

文章编号: 1006-4729(2010)05-0478-03

# 共享隐变量模型的解析算法及应用

仝明磊, 边后琴

(上海电力学院 计算机与信息工程学院, 上海 200090)

**摘要:** 从理论上探讨了共享隐结构模型的实质, 并证明其与经典主分量分析的等价性. 针对经典的共享隐结构算法需要使用确定性优化算法或者 EM 算法求解, 且初值的设定以及优化速度精度很难控制这一特点, 给出了共享隐变量模型的解析式, 证明了高斯过程共享隐变量模型等价于经典 PCA 方法, 即可以用 PCA 方法作为共享隐变量模型的解析式, 并给出在人体运动分析中的实验结果.

**关键词:** 共享隐变量模型; 三维人体运动分析; 维数约简

**中图分类号:** TP391.4      **文献标识码:** A

## Close Form Algorithm of Shared Latent Model and Its Application

TONG Ming lei BIAN Hou qin

(School of Computer and Information Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

**Abstract** The characteristics of the Shared Latent Model are studied from theoretical perspective with focus on the lack of a closed-form solution for the shared latent model and proof is given that the Principal Component Analysis is equivalent to the shared latent model. Furthermore, ridge regression is introduced to the framework of calculating shared latent model. Finally, the experimental results are presented to prove the efficiency of the algorithm.

**Key words:** shared latent model; 3D human motion; dimensions reduction

在机器学习领域, 共享隐结构模型与维数约简有很大的关系, 它是维数约简从单一观测空间到多个观测空间的扩展, 即将多个空间的数据降至一个共享的低维空间, 并通过逆映射能最大程度地重建原空间. 主分量分析法 (PCA)<sup>[1]</sup> 是一种经典的线性维数约简方法, 目的是寻找能够表示采样数据的最好的投影子空间, 并且通过反变换, 将约简后的数据反变换回原空间, 使得原来数据

的信息损失较少. 流形学习方法是 2000 年以来比较常用的非线性维数约简方法, 主要有局部线性嵌入 (Locally linear embedding LLE)<sup>[2]</sup>、等距映射 (Isomap)<sup>[3]</sup> 和 Laplacian<sup>[4]</sup> 特征根方法, 但是流形学习方法很难用解析的方法求得逆映射. 典型的相关分析法 (CCA) 是一种分析两个变量集合之间关系的重要方法, 它通过求解一个广义特征值问题, 来寻找最大相关性的方向. 在文献 [5] 中,

收稿日期: 2010-07-12

通讯作者简介: 仝明磊 (1976-), 男, 博士, 讲师, 山东郓城人. 主要研究方向为计算机视觉, 自由视点视频, 智能人机接口. E-mail: tongminglei@gmail.com

基金项目: 上海电力学院实验教改项目 (SYJG10-15).

利用高斯过程回归实现的共享隐结构模型可以看作是 CCA的一种非线性拓展.

## 1 共享隐变量解析法

### 1.1 共享隐变量模型与 PCA的等价性

不失一般性, 给定两个不同的高维空间:  $X=[x_1, x_2, \dots, x_N]^T, x_i \in R^{D_1}, Y=[y_1, y_2, \dots, y_N]^T, y_i \in R^{D_2}$ . 在共享的隐空间里, 有  $Z=[z_1, z_2, \dots, z_N]^T, z_i \in R^d, D_1 > d$  且  $D_2 > d$  对于线性模型:

$$x_i = W_1 \times z_i + \omega_i \quad (1)$$

$$y_i = W_2 \times z_i + \eta_i \quad (2)$$

式中:  $W_1 \in R^{D_1 \times d}, W_2 \in R^{D_2 \times d}$  分别为隐变量到高维观测空间的线性映射,  $\omega_i \in R^{D_1}, \eta_i \in R^{D_2}$  分别服从零均值的高斯分布.

$$P(\omega_i) = N(\omega_i | 0, \beta_1^{-1}) \quad (3)$$

$$P(\eta_i) = N(\eta_i | 0, \beta_2^{-1}) \quad (4)$$

从贝叶斯学派的观点来看,  $W_1, W_2$  可以看作是随机变量, 服从某一分布. 这里, 令:

$$P(W_1) = \prod_{i=1}^{D_1} N(w_{1i} | 0, \beta_1^{-1}) \quad (5)$$

$$P(W_2) = \prod_{i=1}^{D_2} N(w_{2i} | 0, \beta_2^{-1}) \quad (6)$$

式中:  $w_{1i}, w_{2i}$  ——  $W_1, W_2$  的第  $i$  行.

将这两个权重矩阵边缘化积分后得到的边缘相似度为:

$$P(X|Z, \beta_1) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{ND_1} |K_X|^{D_1}}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(K_X^{-1} XX^T)\right\} \quad (7)$$

$$P(Y|Z, \beta_2) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{ND_2} |K_Y|^{D_2}}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}(K_Y^{-1} YY^T)\right\} \quad (8)$$

式中:  $K_X = ZZ^T + \beta_1^{-1} \mathbf{I}; K_Y = ZZ^T + \beta_2^{-1} \mathbf{I}$

当  $P(X, Y) = P(X)P(Y)$  时, 得到两者和的负对数为:

$$L = -\frac{ND_1}{2} \ln 2\pi - \frac{D_1}{2} \ln |K_X| - \frac{1}{2} \text{tr}(K_X^{-1} XX^T) - \frac{ND_2}{2} \ln 2\pi - \frac{D_2}{2} \ln |K_Y| - \frac{1}{2} \text{tr}(K_Y^{-1} YY^T) \quad (9)$$

得到对于  $Z$  的梯度为:

$$\frac{\partial L}{\partial Z} = K_X^{-1} D_1 XX^T K_X^{-1} Z - K_X^{-1} Z +$$

$$K_Y^{-1} D_2 YY^T K_Y^{-1} Z - K_Y^{-1} Z \quad (10)$$

当  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  时, 令  $K_X = K_Y = K$  当梯度值等于零时, 则有:

$$D_1 XX^T K^{-1} Z + D_2 YY^T K^{-1} Z = 2Z \quad (11)$$

令  $Z$  的奇异值分解为:

$$Z = UIV^T \quad (12)$$

根据文献[1]中 SPCA与 PCA等价性的相关推导, 可以得出:

$$\frac{D_1 XX^T + D_2 YY^T}{2} U = U(\Lambda + \beta^{-1} \mathbf{I}) \quad (13)$$

$$\text{令 } X' = \frac{\sqrt{2D_1}}{2}, Y' = \frac{\sqrt{2D_2}}{2}, \Lambda = \Lambda + \beta^{-1} \mathbf{I} \text{ 式}$$

(13)可以写成:

$$(X'X'^T + Y'Y'^T)U = U\Lambda \quad (14)$$

可以推导出:

$$[X' \ Y'] [X' \ Y']^T U = U\Lambda \quad (15)$$

两边乘以  $U^T$ :

$$U^T [X' \ Y'] [X' \ Y']^T U = \Lambda \quad (16)$$

很明显,  $U' = [X' \ Y']^T U \Lambda^{-\frac{1}{2}}$  为正交阵. 式(15)两边乘以  $[X' \ Y']^T$ , 则有:

$$[X' \ Y']^T [X' \ Y'] U' = U' \Lambda \quad (17)$$

这正是对样本  $[X' \ Y']$  进行主分量分析的公式, 而共享隐变量模型与经典的 PCA的等价性也由此可以得到证明.

### 1.2 共享隐变量的岭回归

共享隐变量模型的解析方法不像其概率模型一样具有中值预测机制, 由于缺少单个高维空间到共享隐空间的映射, 很难将其实用化, 本文采用共享隐变量模型的岭回归方法, 可使该方法方便地应用到人体运动跟踪中. 根据式(17)求出共享的低维隐变量, 不妨设其维数为  $d$  令  $M = [X' \ Y']^T$ , 将  $M^T, M$  进行特征值分解, 取  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots, \lambda_d$  对应的特征向量  $u_i (\leq d)$  作为变换矩阵, 则:

$$Z = [M^T \times [u_i]]^T \quad (18)$$

即可得到  $d \times N$  维的共享隐变量.

训练出低维隐变量与  $X, Y$  的关系:

$$Z = X \times w_1 + b_1 \quad (19)$$

$$Z = Y \times w_2 + b_2 \quad (20)$$

式中:  $w_1, w_2$  —— 训练出的权矩阵;

$b_1, b_2$  —— 训练出的修正系数.

由式(19)和式(20)可以推导出新的高维空

间数据对应的隐变量,并根据变换矩阵的逆运算重建高维数据.

## 2 共享隐变量解析方法实验

鉴于共享隐变量解析模型应用尚未成熟,本文仅给出该模型在基于学习的人体运动恢复中的初步应用.实验的程序编写是基于 Windows XP 平台的 Matlab 7.0 实验中,利用具有真值的 120 帧人体图像,真值来自 CMU 运动捕获库,图像序列由商业软件 Poser 生成,图像大小被裁减至  $120 \times 160$ . 图像特征使用了距离图像,每个像素的大小为该点到人体轮廓的最小欧式距离,这样,整个轮廓上的点的值均为零,轮廓外的所有点均为负的距离,轮廓内的所有点均为正的距离.将距离图像矩阵转换成  $19\ 200$  的向量,整个序列的图像特征为  $19\ 200 \times 120$  维.为降低特征维数,利用降维操作将图像特征变为  $100 \times 120$  维(实验证明该操作保持了原轮廓的 99.6% 的信息).每帧图像序

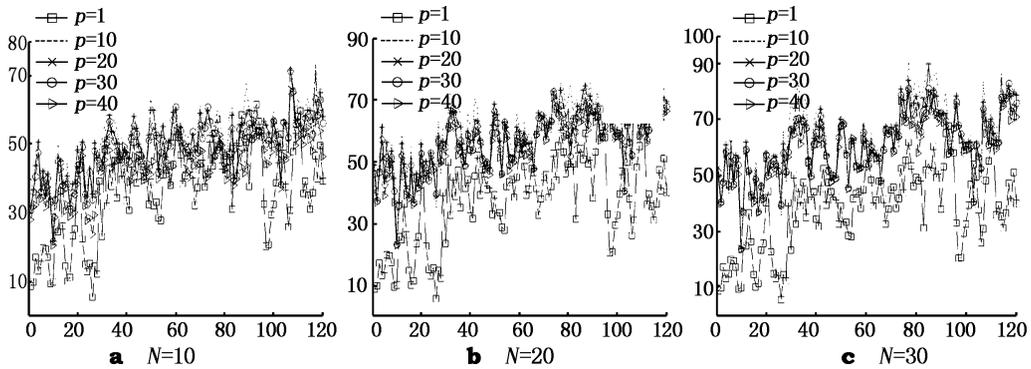


图 1 不同维数共享隐变量模型在重建人体姿势时的信噪比

图像、重建图像及重建的三维姿势(用 Poser 生成的块状模型)。

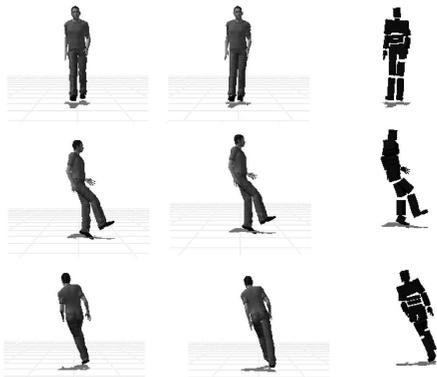


图 2 共享隐变量维数为 20 的重建结果

列对应的运动向量的操作需要将运动捕获文件从 .amc 转换成 .bvh 文件,然后从 .bvh 文件中抽取  $60 \times 120$  维数据作为运动数据.将图像特征数据作为  $Y$  运动数据作为  $X$  将两种数据合并成  $160 \times 120$  的矩阵  $M$  求出共享的低维隐变量.实验中使用的测试序列是从训练序列中抽样得到的,并给出隐变量在不同维数下的姿态恢复情况,姿态恢复的评价指标借鉴了图像重建中的信噪比:

$$R_N = 10 \lg \left( \frac{\|X\|^2}{\|X - \hat{X}\|^2} \right) \quad (21)$$

图 1 给出了不同维数共享隐变量模型在重建人体姿势时的信噪比.在实际实验中需要注意的是:当图像特征数据与运动数据在量纲或者尺度方面相差很大时,该方法重建的效果不能令人满意,因此在实践中最好放大尺度比较小的数据.本实验中我们将  $X$  的尺度放大,并给出在不同尺度下的重建效果比较.

图 2 给出了共享隐变量维数为 20 时的原始

实验还给出经典的共享隐变量模型与解析方法的比较,因为经典方法需要以 PCA 方法为初值,并且需要进一步优化才能够得到,在重建的精度上比解析方法要提高 1% ~ 5%,但是在计算速度上,解析法的计算速度要比经典模型快 5 倍以上.

## 3 结论

(1) 初步探讨了共享隐结构解析方法,从研究高斯过程共享隐变量的实现出发,证明了高斯共享隐变量模型与经典 PCA 方法的等价性.

(2) 用经典的 PCA 求解共享隐变量模型,并给出在基于学习的人体运动恢复中的初步实验,

(下转第 497 页)

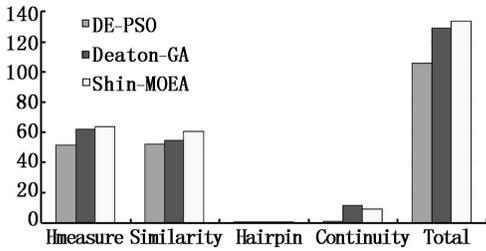


图 2 DE-PSO序列与文献[11]和文献[12]中的序列比较

通过对比发现, 本文提出的算法在产生编码方面是有效的, 序列集在 Hmeasure和相似度上有明显的优势。

## 5 结束语

本文针对序列集设计问题的评价体系, 分析了数字编码 DNA序列的优势, 应用改进粒子群算法, 通过缩小搜索空间, 优化算子提高搜索效率, 为 DNA序列集设计提供了新的解决思路。仿真结果表明该方法获得的序列集更优化, 能够提供科学的编码依据。

## 参考文献:

- [1] ADLEMAN L. Molecular computation of solution to combinatorial problems [J]. Science, 1994, 66(11): 1 201-1 204.
- [2] BAUM E B. DNA sequences useful for computation [C] // Proceedings of the 2nd Annual DLMACS Meeting on DNA-based Computers. Princeton, 1996: 235-242.
- [3] 陈惟昌, 陈志义. DNA序列高维空间数字编码的运算法则 [J]. 生物物理学报, 2009, 17(3): 542-549.

- [4] 张凯, 耿修堂. DNA计算中核苷酸序列设计方法比较研究 [J]. 计算机学报, 2008, 31(12): 2 149-2 154.
- [5] ZHANG K, XU J, GENG X T, et al. Improved taboo search algorithm for designing DNA sequences [J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(5): 623-627.
- [6] ARTINA M, KOBAYASHI S. DNA sequence design using templates [J]. New Generation Computer, 2002, 20(5): 263-277.
- [7] GARZON M, DEATON R, NEATHERY P, et al. On the encoding problem for DNA computing [C] // Preliminary Proceedings 3rd DLMACS workshop on DNA Based Computers. Philadelphia: University of Penns, 1999: 230-237.
- [8] CLUPRNA G, LOAN D, MUNTEANU I. Use of intelligent particle swarm optimization in electromagnetics [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2002, 38(2): 1 037-1 040.
- [9] REYNOLDS R G, MICHALEWICZ Z, CAVARETTA M. Using cultural algorithm for constraint handling in GENOCOP [C] // Proceedings of the 4th Annual Conference on Evolutionary Programming. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1995: 298-305.
- [10] 马慧民, 柳毅, 叶春明. 基于改进粒子群算法求解单级多资源约束生产批量计划问题 [J]. 工业工程与管理, 2005, 10(6): 66-70.
- [11] DEATON R, MURPHY R C, GARZON M, et al. Good encodings for DNA-based solutions to combinatorial problems [C] // Proc. 2nd Annual Meeting DNA Based Computing, 1996: 247-258.
- [12] SHIN S Y, LEE I H, KIM D. Multiobjective evolutionary optimization of DNA sequences for reliable DNA computing [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2005, 9(2): 143-158.

(上接第 480 页)

实验结果表明共享隐变量的解析模型可以用于人体运动分析。

## 参考文献:

- [1] ROWEIS S M. EM Algorithms for PCA and SPCA [C/O]. Neural Information Processing Systems, 1998: 626-632. <http://books.nips.cc/papers/files/nips10/0626.Pdf>
- [2] TENENBAUM J B, SILVA De V, LANGFORD J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction [J/O]. Science, 2000, 290(5500): 2319-2323. <http://www.sciencemag.org/cgi/content/abstract/290/5500/2319>
- [3] ROWEIS S, SAUL L. Nonlinear dimensionality reduction by

locally linear embedding [J/O]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326. <http://www.sciencemag.org/cgi/content/abstract/sci290/5500/2323>

- [4] BELKIN M, NIOGHI P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering [C/O]. Neural Information Processing Systems, 2002: 585-591. <http://books.nips.cc/papers/files/nips4/AA42.Pdf>
- [5] SHON P, GROCHOW K, HERTZMANN A, et al. Learning shared latent structure for image synthesis and robotic imitation [C/O]. Neural Information Processing Systems, 2005: 1 233-1 240. [http://books.nips.cc/papers/files/nips8/NIPS05\\_0221.Pdf](http://books.nips.cc/papers/files/nips8/NIPS05_0221.Pdf)