

文章编号: 1006-7329(1999)05-0001-09

对钢筋混凝土偏压杆件偏心距增大系数中 截面曲率修正系数的讨论

TU375.01

①
②
③
④
⑤
⑥
⑦
⑧
⑨
⑩
⑪
⑫
⑬
⑭
⑮
⑯
⑰
⑱
⑲
⑳
㉑
㉒
㉓
㉔
㉕
㉖
㉗
㉘
㉙
㉚
㉛
㉜
㉝
㉞
㉟
㊱
㊲
㊳
㊴
㊵
㊶
㊷
㊸
㊹
㊺

王志军¹ 白绍良¹ 高晓莉²

(1 重庆建筑大学 建筑工程学院 400045; 2. 中国建筑西南设计院 成都 610000)

摘要 在分析小偏心受压状态下钢筋混凝土偏心受压构件由二阶效应引起的弯矩增大规律的基础上, 讨论了用于偏心距增大系数极限曲率表达式的反映小偏心受压状态下截面极限曲率变化规律的截面曲率修正系数的各种表达方案的物理含义及其优缺点, 为国家标准《混凝土结构设计规范》的修订提供决策依据。

关键词 钢筋混凝土; 偏心受压杆件; 二阶效应; 极限曲率

偏心距

中图法分类号 TU375.3

文献标识码 A

1 一般性说明

在计算机技术尚未发展到能够在结构内力分析中一次性地求出考虑了钢筋混凝土杆系结构非弹性特征的二阶内力, 即轴压力在产生了侧移的结构中和产生了挠曲变形的杆件中引起的附加内力(分别称为 $P-\Delta$ 效应和 $P-\delta$ 效应)的情况下, 各国混凝土结构设计规范一般都是在结构的偏压杆件设计中采用 η 和 l_0 相结合的方法作为反映二阶效应的实用简化方法, 其中 η 为由偏心受压标准柱(两端铰支等偏心距压杆)求得的该杆件高度中点的偏心距增大系数(国外也称弯矩增大系数), 即

$$\eta = (M + \Delta M) / M \quad (1)$$

或

$$\eta = (e_0 + f) / e_0 \quad (2)$$

其中 M 为标准柱高度中点截面中的一阶弯矩 Ne_0 , 或由结构弹性一阶分析求得的结构中某偏心受压杆件控制截面的弯矩; ΔM 为标准柱高度中点截面的二阶弯矩或结构中相应偏心受压杆件控制截面的二阶弯矩; f 为标准柱高度中点处考虑了二阶效应后的侧向挠度, e_0 为标准柱偏心距, 即 $e_0 = M/N$ 。而 l_0 则为标准柱长度或能反映结构某杆件控制截面中 η 真实数值或者说二阶弯矩与总弯矩比值的当量标准柱长度; 我国工程界习惯上称之为“柱的计算长度”, 国外则多称之为“等效长度”(effective length)或“当量长度”(equivalent length)。

各国结构设计规范使用的偏心距增大系数表达式分为临界力表达式和极限曲率表达式两大类。我国混凝土结构设计规范在 TJ10-74 版本和以前的版本中, 参照原苏联习惯, 取用临界力表达式; 在规范 GBJ10-89 版本中, 基于与正截面设计采用平截面假定相呼应的思想, 改用欧洲主张的极限曲率表达式。应该说, 标准偏心压杆的二阶弯矩不论用临界力 $N_{cr} = \pi^2 EI/l_0^2$ 来表达, 还是用其高度中点截面的曲率来表达, 其实质都是一致的。众所周知, 根据挠曲后偏压杆件上的平衡条件可以通过求解微分方程得出两端铰支弹性细长等偏心距压杆高度中点挠度的精确计算公式为^[1]:

$$f = e_0 \left[\frac{1}{\cos \left(\sqrt{\frac{N}{EI}} \frac{l_0}{2} \right)} - 1 \right] \quad (3)$$

收稿日期: 1998-07-10

作者简介: 王志军(1965-), 男, 四川雅安人, 重庆建筑大学副教授, 博士后, 主要从事钢筋混凝土结构研究。

而临界力表达式和曲率表达式都对式(3)作了同样简化,即将杆件挠曲线近似简化为正弦曲线。用简化后的挠曲线计算出的 f , 在 N/N_{cr} 为 0.1、0.5 和 0.9 时, 分别比式(3)计算出的 f 大 0.3%、1.5% 和 2.8%, 因此不会影响工程应用的精确性^[1]。在挠曲线假定为正弦曲线的基础上导出的 η 的临界力表达式为:

$$\eta = \frac{1 + 0.234 \frac{N}{N_{cr}}}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (4)$$

但在工程中一般采用进一步简化的计算式:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (5)$$

该式与精确式相比, 计算出的 f 值在 N/N_{cr} 为 0.1、0.5 和 0.9 时分别小了 19.2%、20.1% 和 21.2%。这在使用式(5)时是必须始终意识到的。同样, 在挠曲线假定为正弦曲线的基础上导出的 η 的曲率表达式为:

$$\eta = 1 + \frac{l_0^2}{e_0 \rho_0 \pi^2} \quad (6)$$

其中 ρ_0 为杆件高度中点截面与考虑了二阶效应后的杆件挠曲线相对应的曲率。当杆件其它参数相同, 且式(4)中的 N 和式(6)中的 ρ_0 对应于同一受力状态时, 式(4)和式(6)是可以相互代换的, 也就是完全等价的。或者说, 不论用临界力表达式, 还是极限曲率表达式, 所求得的 η 应是完全相同的。

确定偏心受压构件截面设计所用的 η 时, η 的取值应对应于相应截面的受力极限状态。如果假定所考虑的截面都能达到相应的承载力极限状态, 而且暂时不考虑式中有关物理量取值中的可靠性问题, 则式(5)和式(6)都需要进一步反映杆件受力的非线性性质。在式(5)中这主要表现在 N_{cr} 中的刚度取值上, 在式(6)中则表现在 ρ_0 的取值上。为了确定合理的考虑非线性的刚度或曲率取值, 一个途径是通过试验; 另一个途径是用例如杆件非线性有限元法进行模拟计算。但不论通过哪个途径, 其取值规律都只能是粗线条的, 其一是工程应用要求刚度计算式和曲率计算式的简化, 二是即使使用计算机模拟分析, 对偏心距由大小偏压分界线到轴心受压的变化过程中截面受压边缘混凝土极限压应变的变化规律, 到目前为止也只能作出人为假定。因此目前设计规范中多是参考试验结果对非线性刚度和极限曲率给出经验公式。

2 偏心距增大系数曲率表达式中的截面曲率修正系数

在 η 采用极限曲率的各国设计规范中, 多把大偏心受压截面的极限曲率取为大小偏压分界状态的极限曲率。例如我国《混凝土结构设计规范》(GBJ10-89)取为:

$$\rho_{cb} = (0.0033 + \epsilon_y) / h_0 \quad (7)$$

这主要是考虑到偏心受压截面抵抗最大轴力的状态发生在抵抗最大弯矩状态之前, 在杆件最大抗压能力下的曲率小于受压区混凝土压溃时的曲率 ρ_{cu} , 而 ρ_{cb} 又恰好小于 ρ_{cu} , 虽然 ρ_{cb} 不一定就是最大轴向承载力状态下的曲率, 但取 ρ_{cb} 作为考虑二阶效应时的极限曲率总比取 ρ_{cu} 更合理, 而且使用比较方便。

对小偏心受压状态下的极限曲率, 则必须另寻出路。在各国设计规范中多是用对 ρ_{cb} 乘以曲率修正系数的方法来处理这个问题。我国规范称此系数为 ζ_1 。设小偏心受压截面发生材料破坏时混凝土受压边缘压应变为 $0.0033k$ (因从大小偏压分界状态到轴心受压状态受压边缘极限应变可假定由 0.0033 变到 0.002, 故 k 在 1.0 和 0.61 之间变化), 受压区实际高度为 x_c , 而大小偏压界限处的实际受压区高度为 x_{cb} , 则 ζ_1 可表示为:

$$\zeta = \frac{0.0033 k x_{cb}}{0.0033 x_c} = \frac{x_{cb}}{x_c} \cdot k \quad (8)$$

从上式可以看出, 影响 ζ_1 的主要因素是截面受压区高度和边缘压应变系数 k , 而 k 也与受压区高度有关。而影响受压区高度和 k 的主要是偏心距或极限状态下截面所能承受的轴向压力, 因此可以用极限状态下的轴力 N 或者用偏心距 e_0 来表示 ζ_1 的变化规律, 称为 ζ_1 的轴力表达式和偏心距表达式。

若近似认为受压区高度 x_c 与极限状态轴力 N 之间存在线性关系, 则 ζ_1 与极限状态轴力 N 将近似成双曲线关系, 如图 1 中 $a'b'c'$ 曲线所示。该曲线例如可以用

$$\zeta_1 = \frac{N_b}{N} = \frac{0.5 f_c b h}{N} \quad (9)$$

来表达, 这也就是 GBJ10-89 规范所用的 ζ_1 的主要表达式, 即轴力表达式。如果把 ζ_1 和极限状态轴力 N 之间的关系进一步简化为直线, 则从图 1 中 abc 线可知:

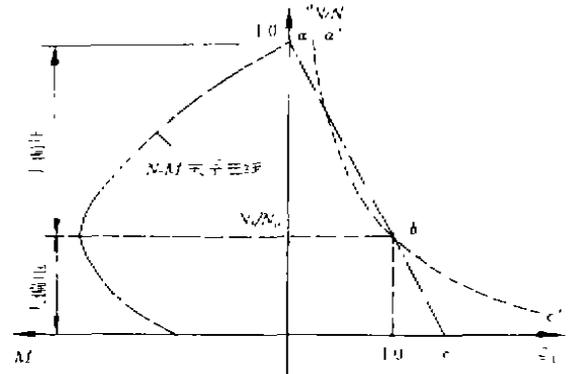


图 1 $\zeta_1 - N$ 关系示意图

$$\zeta_1 = \frac{N_0 - N}{N_0 - N_b} \quad (10)$$

上式中 N_0 为轴心受压且不考虑稳定系数 φ 的极限状态轴压力, 这也就是欧洲规范 Eurocode2^[2] 所用的 ζ_1 表达式。

也可以近似认为 ζ_1 与 e_0/h_0 成线性关系, 例如 GBJ10-89 规范在近似取大小偏压界线处的 e_0/h_0 为 0.3 时, 给的 ζ_1 的偏心距表达式为:

$$\zeta_1 = 0.2 + 2.7 \frac{e_0}{h_0} \quad (11)$$

在式(9)和式(11)中一旦 ζ_1 大于 1.0, 均只取 $\zeta_1 = 1.0$ 。

3 小偏心受压曲率修正系数各种表达式的对比

上述 ζ_1 的两种轴力表达式和一种偏心距表达式都是近似式, 它们都只能从某个角度反映小偏心受压状态下极限状态曲率的大致变化规律。在没有可以“精确”参照的非线性模拟结果之前, 只有采用将不同表达方式的计算结果进行对比的方法来衡量各种方法的总体效果。

在对比中共计算了七条曲线, 它们是:

(1) 曲线①是用 GBJ10-89 规范的 η 原型公式

$$\eta = 1 + \frac{1}{1650 e_0/h_0} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \zeta_1 \quad (12)$$

和偏心距表达式(11)的 ζ_1 表达式计算的, 其中均未考虑附加偏心距 e_a 。

(2) 曲线②是用式(12)的 η 和轴力表达式(9)的 ζ_1 计算的。

(3) 曲线③是用式(12)的 η 和轴力表达式(10)的 ζ_1 计算的。

(4) 曲线④是用我国《钢筋混凝土结构设计规范》(TJ10-74)的 η 临界力表达式计算的, 即取

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}}, \quad N_{cr} = \alpha \frac{\pi^2 E I}{l_0^2}$$

$$\alpha = \frac{0.1}{0.3 + e_0/h_0} + 0.143 \quad (13)$$

(5) 曲线⑤是用美国 ACI318-95 规范^[1]的 η 临界表达式

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{0.75 N_{cr}}} \quad (14)$$

和较简单的刚度表达式

$$EI = 0.4 E_c I \quad (15)$$

计算的,其中 I 为混凝土毛截面的惯性矩。

(6) 曲线⑥是用美国 η 的式(14)和考虑了配筋影响的刚度公式

$$EI = 0.2 E_c I + E_s I_s \quad (16)$$

计算的。

(7) 曲线⑦是在对 GBJ10-89 规范的 ζ_1 表达式中的常数作了调整后,即取

$$\zeta_1 = \frac{0.7 f_c A}{N} \quad (17)$$

的情况下按式(12)的 η 计算的。

共完成了对四个算例的计算。其中每个算例的混凝土强度等级和构件截面尺寸不完全相同。每个算例的截面均为对称配筋,并分别对一侧纵筋配筋率为 0.5%、0.1% 和 1.5% 三种情况进行计算。所有情况下的计算长度均统一取为 $l_0 = 4500 \text{ mm}$,最后在 $\eta - N/f_c bh$ 坐标中表示计算结果,如图 2 到图 13 所示。该坐标中计算结果的含义是,在偏心距不同的情况下,可以从 $N - M$ 相关曲线(即截面极限承载能力曲线)中求得相当于该偏心距下截面达到承载能力极限状态时的轴力值,再根据这一轴力值或相应的偏心距值求得对应的 η 值。在计算中对材料强度均取平均值水准,内力中也不包括可靠性因素。

在对图 2 到图 13 中的对比结果进行评价之前,首先需要说明的是,本文并不想以美国 ACI318-95 规范公式结果作为对比的“标准”,因为该规范的方法在刚度取值上也是参照某些特定受力状态的试验结果给出的,并不能准确反映刚度变化的全部规律。从图 2 到图 13 的对比结果来看,在 $N/f_c bh$ 较小的大偏压范围内,除去原 TJ10-74 规范的算法和美国 ACI318-95 的简化刚度方案计算出的结果在配筋较高时偏大之外,其它五条曲线的计算结果都很接近,这说明在图 2 到图 13 中还是可以根据各条曲线与“主流”(即大多数)曲线计算结果的差异对各条曲线的计算结果作出一定评价的。

从图 2 到图 13 各条曲线的对比中可以得出以下主要结论:

(1) 我国 GBJ10-89 规范公式(即本文式(12))与美国 ACI318-95 规范公式(即本文式(14))和考虑了配筋影响的刚度公式(即本文式(16))计算的结果在大偏心受压范围内符合情况良好。说明这两套公式在一定程度上是等价的。不过应该注意到,我国规范式(12)在对比中原则上不受可靠度影响,而 ACI 公式在计算中要用到 E_c ,而对比中所用的 E_c 是按我国规范采用的。如果该 E_c 值低于平均值水准,则表明当用平均值水准的 E_c 进行计算时,美国计算结果还会有所减小。但即使考虑这一情况,两国原型公式在大偏心受压范围内还是应该认为是大致相当的。

(2) 在 $N/f_c bh$ 较大的偏心受压范围内,各条曲线的离散性就显得更大一些。其中我国规范采用 ζ_1 偏心距表达式(11)的计算结果与美国 ACI 采用考虑钢筋影响的刚度公式(16)的计算结果在各例中最为接近。如果承认大小偏压阶段公式有一定连续性,则可认为 ζ_1 的偏心距表达式效果较好。不过也应看到,当杆件配筋率较低时, ζ_1 偏心表达式的计算结果低于美国考虑钢筋的计算结果。

(3) 在小偏压范围内我国 GBJ10-89 规范给出的 ζ_1 轴力表达式(9)的计算结果在除去 C20 且单侧配筋率为 0.5% (图 8) 以外的其它各种情况下均普遍偏小,而且在小偏压范围的中段,偏低幅度还比较大。当采用式(10)的轴力直线式时,其计算结果在小偏心受压的前一段($N/f_c bh$ 相对较小段)与式(9)的轴力双曲线式的计算结果没有明显差别。这表明不论采用图 1 所示的哪一种轴力表

算例 1

截面 $b \times h = 450 \times 450$ mm, 混凝土强度等级 C30。计算结果见图 2、图 3 和图 4。

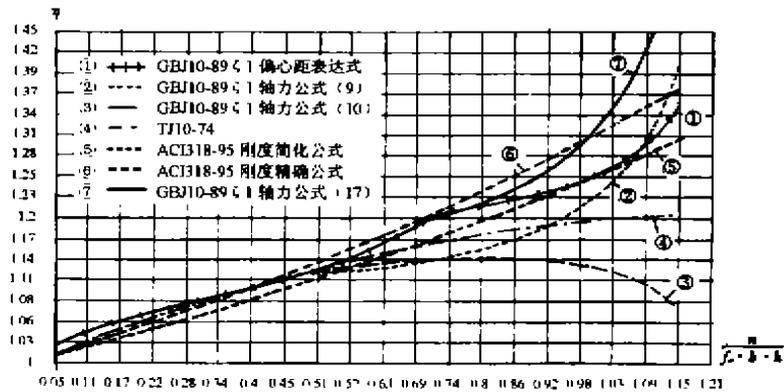


图 2 算例 1 单侧 $\rho_e = 0.5\%$

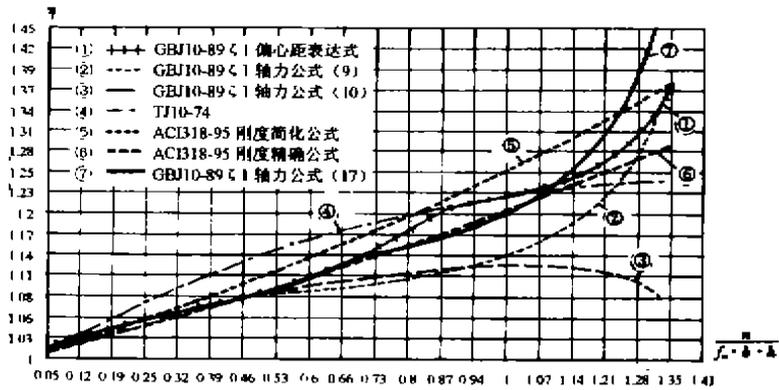


图 3 算例 1 单侧 $\rho_e = 1.0\%$

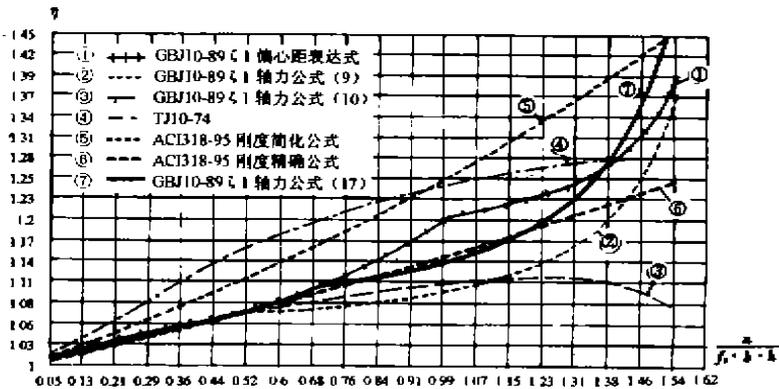


图 4 算例 1 单侧 $\rho_e = 1.5\%$

达式, 在这个范围内都将过低估计杆件的二阶效应。对于轴力表达式(9)来说, 看来还与 $N_b = 0.5 f_c b h$ 的取值有一定关系。如果将轴力式改为

$$\zeta_1 = 0.6 f_c b h / N \tag{18}$$

甚至进一步改为

$$\zeta_1 = 0.7 f_c b h / N \tag{19}$$

算例 2

截面 $b \times h = 600 \times 600 \text{ mm}$, 混凝土强度等级 C30。计算结果见图 5、图 6 和图 7。

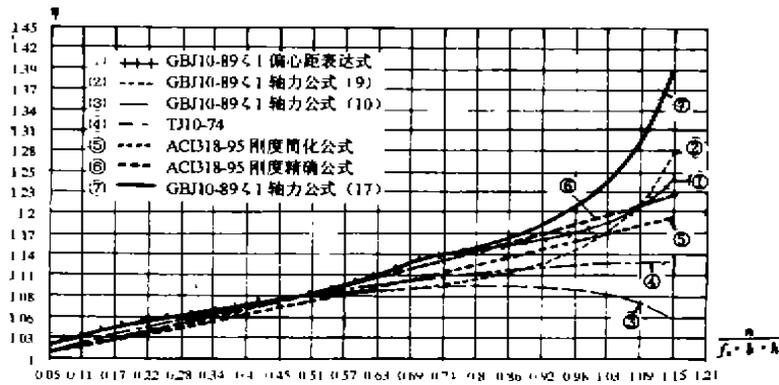


图 5 算例 2 单侧 $\rho_e = 0.5\%$

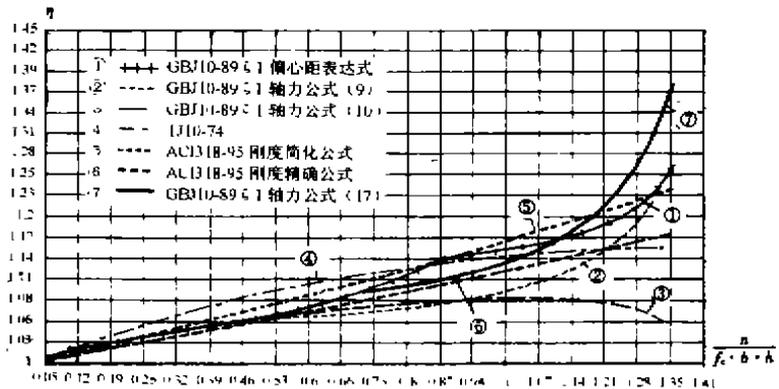


图 6 算例 2 单侧 $\rho_e = 1.0\%$

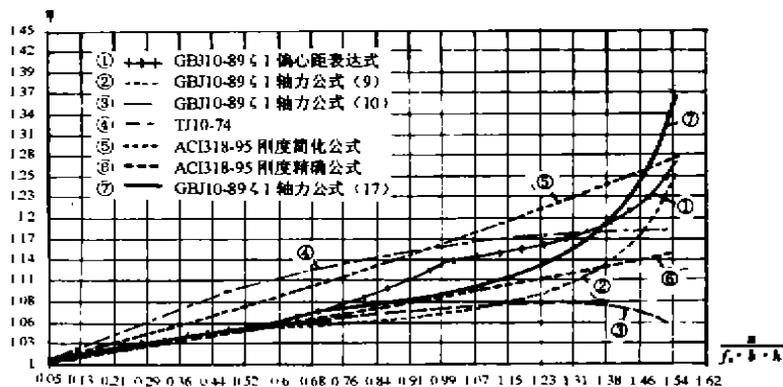


图 7 算例 2 单侧 $\rho_e = 1.5\%$

效果会相对好一些(在图 2 到图 13 中通过曲线⑦给出了用式(17)计算的结果)。但是在 $N/f_c bh$ 较大时,式(17)计算出的 η 又显偏大。

当采用式(10) ζ_1 直线表达式时,在偏心距较小(即图中 $N/f_c bh$ 较大)的情况下,所计算出的 ζ_1 更小。这表明式(10)在反映二阶效应规律方面比式(9)更为不利。

算例 3

截面 $b \times h = 450 \times 450 \text{ mm}$, 混凝土强度等级 C20。计算结果见图 8、图 9 和图 10。

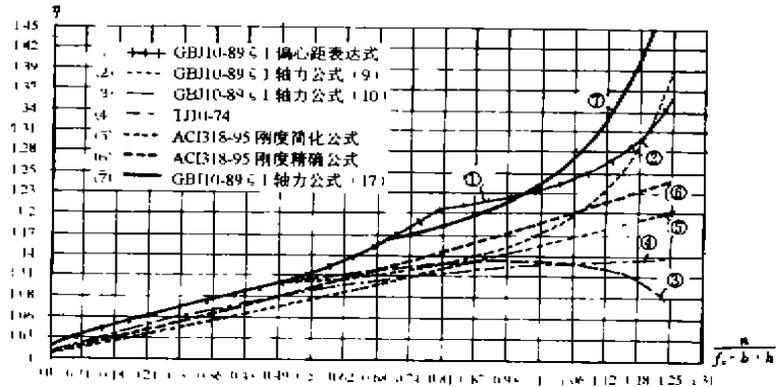


图 8 算例 3 单侧 $\rho_s = 0.5\%$

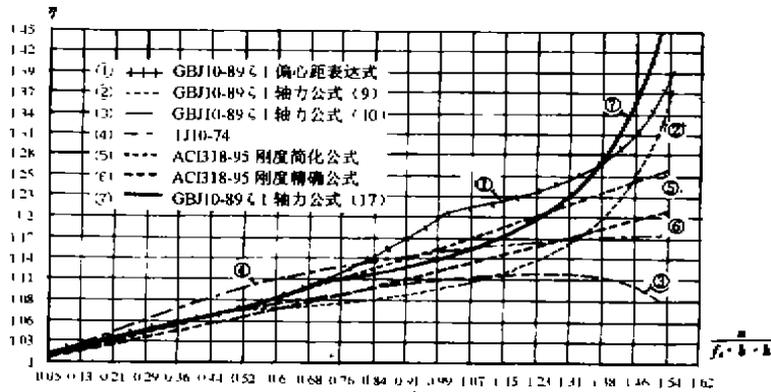


图 9 算例 3 单侧 $\rho_s = 1.0\%$

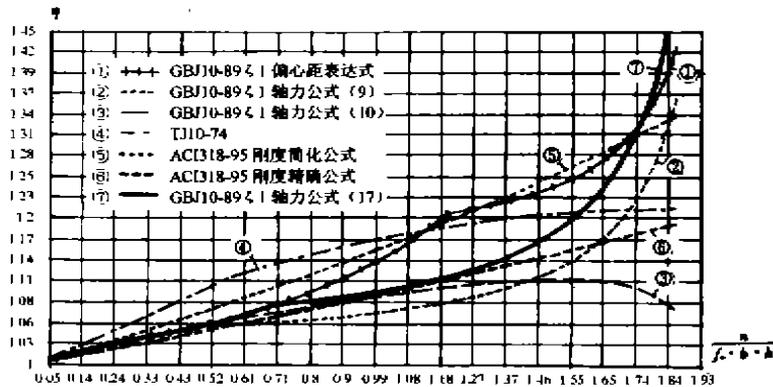


图 10 算例 3 单侧 $\rho_s = 1.5\%$

(4) 我国原规范 TJ10-74 的 η 公式在配筋较高时, 不论对于大偏心受压还是小偏心受压, 都将给出过高的 η 值, 虽偏于安全, 但准确性过差。

(5) 以上图 2 到图 13 中的对比是在未考虑可靠度因素的情况下进行的。在考虑可靠度因素后, ζ_l 的偏心距表达式因形成 e_0 的 M 和 N 都会相应增大, 故其计算结果(图中的曲线①)将大致保持不变。而对美国 ACI318-95 公式而言, 随着 N 的取值提高(乘以荷载系数), η 将相应增大。与此

算例 4

截面 $b \times h = 450 \times 450 \text{ mm}$, 混凝土强度等级 C40。计算结果见图 11、图 12 和图 13。

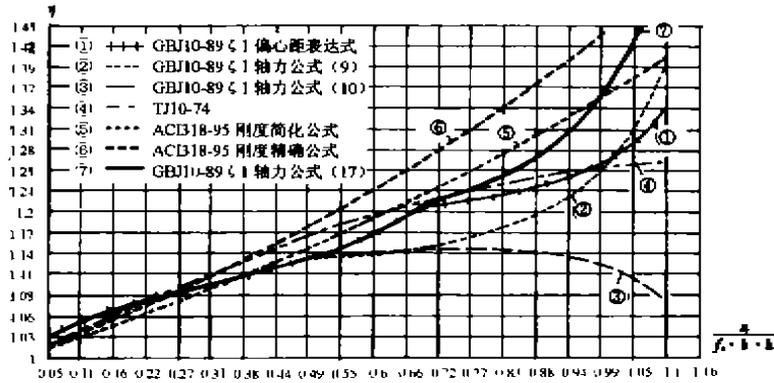


图 11 算例 4 单侧 $\rho_e = 0.5\%$

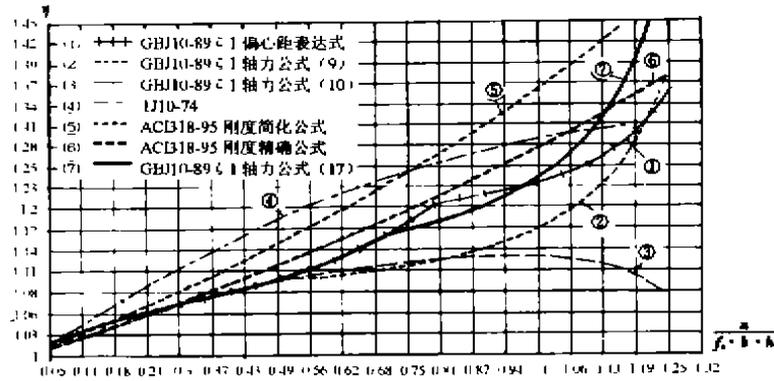


图 12 算例 4 单侧 $\rho_e = 1.0\%$

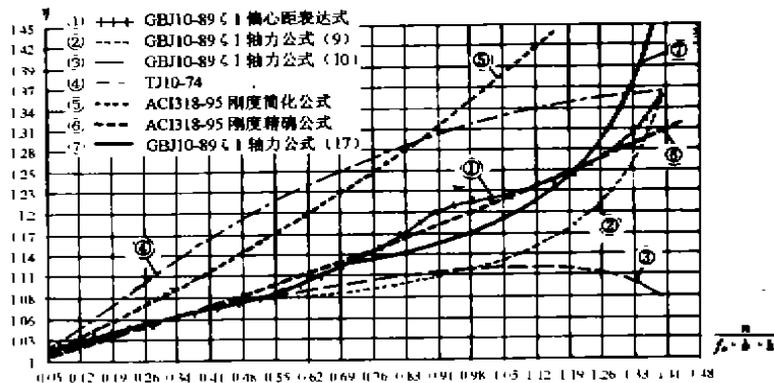


图 13 算例 4 单侧 $\rho_e = 1.5\%$

相反,我国的轴力表达式(9),在 N 增大和 f_c 减小后,所计算出的 η 将比图中曲线②或⑦有较大幅度的降低,从而使 ζ_1 的轴力表达式计算出的 η 过小,比图 2 到图 13 中所示结果更偏不安全。这也是本文建议对 ζ_1 不用轴力表达式,而用偏心距表达式的主要原因之一。

4 小 结

(1) 我国《混凝土结构设计规范》GBJ10-89的细长偏心压杆偏心距增大系数曲率表达和美国ACI318-95的弯矩增大系数临界力表达式,就其原型公式而言是基本上等价的。但在考虑可靠度因素后,ACI公式会因 N 取值的提高而求出更大的 η 值,但我国公式则无法作出相应反应。因此,如何在我国 η 值公式中反映可靠度因素,仍是我国规范今后有待考虑的问题。这个问题或者应该通过在曲率表达式中对混凝土极限压应变和钢筋屈服应变取用偏大值来解决。

(2) 在我国偏心距增大系数 η 的曲率表达式中,曲率修正系数 ζ_1 的偏心距表达式能较好地反映小偏心受压构件的曲率随偏心距的变化规律;但 ζ_1 的轴力表达式则将给出偏小的 η 值。在将荷载设计值和材料强度设计值代入公式后, ζ_1 的轴力表达式的这一缺陷将更加突出。

参 考 文 献

- [1] 高晓莉. 钢筋混凝土框架柱二阶效应实用设计方法研究[D]. 重庆建筑大学结构工程学科硕士学位论文, 1996
- [2] 欧洲共同体委员会(CEC)、欧洲标准化委员会(CEN).《结构用欧洲规范》之《欧洲规范 2(Eurocode 2)》[S]. 中国建筑科学研究院结构所陈定外译, 1995
- [3] ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318 R-85)[S]. American Concrete Institute, Detroit, 1995

Evaluation of Sectional Curvature Modification Factor Included in the Eccentricity Magnifier of RC Eccentrically Compressed Members

WANG Zhi-jun¹ BAI Shao-liang¹ GAO Xiao-li²

(1. Faculty of Civil Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045 China; 2. China Southwest Architectural Design & Research Institute, 610000, China)

Abstract On the basis of analyzing the characteristics of moment magnification caused by second-order effect in the RC compressed members with small eccentricity, the physical backgrounds, advantages and disadvantages of various curvature modification factor expressions reflecting variation of ultimate sectional curvature included in the eccentricity magnifier equation are presented. Suggestions are made for the revision of China National Standard "Code for Design of Concrete Structures".

Key Words reinforced concrete (RC); eccentrically compressed member; second-order effect; ultimate curvature