DOI:10.11705/j.issn.1672-643X.2022.04.20

溢洪道出口窄缝挑坎特性研究

马琳¹,夏鹏飞¹,胡江²,郝小鸟³ (1.杨凌职业技术学院,陕西杨凌712100;2.南京水利科学研究院,江苏南京210029; 3.新昌县水利水电局,浙江绍兴312500)

摘 要:消能工体型的选择在水利工程设计中至关重要。采用 RNG *k* - *e* 紊流模型与 VOF 方法对泄洪过程中溢洪 道与水垫塘内的水流进行水气二相流三维数值模拟,研究窄缝型挑坎消能工的水流特点及规律,结果显示,数值模 拟计算的水深、水流流态、人水角度等参数与模型试验结果吻合较好,验证了数值模拟的可行性。在此基础上,计 算分析了窄缝型挑坎收缩段水流及空中水舌的水力特性,以及水垫塘底板压强分布规律,确定出窄缝型挑坎最大 压强所在位置及空中水舌流速变化规律。研究结果表明:窄缝型挑坎束窄水流作用明显,其空中水舌同一横断面 的最大流速位置基本相同,同一纵向断面垂向流速差沿程逐渐减小,挑坎收缩段底板处流速大小呈抛物线形分布, 而压强分布沿程呈现 3 个区间 3 个趋势的分布规律。研究成果可为实际工程中同类型消能工的设计提供参考。 关键词:窄缝型挑坎;水舌;溢洪道;数值模拟;水气二相流; VOF 法 中图分类号:TV653⁺.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-643X(2022)04-0149-07

Characteristics of the slot-type flip bucket at the exit of the spillway

MA Lin¹, XIA Pengfei¹, HU Jiang², HAO Xiaoniao³

(1. Yangling Vocational & Technical College, Yangling 712100, China; 2. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 3. Xinchang County Water Resources and Hydropower Bureau, Shaoxing 312500, China)

Abstract: The choice of energy dissipater types is crucial to the design of water conservancy projects. Here, the characteristics and variation patterns of water flow in the slot-type flip bucket in the discharge process are studied using RNG $k - \varepsilon$ turbulence model and volume of fluid (VOF) method for the simulation of the three – dimensional water gas two-phase flow in the spillway and plunge pool. The results show that the water depth, flow pattern and flow angle of the numerical simulation results are in good agreement with those of the physical model test, which verifies the feasibility of the numerical simulation. On this basis, the shape and position of the water tongue in the air, the flow velocity in the contraction section of the slot, the pressure distribution law and the characteristics of the outgoing flow field are analyzed, with which the position of the maximum pressure at the slot and the variation law of the water tongue velocity in the air are determined. The results indicate that the narrowing effect of the slot-type flip bucket is obvious, the positions of the maximum water tongue velocity in the air are basically the same, and the velocity difference at each point at the same vertical position decreases along the way. The velocity at the bottom plate of the slot section of the spillway shows a parabolic distribution law, whereas the pressure shows a distribution law of three intervals and three trends. The research results can provide a reference for the design of energy dissipaters of the same type in practical engineering projects.

Key words: slot-type flip bucket; water tongue; spillway; numerical simulation; water gas two-phase flow; volume of fluid(VOF) method

收稿日期:2022-02-28; 修回日期:2022-06-24

基金项目:国家自然科学基金项目(51879169)

作者简介:马琳(1989-),女,陕西渭南人,硕士,讲师,研究方向为水利工程。

1 研究背景

在水利水电工程中,挑流消能因其结构简单、施 工难度小、成本相对较低等特点,成为水库泄洪较常 用的一种消能方式。该消能方式利用其末端设置的 挑坎使下泄水流在空中扩散,与空气充分混掺、摩 擦,在水流跌入水垫塘后又发生紊动旋滚,以消耗水 流动能^[1]。

挑流消能设计的关键之一是挑坎体型的选择, 随着坝工建设的蓬勃发展,连续坎、差动坎、斜挑坎、 窄缝坎等均得到了广泛应用。其中,窄缝挑坎利用 泄水通道边壁的收缩,促使水流在宽度方向束窄,同 时水面急剧上升,使空中水舌在长度方向拉伸、宽度 变窄,增大了水流与空气及下游水垫塘水体的接触 面积,从而达到提高水流消能效率,减轻下游河床冲 刷的目的^[2]。窄缝挑坎多应用于峡谷高坝泄洪建 筑物,使水流纵向拉伸,避免冲刷岸坡,以保护峡谷 高岸坡的稳定^[3]。

但由于窄缝挑坎边墙的急剧收缩,使水流紊动变 大,也加大了对挑坎侧墙及底板的冲击作用,并且与 连续挑坎相比较,窄缝挑坎设计相对复杂^[4-5]。彭引 等^[6]研究了偏转角为0°~10°非对称窄缝的水力学特 性,重点分析了挑流段水面线特性、边墙压力分布、挑 距及入水范围,参照规范建议值选定了窄锋消能工模 型的收缩比、挑角等参数;王瑞等^[7]以玛尔挡水电站 为对象研究了曲面贴角窄缝挑坎,结果表明曲面贴角 窄缝挑坎水舌入水位置合适,不仅纵向拉开还兼顾横 向扩散,对电站尾水影响小。聂艳华等^[8]研究了窄缝 挑坎消能工水翅特性,通过调整窄缝挑坎体型参数 (收缩比 β 、挑角 θ)设置不同出射水流条件进行对比 试验。况曼曼^[9]对窄缝挑坎在不同掺气浓度与不掺 气水流条件下相关水力特性进行了对比试验及分析, 提高了对窄缝挑坎在水流充分掺气条件下相关水力 特性及其变化规律的认识。

目前关于窄缝消能工的数值研究相对较少,虽 已积累了一定的研究经验^[10],但还未达到成熟水 平。因此,借助数值模拟探讨窄缝消能工的设计研 究具有重要意义。陈磊等^[11]针对不同泄流工况下 的窄缝消能工下游水垫塘内流态进行了对比分析, 选取了最优设计方案,同时验证了数值模拟结果与 模型试验计算结果吻合较好。陈华勇等^[12]利用计 算公式得出了水舌进入水垫塘的入射角度、入射流 速及运动轨迹,研究了窄缝消能工水舌入水角度、流 速分布、水面线出口压力等水力要素,解决了在模型 试验中无法获取水舌流速分布的问题,为采用数值 模型求解水流各项水力参数提供了依据。唐尧^[13] 以三河口水利枢纽为研究对象,通过物理模型试验 及数值模拟分析了原设计方案的可行性及存在的问 题,为完善实际工程设计提供了依据。李乃稳等^[14] 利用 *k* - ε 双方程紊流模型模拟了高拱坝深孔时窄 缝挑坎的水流特性,给出了其收缩边墙段射流冲击 区的水面线及压力分布、挑坎射流流态、流场分布等 水流特性。杜兰等^[15]为研究窄缝挑坎水力特性,利 用数值模拟技术并结合具体工程实例,分析了曲面 贴角体窄缝式挑坎内压力、流速及水舌形态等参数, 获取了物理模型无法获得的详细流场信息,为相关 研究提供了重要参考。

本文以某水电工程溢洪道挑流消能为研究对象 进行数值模拟研究,该水电工程位于狭窄型河道,枢 纽主要建筑物包括混凝土面板堆石坝、输水建筑物、 导流兼放空引水隧洞及右岸岸边式溢洪道。溢洪道 类型为岸边开敞式且设有控制闸门,控制段采用 WES(water electrolysis system)型实用堰,堰顶高程 为941.0 m,溢洪道泄槽净宽为21 m,出口采用挑流 消能。

该工程下游河道较窄,溢洪道内水舌的横向扩 散受到限制,优化后选用窄缝型挑坎。本文采用 RNG $k - \varepsilon^{[16-18]}$ 紊流模型并用流体体积方法(volume of fluid,VOF)跟踪自由水面,以实际工程各项 参数为准建立计算模型,保证了模拟计算的可靠性。

2 计算模型的建立

连续方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0$$
 (1)
动量方程:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{u}_{i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_{i}} (\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{u}_{i} \boldsymbol{u}_{j}) = -\frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[(\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\mu}_{i}) \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \boldsymbol{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right) \right]$$
(2)

k 方程:

 μ_t

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \boldsymbol{u}_{i}k)}{\partial x_{i}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \Big[(\mu + \mu_{t}) \alpha_{k} \frac{\partial k}{\partial x_{j}} \Big] + G_{k} - \rho \varepsilon$$
(3)

$$=\rho C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4}$$

$$G_{k} = \mu_{i} \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}_{i}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial \boldsymbol{u}_{j}}{\partial x_{i}} \right) \frac{\partial \boldsymbol{u}_{i}}{\partial x_{j}}$$
(5)

ε 方程:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \boldsymbol{u}_{i}\varepsilon)}{\partial x_{i}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \Big[(\mu + \mu_{i}) \alpha_{\varepsilon} \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_{j}} \Big] + \frac{C_{1\varepsilon}^{*}}{k} G_{k} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^{2}}{k}$$
(6)

$$C_{1_{\varepsilon}}^{*} = C_{1_{\varepsilon}} - \frac{\eta(1 - \eta/\eta_{0})}{1 + \beta\eta^{3}}$$
(7)

$$\eta = (2E_{ij}E_{ij})^{1/2}\frac{k}{\varepsilon}$$
(8)

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \boldsymbol{u}_j}{\partial x_i} \right)$$
(9)

式中: ρ 为水流体积分数平均的密度,kg/m³; t 为时间, s; $x_i \ x_j$ 为坐标分量,m; μ 为分子黏性系数; p为修正压 强,Pa; ε 为湍动能耗散率; μ_i 为紊流黏性系数; C_μ 为 经验常数, $C_\mu = 0.0845$; $u_i \ u_j$ 均为流速分量,m/s; $\alpha_k \ \alpha_\varepsilon$ 均为常数,取值为 $\alpha_k = \alpha_\varepsilon = 1.39$;取值 $\eta_0 = 4.377$, $\beta = 0.012$,得出 $C_{1\varepsilon} = 1.42$;常数 $C_{2\varepsilon} = 1.68$; G_k 为由平 均流速梯度引起的紊动能产生项。

设 $\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2$ 表示控制体内混合流体的密度; $\alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2$ 表示控制体内混合流体的粘性。对第 *q* 相流体有如下流体输运控制方程^[19]:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + u_j \frac{\partial \alpha_q}{\partial x_j} = 0 \tag{10}$$

采用 PISO(pressure implicit with splitting of operators)算法进行流速压力耦合,因其计算精度高,收敛计算时间短,优势较为明显。

2.2 计算模型网格划分

在已有的连续挑坎数值模拟基础上,合理选取 窄缝挑坎局部区域进行计算,以加快计算速度。为 保证上游水位恒定,模型进口设置为压力进口,泄水 建筑物模型包括泄槽段、窄缝段及下游水垫塘3部 分,模型网格间距均设为2 cm。水舌区和下游河道 是关键区域,因此水舌区和水舌与河道水面碰撞区

图 2 物理试验模型

域网格间距设为1 cm。图1 为窄缝型挑坎计算模 型网格划分示意图。计算区域网格主要是以结构化 网格为主,窄缝段部分为非结构化网格,总计算单元 约为140×10⁴ 个。



该工程水库正常蓄水位为946.00 m,校核洪水 位为948.45 m,下泄流量为649 m³/s,溢流堰堰顶 高程为941.00 m,由模型试验数据确定冲坑最大深 度为5.12 m。模型上端与空气接触的表面设为压 力进口边界,出口边界设定为均匀流出口,以便于控 制下游水位。

3 结果与分析

物理试验模型按重力相似准则设计,溢洪道采 用有机玻璃制作以便于观察水流流态。模型相关参 数比尺如表1所示。数值模拟依据原型建立计算模 型,包括进口段、控制段、泄槽段等主要组成部分,计 算模型尺寸与实际工程各项参数均一致,即泄槽段 长度为117.3 m,挑坎段长度为33.5 m,下游水垫塘 长度为30.0 m。溢洪道物理试验模型和数值计算 模型如图2、3 所示。



图 3 数值计算模型

几何比尺	流速比尺	流量比尺	时间比尺	糙率比尺		
$\lambda_{\scriptscriptstyle L}$	$\lambda_{\scriptscriptstyle V}$	λ_{Q}	λ_{T}	$\boldsymbol{\lambda}_n$		
60	7.75	27885	7.75	1.98		

表1 物理试验模型相关参数比尺

3.1 数值模型的验证

进行窄缝挑坎研究之前,首先在设计工况下,对 溢洪道采用连续反弧挑坎方案的水舌挑距、入水角 度及入水宽度等水舌特征参数进行了试验观测和数 值计算,并通过观测与计算结果的对比验证数值模 型的准确性。

溢洪道连续反弧挑坎方案模型试验水流流态如 图 4 所示。由图 4 可以看出,水流从挑坎挑出后,水 舌宽度及水舌断面面积均逐渐增大,根据水舌厚度 变化可将其分为 3 部分:紧密段、扩散段及破碎段, 水舌扩散段相对紧密段紊动加剧,其断面形状变得 不规则。水舌人水后,对下游河道入水断面处的右 岸岸坡产生冲刷^[20]。

模型试验观测与数值计算结果对比见表2。

表 2 溢洪道连续挑坎方案模型试验观测和数值计算结果对比

水舌特 征参数	试验 观测值	数值 计算值	相对 误差/%
水舌挑距/m	60.20 ~ 78.41	61.27 ~ 79.89	1.84
近端入水角度/(°)	23.97	24.20	0.96
远端入水角度/(°)	32.72	33.10	1.16
入水宽度/m	30.13	29.58	1.83

由表2可以看出,水舌各特征参数的数值计算 值与试验观测值吻合良好,相对误差均小于2%。 因此所建立的数值计算模型具有较高的准确性,可 应用于后续溢洪道窄缝型挑坎的研究。



(a) 泄洪流态



(b)挑流水舌形态
图 4 溢洪道连续反弧挑坎方案模型试验水流流态

3.2 窄缝挑坎水力特性及水垫塘压强计算与分析

3.2.1 窄缝挑坎内水流形态 本研究模拟计算的 窄缝挑坎长度为33.5 m(x = 216.5 ~ 250.0 m),起 始宽度为22.65 m,末端出口宽度为7.86 m。图5 为窄缝挑坎段x = 216.5 m、x = 241 m 及x = 247 m 3 个断面的水流形态及水体体积分数分布。由图5 可以看出,水流在窄缝挑坎起始断面(x = 216.5 m)处的宽度远大于高度,水流进入收缩段后形态开 始发生变化,两侧水流逐渐向中间聚拢,水流高宽比 逐渐增大,同时水流的掺气水深也逐渐增大。





3.2.2 桃流水舌特性 图 6 为该溢洪道窄缝挑坎方 案计算模型示意图,表 3 为设计工况窄缝挑坎水舌特 征参数数值计算结果。表 3 表明,窄缝型挑坎水舌内 缘挑距为 26.17 m,外缘挑距为 54.32 m,水舌入水长 度为28.15 m,入水宽度为20.73 m。

将窄缝挑坎与连续挑坎的水舌特征参数进行对 比,即对比表2和表3中的计算结果可知,窄缝挑坎 的挑距小于连续挑坎,二者水舌平均挑距相差30.34 m,连续挑坎入水角度小于窄缝挑坎,而窄缝挑坎入 水宽度小于连续挑坎,入水宽度相差8.85 m。因窄 缝挑坎水流在挑坎段急剧束窄,水流紊动较大,消耗 了一部分能量,导致其挑射距离减小;在窄缝挑坎对 水流的束窄作用下,水舌入水宽度比连续挑坎减小 了30%,因而窄缝型挑坎更适用于峡谷型河道。



图 6 溢洪道窄缝挑坎方案计算模型示意图

表 3 设计工况窄缝挑坎水舌特征参数数值计算结果

挑射距离/	近端挑射	远端挑射	入水宽度/
m	入角/(°)	入角/(°)	m
26.17 ~ 54.32	31.59	30.96	20.73

3.2.3 空中水舌流速 图7为溢洪道窄缝挑坎方 案中轴线水深及水体体积分数沿程变化,图8为窄 缝挑坎空中水舌形态。由图7可以看出,水流在未 出挑坎之前,即在溢洪道泄槽段和窄缝挑坎段,水流 水深沿程逐渐减小,由恒定流断面水深与流速的关 系可知,水流沿程流速呈增大趋势。水舌挑射至空 中后,水体内部互相摩擦、旋转、混掺,发生剧烈紊 动,水流掺气效果明显。

窄缝型挑坎溢洪道流速分布的相关研究^[15]表 明,泄槽段流速分布均匀,反弧段呈现底部流速小、 表面流速大的分布规律,出口跌坎位置流速分布趋 于均匀,之后流速出现向中底部集中的现象。本研 究选取溢洪道中轴线(y = -13.5 m)纵断面对水 舌沿程流速进行计算分析,图9给出了溢洪道水舌 特征断面的流速垂向分布情况。计算结果表明,水 舌出挑坎后在x = 250 - 264 m之间,垂向最大流速 均在z = 45 m 位置处,即在此区间,水舌最大流速均 在同一高程处,呈现出中间水流流速大、上部和下部 流速小的分布特点,并且由上至下各点之间流速差 较大(图9(a))。在x = 264 m之后,流速最大位置 逐渐下移,并且各点之间流速差有所减小(图9 (b))。水舌落入水垫塘时,水流垂向流速差进一步 缩小(图9(c))。 为验证上述水舌流速垂向分布规律,以溢洪道 中轴线为基准,分别向左、右间隔1m(y = -12.5m和y = -14.5m)选取水舌纵剖面,计算该两个纵 剖面水舌流速的垂向分布,其中y = -14.5m纵剖 面特征断面水舌流速垂向分布如图10所示。由计 算结果可知,与中轴线间隔1m的水舌纵剖面各断 面的垂向流速分布规律与中轴线上相应断面的垂向 流速分布规律相似,即在x = 264m之前,断面最大 流速位于z = 45m位置处,在x = 264m之后,断面 最大流速位置逐渐下移,且同一位置处由上至下各 点流速差逐渐减小。

3.2.4 窄缝挑坎段压强及流速 溢洪道挑坎底板压 强分布特点是研究其消能特性的重要参数,是确保水 利枢纽安全的关键因素。有关窄缝收缩段底板压力 的研究^[21]表明,底板压力沿程逐渐增大,在窄缝收缩 段出口处达到峰值。本研究溢洪道窄缝挑坎段范围 为x = 217.3~250.0 m,沿水流方向选取窄缝挑坎段 特征断面(x = 232.4、246.5、247.5 m) 计算 z = 46 m 处的水流压强及流速横向分布,结果如图11所示。 由图 11 可以看出,各横断面流速变化趋势基本相同, 即中部流速大、两侧流速小,呈现出抛物线分布形态, 符合无压流运动规律。而对于压强分布,各断面之间 变化较大,在窄缝收缩段 x = 217.3~245.9 m 范围 内,压强呈现中部小、两侧大的分布规律,符合能量方 程;在收缩段 x = 245.9~246.5 m 处,水流各点压强 分布发生了离散, x = 246.5 m 横断面的离散程度最 大,并且从该断面开始,压强分布呈现出中部大、两侧 小的趋势。上述规律与聂艳华等^[21]关于窄缝段底板 压强随水流方向沿程逐渐增大的结论相似。

为验证上述窄缝挑坎收缩段压强及流速分布规 律,又选取 z = -46.2 m 高度的各特征断面进行水流 流速及压强计算分析,得出的分布规律与图 11 相似。 以上均为设计工况条件下的模拟计算结果,本研究中 还选取了校核工况进行数值模拟,其结果与设计工况 下的模拟结果一致,受篇幅所限,不再逐一列出。

根据以上试验研究结果,在窄缝型消能工的实际设计与施工中,为确保消能工安全平稳运行,建议 在窄缝收缩中段,加强两侧边墙及底板两侧位置处 的抗冲耐磨防护;在窄缝收缩末段,加强底板中间位 置处的抗冲耐磨防护。

3.2.5 水垫塘底板压强分布特性 研究水垫塘底 板所受的水流冲击压强,对水垫塘底板设计具有指 导意义。图 12 为模拟计算得出的溢洪道窄缝挑坎 方案水垫塘底板不同纵断面时均压强沿程分布。



分析图 12 可知,水垫塘底板 $x = 256 \sim 280 \text{ m 区}$ 间为水流平稳区; $x = 280 \sim 310 \text{ m 区间为上游扩散}$ 区; $x = 310 \sim 330 \text{ m 区间为水舌冲击区,时均压强}$ 峰值断面在 x = 317 m 附近; x = 330 m 之后为下游扩散区。水垫塘底板沿中轴线(y = -13.5 m)的 冲击区范围较大,在 $x = 280 \sim 330 \text{ m 区间,因此应}$ 加强水舌冲击区中轴线附近底板的抗冲性设计。有 关连续挑坎和燕尾挑坎两种挑坎下水垫塘底板压强 分布的研究^[22]表明,燕尾挑坎和连续挑坎在水舌冲 击区均形成明显的冲击峰,与窄缝型挑坎相似。



4 结 论

本文结合实际溢洪道工程建立数值计算模型, 并通过物理模型试验对数值模型的准确性进行了验证。在已有连续挑坎研究的基础上,利用所建立的 数值模型着重计算分析了窄缝型挑坎的水舌形态和 水力特性以及水垫塘的时均压强分布等,得出以下 主要结论:

(1)在本研究所采用的溢洪道挑坎体型的同一 工况条件下,窄缝型挑坎的挑距小于连续挑坎,其水 舌入水角度大于连续挑坎,而入水宽度小于连续挑 坎。窄缝型挑坎的束窄水流作用很明显,适用于河 道狭窄的河段。

(2)窄缝型挑坎空中水舌的同一横断面中,最 大流速的位置基本相同;同一纵断面中,水舌垂向流 速差沿程逐渐减小。

(3) 在窄缝型挑坎的收缩段内,靠近底板处的 流速沿程分布规律一致,即在同一横断面上流速均 呈抛物线形分布,水流中部流速大而两侧流速小。 窄缝型挑坎的收缩段靠近底板处水流的压强分布沿 程呈现3个区间3个趋势的分布规律,即第1区间 水流中部压强小而两侧压强大,中间区间水流压强 分布规律不明显,第3区间水流中部压强大而两侧 压强小。

(4)窄缝型挑坎水舌对水垫塘底板产生明显的 冲击区,特别是在中轴线位置,冲击区纵向范围较 大,冲击压强峰值明显,应加强底板的抗冲性设计。

参考文献:

- WU Jianhua, LI Shufang, MA Fei. Energy dissipation of slot-type flip buckets [J]. Journal of Hydrodynamics, 2018, 30: 365 - 368.
- [2] 谢省宗,吴一红,陈文学.我国高坝泄洪消能新技术的研 究和创新[J].水利学报,2016,47(3):324-33.
- [3] 胡 晗,杨 伟,黄国兵,等. 窄缝消能工冲击波及水翅特性 研究[J]. 长江科学院院报,2018,35(1):86-90.
- [4] 贝丽克孜・亚森.平行边墙出口窄缝挑坎消能特性研究[J].水利科技与经济,2016,22(8):56-58.
- [5] DENG Jun, YANG Zhengli, TIAN Zhong, et al. A new type of leak-floor flip bucket[J]. Science China Techno-

logical Sciences, 2016, 59(4): 565-572.

- [6] 彭引,田忠,肖鸿,等.非对称窄缝挑坎水力特性研究 [J].人民黄河,2018,40(6):116-120+132.
- [7] 王瑞,刘韩生,聂源宏,等.曲面贴角窄缝挑坎在玛尔挡水电站中的应用研究[J].水力发电学报,2015,34(2): 85-90.
- [8] 聂艳华,王才欢,况曼曼. 基于降雨分析的窄缝挑坎消能工 水翅特性研究[J]. 长江科学院院报,2017,34(1):67-70.
- [9] 况曼曼. 基于掺气水流的窄缝挑坎水力特性研究[D]. 武汉:长江科学院,2016.
- [10] 双学珍,于广斌,张婧镁,等. 基于挑坎优化的护岸不护 底水垫塘底板冲刷试验[J]. 人民长江,2020,51(7): 162-167.
- [11] 陈 磊,李守通. 窄缝消能工水力特性对比分析研究 [J]. 水利水电技术,2019,50(4):126-131.
- [12] 陈华勇,许唯临,邓军,等. 窄缝消能工水力特性的数值 模拟与试验研究[J]. 水利学报,2012,43(4):445-451.
- [13] 唐 尧. 三河口水利枢纽泄洪建筑物水力特性研究[D]. 杨凌:西北农林科技大学,2017.
- [14] 李乃稳,刘超,李龙国,等.高拱坝深孔斜窄缝挑坎水 力特性的数值模拟研究[J].水力发电学报,2013,32
 (3):108-113+119.
- [15] 杜 兰,黄国兵,许学问. 窄缝挑坎水力特性三维数值模 拟研究[J]. 长江科学院院报,2013,30(6):43-46.
- [16] DENG Jun, WEI Wangru, TIAN Zhong, et al. Analysis of pressure difference and water transverse movement in a partial-flip bucket [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2020, 146(9): 04020063.
- [17] 丁安娜. 基于 RNG k ε 湍流模型的串列双矩形截面桥 墩绕流流场特性研究[J].人民珠江,2022,43(3): 109-116+122.
- [18] 王福军. 计算流体动力学分析——CFD 软件原理与应 用[M]. 北京:清华大学出版社,2004.
- [19] 杜振康,尹进步,朱光明,等.不同扩散角下单侧渐扩消 力池水力特性研究[J].水资源与水工程学报,2022,33
 (2):144-151.
- [20] 王旭敏.前置挑坎阶梯溢洪道水力特性数值模拟研究 [D].成都:西华大学,2020.
- [21] 聂艳华,况曼曼,王才欢,等.窄缝挑坎消能工几个水力 参数试验研究[J].水电与新能源,2016(4):16-20.
- [22] 马斌,叶星宇,缑文娟,等.燕尾坎水舌冲击特性试验
 及数值仿真研究[J].水资源与水工程学报,2021,32
 (6):125-133.