

文章编号: 1006-4729(2002)02-0029-05

# 轴向流固定床反应器内渗流方程的力学分析

陈金娥

(上海电力学院 动力工程系, 上海 200090)

摘要: 根据轴向流固定床反应器内部固定床层中流体的流动特性, 建立了渗流模型与渗流基本方程, 并对渗透阻力及其他作用力进行了力学分析与讨论.

关键词: 固定床反应器; 多孔介质; 渗流

中图分类号: O357.3 文献标识码: A

## 引言

化学工业中混合气体的催化反应常在带有固体催化剂床层的固定床催化反应器中进行, 这类催化反应器有轴向流、径向流与轴径向流等各种不同型式, 本文研究的轴向流固定床反应器是化学工业中催化反应器常见的型式之一. 轴向流固定床反应器主要由 3 部分组成: 第一部分也是最重要部分, 称为固定床层部分, 包括催化剂层和惰性填料层; 第二部分是从进口管道到固定床层之前的空间区域部分, 包括气体进口预分布器和均化空间; 第三部分是固定床之后到出口管道之间的气体出口收集器部分. 典型的轴向流固定床反应器如图 1 所示<sup>[1]</sup>.

轴向流固定床反应器的性能优劣的重要标志之一, 是固定床层中各部分的催化剂能否得到均匀和充分的利用.

如果一部分催化剂超负荷, 而另一部分催化剂却作用很小, 这样就会造成催化剂的浪费和催化反应过程的恶化, 从而使催化反应器的性能下降. 因此, 在催化剂床层中实现气体流动速度的均匀分布是十分重要的.

国外对气体进口预分布器和填料均布作用进行过研究, 但这些研究大多属于专利或报导性质, 极为简单. 目前, 国内这方面研究虽然较少, 但已经引起有关方面的重视, 人们希望通过对固定床

催化剂中流体的流动特性进行深入研究, 为优化反应器的设计, 提高反应器的性能提供理论基础.

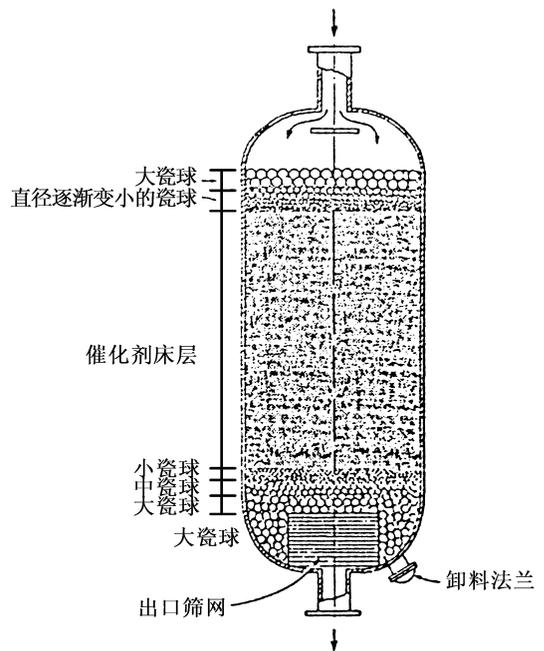


图 1 典型的轴向流固定床反应器

笔者曾对工程中常见的轴向流固定床反应器中的流体流动进行过理论分析和数值计算. 本文将从流体力学角度出发, 针对轴向流固定床反应器中流体流动情况, 建立渗流模型和相应的基本方程, 并对其进行力学分析.

## 1 多孔介质中的渗流模型

在轴向流固定床反应器的固定床层中充满着许多微小颗粒的固体物质(催化剂颗粒和惰性填料颗粒),当流体流经固定床层时,就在这些大量密集的微小颗粒的微小空隙中流动,流体在这些微小空隙中的流动情况是非常复杂的,对其进行仔细研究则是相当困难的.实际上,在工程应用中,我们并不关心每个微小空隙中流体的详细流动情况,而只关心流体在固定床层中整体的流动特性,诸如速度、压力、温度、密度等参量的分布规律.因此,我们可以根据固定床层的物理特征,将固定床层看作由固体物质组成的骨架和由骨架分隔成的大量密集成群的微小空隙所构成的物质,即多孔介质.

众所周知,在一般的工程流体力学问题研究中,往往引进包含足够多分子的流体微团概念,并利用统计平均方法定义每一个空间位置上流体的宏观流动参量.在多孔介质中,我们也可类似地引进包含适当多微小颗粒和微小空间的微团概念,利用统计方法定义多孔介质中每一空间位置上流体的宏观流动参量.这样就可以不必研究每一个微小空隙中的流体的流动情况,也不必去研究每一个微小固体颗粒与流体之间的相互作用情况,从而使一个非常复杂的流动问题得以简化,并使一个难以求解的复杂问题,可以利用流体力学方法比较容易地得到解决.工程渗流力学则是工程流体力学的一个重要分支,它主要研究流体在多孔介质内流动的宏观规律.

由于引进渗流模型,一般的流体力学的基本方程就不再适用于渗流情况,为此,必须根据渗流特性,重新导出渗流基本方程.本文首先讨论渗流模型中所出现的与一般流体力学意义不同的渗流特性.

在多孔介质中,由于一部分空间被固体物质所占有,因此,在某一空间区域中,其空间体积与其中的空隙体积是不相同的,定义空隙体积与空间体积之比为多孔介质的体空隙率(也称体孔隙率),同样,定义空隙截面积与相应的空间截面积之比为多孔介质的面空隙率(也称面孔隙率),在均匀的多孔介质中,体空隙率与面孔隙率的分布都是均匀的,并且可以证明,体空隙率与面孔隙率是相等的,所以可以统称为多孔介质的空隙率.

在多孔介质中,由于大量微小颗粒的存在,流体在大量密集的微小空隙中流动,流体对这些微小颗粒的固体物质形成一种相当于绕流的流动,并在大量密集的微小空隙中形成一种相当于缝隙中的流动.这些流动都使流体与固体物质之间存在着一种相互作用力.利用多孔介质的渗流模型,可以不必研究流体在每一微小空隙中的流动情况以及受到每一微小固体颗粒作用力的影响.而只需研究多孔介质中每个空间位置上统计平均意义上的宏观的作用力.作者将这些微小颗粒的固体物质对流体的作用力归结为渗透阻力,渗透阻力是多孔介质中特有的一种作用力,它是作用在流体上的诸多作用力中极为重要的一种作用力.因此,渗透阻力是多孔介质渗流研究的一个重要内容,本文将作重点讨论.

## 2 多孔介质的渗流基本方程

根据质量守恒原理:单位时间内控制体内流体质量增加量等于净流入控制体的质量.由此,不难写出多孔介质中渗流的连续性方程

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \epsilon \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

式中:  $\rho$  — 流体密度;

$\mathbf{V}$  — 流体速度;

$\epsilon$  — 多孔介质的空隙率.

对于图1所示的轴向流固定床反应器中的轴对称流动而言,可选取  $Z$  轴垂直向下的柱面坐标系  $o-r\theta z$ ,在此坐标系下,渗流连续性方程则可以写成

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \epsilon \mu}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho \epsilon v}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

式中,  $\mu$  和  $v$  分别为速度  $\mathbf{V}$  在坐标轴  $Z$  和  $r$  方向上的分量.

在渗流理论中,还常用渗流速度  $V_p$  来代替真实流动速度  $\mathbf{V}$ ,渗流速度  $V_p$  是一种假想的流动速度,它表示渗流在与流动方向垂直的截面上的平均速度.它与流体真实速度  $\mathbf{V}$  之间满足如下关系式

$$\mathbf{V}_p = \epsilon \mathbf{V} \quad (3)$$

用渗流速度表示的连续性方程则可以写成

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}_p) = 0 \quad (4)$$

根据动量定理,单位时间内控制体内流体动量的变化率等于作用于控制体内流体上的合外力

加上单位时间内通过控制面净流入的流体动量, 由此可以写出多孔介质中渗流的运动方程

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) V = f - \frac{1}{\rho} \nabla p + f_v - f_p \quad (5)$$

式中:  $p$  ——流体的压力;

$f, f_v, f_p$  ——单位质量流体所受到的质量力、粘性力与渗透阻力。

渗透阻力是多孔介质中特有的作用力, 下面先对它进行力学分析。

### 3 渗透阻力的表示式及其力学分析

渗透阻力  $f_p$  表示多孔介质中微小颗粒的固体物质对流体的作用力, 单从理论上很难得到渗透阻力的表示式, 而要依靠大量的实验研究。

早在 1856 年 Darcy 从大量实验中总结出著名的 Darcy 定律<sup>[2]</sup>

$$Q = KA \frac{\Delta H}{L} \quad (6)$$

式中:  $Q$  ——单位时间内流过截面积为  $A$  的管道的流量;

$\Delta H$  ——该管道中相距为  $L$  的两截面上的水头之差;

$K$  ——渗透系数。

利用量纲分析方法可将  $K$  写成

$$K = \frac{k \rho g}{M} \quad (7)$$

式中,  $k$  ——渗透率。

利用 Darcy 定律和运动方程(5), 我们可以得到一维流动的渗透阻力表示式

$$f_p = \frac{\mu \epsilon V}{k \rho} = \frac{\mu V_p}{k \rho} \quad (8)$$

再将其推广到三维流动, 则可得到渗透阻力的表示式

$$f_p = \frac{\mu \epsilon}{k \rho} V = \frac{\mu}{k \rho} V_p \quad (9)$$

在各向同性的多孔介质中,  $k$  为常数, 否则  $k$  是一个张量。

大量实验表明, 随着流动速度的增大, 渗透阻力与流动速度之间由 Darcy 定律所描述的线性关系不再成立, 渗透阻力与流动速度的平方关系将起着越来越大的作用。这类似于流体在管道中流动的阻力或流体绕流固体的阻力与流动速度之间的关系。他们的力学机理也是相类似的, 即当流动速度很小时, 其阻力主要是粘性摩擦阻力, 而随着流动速度的增大, 惯性力在阻力中所起的作用迅

速增大, 并起主要作用。因此, 当流动速度较大时, 在渗透阻力公式中必须加上速度平方项, 于是我们将渗透阻力  $f_p$  写成一般形式

$$f_p = (C_f + C_j V) V \quad (10)$$

式中,  $C_f$  与  $C_j$  为渗透阻力系数, 可以通过理论分析与实验方法来得到其表达式。

将式(9)与(10)进行对照, 并按照 Darcy 定律, 我们可以得到渗透阻力系数为

$$C_f = \frac{\epsilon \mu}{k \rho} \quad C_j = 0 \quad (11)$$

Forchheimer 所提出的带有速度平方项的公式被称为 Darcy - Forchheimer 定律<sup>[3][4]</sup>。采用此定律, 可以得到对应的渗透阻力系数

$$C_f = \frac{\epsilon \mu}{k \rho} \quad C_j = \frac{C_F \epsilon^2 V}{\sqrt{k}} \quad (12)$$

式中,  $C_F$  为无量纲阻力常数。于是, 按照 Darcy - Forchheimer 定律, 我们可以写出渗透阻力  $f_p$  的表示式为

$$f_p = \left( \frac{\epsilon \mu}{k \rho} + \frac{C_F \epsilon^2 V}{\sqrt{k}} \right) V \quad (13)$$

Lage 通过实验还发现<sup>[5]</sup>, 当流动速度进一步增大到某个值后,  $C_F$  不再保持为常数, 而与速度  $V$  成线性关系, 这样, 公式(13)等号右边的第二项将与速度呈现三次方关系。

Ergun 根据固定床层压降理论分析, 得到了著名的 Ergun 方程<sup>[1]</sup>, 其表示式为

$$\frac{\Delta p}{l} = 150 \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \frac{\mu V_p}{(\Phi_p d_p)^2} + 1.75 \frac{1-\epsilon}{\epsilon^3} \frac{\rho V_p^2}{\Phi_p d_p} \quad (14)$$

式中:  $l$  ——床高;

$\Delta p$  ——床层压降;

$\Phi_p, d_p$  ——多孔介质中固体颗粒的形状系数与当量直径。

利用 Ergun 方程, 可以得到渗透阻力表示式

$$f_p = \left[ 150 \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon \Phi_p d_p} \right) + 1.75 V \right] \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon \Phi_p d_p} \right) V \quad (15)$$

对照式(10)和式(15)不难看出, 采用 Ergun 方程时我们得到的渗透阻力系数为

$$C_f = 150 \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon \Phi_p d_p} \right)^2 \quad C_j = 1.75 \left( \frac{1-\epsilon}{\epsilon \Phi_p d_p} \right) \quad (16)$$

在轴向流固定床反应器中, 渗透阻力  $f_p$  一般常用式(15)进行计算。

### 4 渗流基本方程中其他各项的力学分析

根据轴向流固定床反应器内流体流动的实际

情况,我们对渗流基本方程中除了渗透阻力之外的其他各项进行如下力学分析.

#### 4.1 时间导数项的分析

时间导数项表示流体流动的瞬态变化,对于定常流动而言,此项取值为零,对于非定常流动而言,此项不为零.对于多孔介质中非定常流动来说,在大多数情况下,流体在多孔介质中所受到的渗透阻力较大,理论分析与实验都证明,流体在多孔介质中瞬变流动过程衰减得非常快,因此,基本方程中关于时间的导数项一般都可忽略不计,而且工程上许多情况都属于定常流动,本文讨论的轴向流固定床反应器内的流体流动可按定常流动处理.

#### 4.2 对流项的分析

基本方程中的对流项  $(V \cdot \nabla) V$  决定于流场中的速度大小及其分布情况,在多孔介质中,当空隙率较大、流场速度变化较大时,需要考虑对流项.而在大多数情况下,多孔介质中流动速度不大,并且分布较为均匀,尤其是在空隙率较小的情况下,对流项可忽略不计.

#### 4.3 质量力项的分析

在重力场中质量力  $f$  就是单位质量流体所受到的重力.在本文所述的柱面坐标系下,它一般可以写成

$$f = g e_z \quad (17)$$

式中:  $g$  —重力加速度;

$e_z$  —坐标轴  $Z$  上的单位向量.

正如一般流体力学中所讨论的那样,对于气体而言,重力场中的质量力往往忽略不计.

#### 4.4 压力项的分析

压力项  $\frac{1}{\rho} \nabla p$  与流体压力  $p$  在空间中的分布规律有关,其意义与一般流体力学中所说的相同,在工程中受到非常重视.因此,它也是渗流问题中重要研究内容之一.

#### 4.5 粘性力项的分析

粘性力  $f_v$  表示流体微团之间因相对运动而引起的流体内部的摩擦力.其表示式可写成

$$f_v = \frac{\mu_e}{\rho} [\nabla^2 V + \frac{1}{3} \nabla(\nabla \cdot V)] \quad (18)$$

式中,  $\mu_e$  —流体的有效粘度,与流体性质和流动状态有关.

由表示式(18)可见,粘性力  $f_v$  也与流场中速度大小及其分布情况有关.理论分析与数值计算结果表明,它具有与对流项相类似的情况,即流体在多孔介质中流动时,在大多数情况下,尤其是在空隙率较小、流场速度分布比较均匀的情况下,粘性力  $f_v$  比渗透阻力  $f_p$  小得多.此时,粘性力  $f_v$  可忽略不计.但当空隙率较大、流场速度分布不均匀时,需要考虑粘性力  $f_v$ ,此时还将涉及有效粘度  $\mu_e$ .通过数值计算发现,当空隙率较大时,  $\mu_e$  可近似取为无多孔介质时的值.

## 5 结 论

根据上述渗流基本方程及其力学分析,结合本文研究的轴向流固定床反应器内流体流动情况,可以得到以下几点主要结论:

1 根据轴向流固定床反应器中固定床层内流体流动的情况,建立了渗流模型和渗流基本方程,又根据多孔介质中渗流特性,在基本方程中引进了渗透阻力项;

2 根据 Darcy 定律等多种公式,导出了渗透阻力的多种表示式,在轴向流固定床反应器中,渗透阻力  $f_p$  可采用式(15)进行计算;

3 流体在多孔介质流动时,会受到各种作用力,通过这些作用力的理论分析与数值计算,发现在一般渗流问题中,在基本方程中起着主要作用的是压力项和渗透阻力项,而其他各项在许多场合下往往被忽略不计;

4 根据本文所述的渗流基本方程,并考虑轴向流固定床反应器中化学反应的实际情况,可用数值计算方法求得轴向流固定床反应器中流动参数的变化情况,这方面内容将在另外文章中详细论述.

#### 参考文献:

- [1] 霍华德, F·拉塞, 化学反应器设计. 第一卷. 原理与方法 [M]. 北京: 化学工业出版社, 1982.
- [2] J. 贝尔. 多孔介质流体动力学 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983.
- [3] Pascal J P, Pascal H. Pressure diffusion in unsteady non-Darcian flows through porous media [J]. Eur J Mech. B/ fluids, 1995, 14

- (1); 75 ~ 90.
- [4] Pascal J P, Pascal H. Non-linear effects on some unsteady non-Darcian flows through porous media [ J ]. *Int. J. Non-Linear Mechanics*, 1997, 22(2): 361 ~ 376.
- [5] Lage J L, Antohe B V, Nield D A. Two types of nonlinear pressuredrop versus flow-rate relation observed for saturated porous media[ J ]. *ASME J. Fluids Engineering*, 1997.

## Equations and Mechanical Analysis of Flow through Porous Medium in the Axial-flow Fixed-bed Reactor

CHEN Jin-e<sup>\*</sup>

(*Department of Thermal Power Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China*)

**Abstract:** The model and basic equations of flow through porous medium are established according to the characteristics of fluid in the fixed-bed of the axial-flow fixed-bed reactor. A mechanical analysis and discussion of various kinds of force, including permeation resistance, are made in the paper.

**Key words:** fixed-bed reactor; porous medium; flow through porous medium