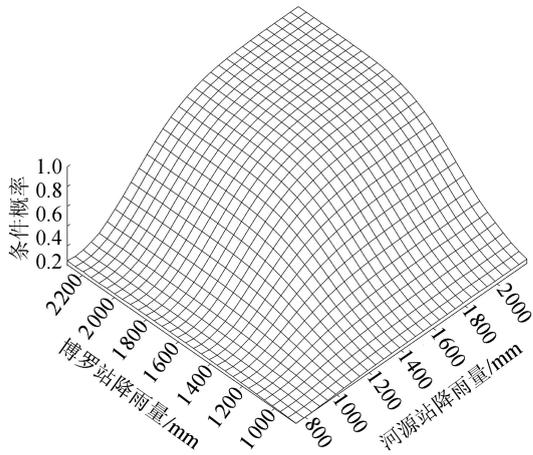
已知上游龙川站为平水年，中、下游河源、博罗站为枯水年的发生概率：

$$F(y, z | x) = P(Y \leq y_k, Z \leq z_k | x_k \leq x \leq x_p) = \frac{F(x_p, y_k, z_k) - F(x_k, y_k, z_k)}{F_X(x_p) - F_X(x_k)} \quad (11)$$

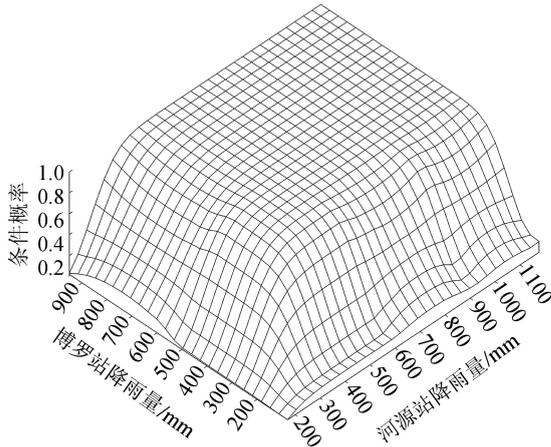
已知上游龙川站为丰水年，中、下游河源、博罗站为枯水年的发生概率：

$$F(y, z | x) = P(Y \leq y_k, Z \leq z_k | x \geq x_f) = \frac{F(y_k, z_k) - F(x_f, y_k, z_k)}{1 - F_X(x_f)} \quad (12)$$

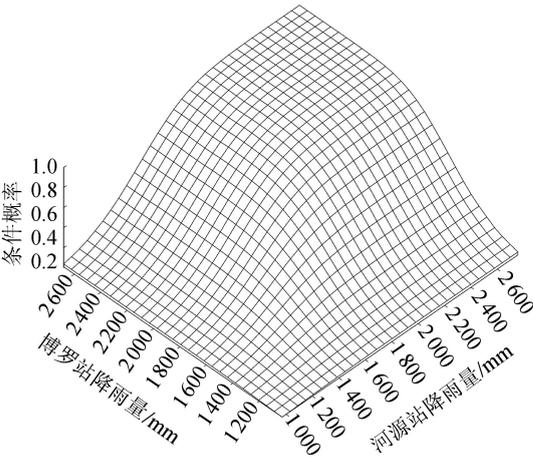
图 4 为汛期、非汛期、全年上游龙川站为枯水情况时，中、下游河源、博罗站发生不同量级降雨的条件概率分布。图 4 更直观地表现出了条件概率的大小，可以直接查出上游枯水情况，中、下游某一量级降雨对应的发生概率，如在年尺度下，已知上游枯水，中、下游 2 站同枯的发生概率 $P(Y \leq y_k, Z \leq z_k | X \leq x_k) = 57.1\%$ 。对比 3 站同枯的发生概率 $P(X \leq x_k, Y \leq y_k, Z \leq z_k) = 21.4\%$ ，增加了 2.7 倍。图 5 为不考虑上游降雨情况，中、下游枯水年的发生概率与已知上游枯水，中、下游枯水发生概率的对比。从图 5 可知，3 个时段对比，已知上游来水情况，中、下游枯水发生概率变化最大的为非汛期，增加了 2.4 倍，年尺度次之，汛期变化幅度最小，约增加 2 倍。



(a) 汛期



(b) 非汛期



(c) 全年

图4 上游龙川站降雨量为枯水情况下,中、下游河源、博罗站不同量级降雨遭遇条件概率

4 结论

在全球气候变化的大背景下,以流域内不同站点降雨事件相关性为出发点,利用 Copula 函数建立流域降雨事件多变量联合分布模型。通过拟合优度检验,最终选取 Gumbel-Hougaard Copula 函数构建了东江流域上、中、下游 3 个站点汛期、非汛期及全

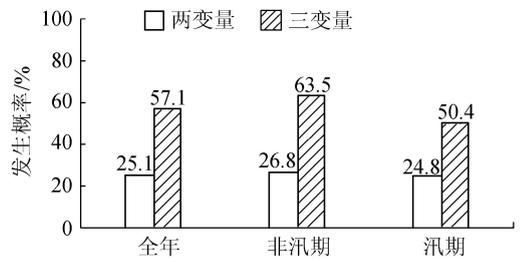


图5 中、下游同枯事件发生概率与条件概率对比

年降雨的联合分布,并在此基础上深入分析了 3 个站点多种情境下丰枯遭遇发生的概率及条件概率,结论如下:

a. 3 站点降雨丰枯遭遇在时间尺度上存在一定的差异性。汛期降雨丰枯同步发生概率 45.8%,明显小于丰枯异步概率,对调水有利的情况较易发生;而对于非汛期来说,丰枯同步发生概率 57.3%,丰枯异步发生概率仅为 42.7%,调水不利情况较多,水资源不足。针对降雨事件年内分配不均匀问题,应制定针对性的调水方案;年尺度来看,丰枯同步、丰枯异步发生概率相差不大,但调水不利情况发生概率达 64%。

b. 汛期、非汛期及全年降雨 3 站点同丰概率分别为 23.1%、27.3% 和 25.2%,相对于其他情形来说发生概率较大。表明,流域内调水,在满足用水要求的同时可能会有富余水量,要充分发挥流域内水库的调蓄作用,合理高效利用水资源。

建立上游为枯水情况,中、下游不同量级降雨组合发生概率的等值线图,以方便查询,为流域水资源合理配置提供实用参考。对比分析上游降雨情况对中、下游在不同尺度的降雨事件发生概率的综合影响大小,具有一定的理论与实践意义。

参考文献:

- [1] JOE H. Multivariate models and multivariate dependence concepts[M]. London:Chapman & Hall/crc,1997.
- [2] NELSEN R B. An Introduction to Copulas[J]. New York: Springer Publishing Company,2010.
- [3] MICHELE C D, SALVADORI G. A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-Copulas [J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres,2003,108(D2):171-181.
- [4] 闫宝伟,郭生练,肖义. 南水北调中线水源区与受水区降水丰枯遭遇研究[J]. 水利学报,2007,38(10):1178-1185. (YAN Baowei, GUO Shenglian, XIAO Yi. Synchronous-asynchronous encounter probability of rich-poor precipitation between water source area and water receiving areas in the middle route of South-to-North Water Transfer Project [J]. Journal of Hydraulic Engineering,2007,38(10):1178-1185. (in Chinese))

- [5] JENQ T S, SONG F, SARELEES N. Assessment of hydrological droughts for the Yellow River, China, using copulas[J]. Hydrological Processes, 2007, 21(16): 2157-2163.
- [6] 谢华, 罗强, 黄介生. 基于三维 copula 函数的多水文区丰枯遭遇分析[J]. 水科学进展, 2012, 23(2): 186-193. (XIE Hua, LUO Qiang, HUANG Jiesheng. Synchronous asynchronous encounter analysis of multiple hydrologic regions based on 3 D copula function[J]. Advances in Water Science, 2008, 19(4): 505-511. (in Chinese))
- [7] 冯平, 牛军宜, 张永, 等. 南水北调西线工程水源区河流与黄河的丰枯遭遇分析[J]. 水利学报, 2010, 41(8): 900-907. (FENG Ping, NIU Junyi, ZHANG Yong, et al. Analysis of wetness-dryness encountering probability among water source rivers and the Yellow River in the Western Route of South-to-North Water Transfer Project [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(8): 900-907. (in Chinese))
- [8] SUBIMAL G. Modelling bivariate rainfall distribution and generating bivariate correlated rainfall data in neighbouring meteorological subdivisions using Copula [J]. Hydrological Process, 2010, 24: 3358-3567.
- [9] ZHANG L, SINGH V P. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean Copulas [J]. Journal of Hydrology, 2007, 332: 93-109.
- [10] 武传号, 黄国如, 吴思远. 基于 Copula 函数的广州市短历时暴雨与潮位组合风险分析[J]. 水力发电学报, 2014, 33(2): 33-40. (WU Chuanhao, HUANG Guoru, WU Siyuan. Risk analysis of combinations of short duration rainstorm and tidal level in Guangzhou based on Copula function [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2014, 33(2): 33-40. (in Chinese))
- [11] 梁忠民, 郭彦, 胡义明, 等. 基于 Copula 函数的三峡水库预泄对鄱阳湖防洪影响分析[J]. 水科学进展, 2012, 23(4): 485-492. (LIANG Zhongmin, GUO Yan, HU Yiming, et al. Impact of the pre-release from Three Gorges Reservoir on flood control in Poyang Lake using a Copula-based approach [J]. Advances in Water Science, 2012, 23(4): 485-492. (in Chinese))
- [12] ZHANG L, SINGH V P. Bivariate flood frequency analysis using the copula method [J]. Journal Hydrologic Engineering ASCE, 2006, 11(2): 150-164.
- [13] 冯平, 李新. 基于 Copula 函数的非一致性洪水峰量联合分析[J]. 水利学报, 2013, 44(10): 1137-1147. (FENG Ping, LI Xin. Bivariate frequency analysis of non-stationary flood time series based on Copula methods [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(10): 1137-1147. (in Chinese))
- [14] 李小奇, 郑东健, 鞠宜朋. 基于 Copula 熵理论的大坝渗流统计模型因子优选[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2016, 44(4): 370-376. (LI Xiaoqi, ZHENG Dongjian, JU Yipeng. Input factor optimization study of dam seepage statistical model based on copula entropy theory [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2016, 44(4): 370-376. (in Chinese))
- [15] 刘永定, 吴对林, 李美敏, 等. 东江东莞段水污染现状与防治对策[J]. 东莞理工学院学报, 2011, 18(5): 6-9. (LIU Yongding, WU Duilin, LI Meimin, et al. Pollution situation of Dongguan Reaches of Dongjiang River and its relevant countermeasures [J]. Journal of Dongguan University of Technology, 2011, 18(5): 6-9. (in Chinese))
- [16] 钟波, 张鹏. Copula 选择方法[J]. 重庆工学院学报(自然科学版), 2009, 23(5): 155-160. (ZHONG Bo, ZHANG Peng. Research on the methods to choose Copula [J]. Journal of Chongqing Institute of Technology (Natural Science), 2009, 23(5): 155-160. (in Chinese))

(收稿日期: 2016-08-06 编辑: 彭桃英)

《水利水电科技进展》征订启事

(邮发代号: 28-244, CN 32-1439/TV, ISSN 1006-7647, 双月刊, A4 开本)

《水利水电科技进展》由河海大学主办, 是中国科学引文数据库(CSCD)核心期刊, 全国中文核心期刊, 中国科技核心期刊, RCCSE 核心期刊。曾先后被评为中国高校优秀科技期刊, 全国水利系统优秀期刊, 华东地区优秀期刊, 江苏省优秀期刊。主要刊登水科学、水工程、水资源、水环境、水管理方面的科技论文, 主要栏目有水问题论坛、研究探讨、工程技术、水管理、专题综述、国外动态等, 适合水科学、水工程、水资源、水环境领域的科研、工程、管理人员以及大专院校师生阅读。

《水利水电科技进展》由邮局发行, 邮发代号: 28-244, 2017 年每期定价 15 元, 全年 6 期共计 90 元。可在全国各地邮局订阅, 也可直接向编辑部订阅。

编辑部地址: 南京市西康路 1 号 河海大学《水利水电科技进展》编辑部

邮政编码: 210098 电话/传真: 025-83786335

网址: www.hehaiqikan.cn E-mail: jz@hhu.edu.cn

微信公众号: 水利水电科技进展或 slsdkjzjz

