

文章编号: 1006-4729(2007)02-0167-06

给水管网可靠性分析中系统问题的研究

朱 晔^{1,2}, 寇新建¹

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240
2. 上海市嘉定自来水有限公司, 上海 201800)

摘 要: 给水管网系统可靠性分析的主要难题是确定复杂系统可靠度与其组件可靠度之间的关系. 通过对给水管网冗余数分量矩阵的计算确定组件的重要性系数是一种全新的尝试. 实例证明, 这种方法是可行、有效的.

关键词: 给水管网; 组件可靠度; 系统可靠度; 冗余数
中图分类号: TU991.33 文献标识码: A

Study on System-problem of Reliability Analysis in Water Distribution Systems

ZHU Ye^{1,2}, KOU Xin-jian¹

(1. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong
University, Shanghai 200240, China
2. Shanghai Jiading Water Co. Ltd., Shanghai 201800, China)

Abstract The main difficulty in the study on system problem of reliability analysis in water distribution systems is the relation between the subassembly-reliability and system-reliability. A new method is developed to calculate the redundancy to determine the weight coefficient of subassembly. Some simple examples are adopted to verify the availability of this method.
Key words water distribution system; subassembly reliability; system reliability; redundancy

城市给水系统是城市的基础设施之一. 随着经济的发展、人口的增长、人民生活水平的提高和用水设施的改善, 使得城市用水量逐年增加, 城市给水管网也经历了从无到有、从小到大, 不断新建、扩建、改建的逐步发展历程. 给水系统的扩大一方面反映了用水需求量的增加, 但另一方面也意味着一旦出现网络故障将会导致严重的后果. 因此, 给水管网系统的可靠性问题越来越受到人们的关注. 所谓给水系统的可靠性是指在规定时间内, 在规定的使用状态下给水系统完成预定功能的性能. 给水管网系统的功能是保证用户获得

所需的水量和水压(本文不考虑水质因素)^[1].

给水管网系统是一个复杂多变的动态系统, 影响给水管网可靠性需要综合考虑的动态因素很多, 目前国内外都还在致力于这方面的研究. 系统可靠性理论的中心问题就是要确定复杂系统可靠度与其组件可靠度之间的关系.

1 给水管网系统可靠度最常用的计算方法

给水管网系统可靠度最常用的计算方法有 3 种^[2,3]:

(1)最小值法 系统可靠度等于系统内最小的组件可靠度,即

$$R_s=\min(R_i)$$

(1)

式中: R_s ——系统可靠度;
 R_i ——组件 i 的可靠度.

(2)算术平均法 系统可靠度等于系统内部各组件可靠度的算术平均值,即

$$R_s=\frac{\sum_{i=1}^JR_i}{J}$$

(2)

式中, J ——总组件数.

(3)加权平均法 系统可靠度等于组件可靠度的加权平均值,即

$$R_s=\frac{\sum_{i=1}^Jw_iR_i}{\sum_{i=1}^Jw_i}$$

(3)

式中, w_i ——组件 i 的权函数.

系统可靠度是给水系统在服务年限内发挥正常功能的概率^[1]. 从这个定义出发, 通常最小值法计算的系统可靠度要明显小于实际的系统可靠度. 它可以理解为若系统内存在一个组件的可靠度得不到满足, 就认为系统发生故障(当然也有例外, 如对于一个简单的串联系统, 当各组件可靠度相等且互不相关时, 系统的可靠度为各组件可靠度的乘积. 显而易见, 此时系统的可靠度应低于单个组件的可靠度, 特别是当组件个数趋于无穷时, 体系可靠度趋于零).

算术平均法的前提是每个组件的权重是相同的. 然而在实际情况中, 不同的地区、不同的时间段, 以及不同的管线故障引起的系统故障的严重程度是明显不同的, 这也会导致组件及系统的可靠性之间的关系绝对不是简单的算术平均.

加权平均法设定了权函数, 与前两种计算方法相比有所改进. 但这种方法同样没有考虑系统的拓扑结构.

就以简单的串联和并联系统为例. 对于串联系统, 系统内任一组件损坏都会引起系统的故障. 系统的正常工作事件可以表示为所有正常工作事件之积^[2 3], 即

$$R_s=P_1(M_1\cap M_2\cap \cdots \cap M_i\cap \cdots M_{n_1})$$

(4)

式中: M_i ——第 i 个组件正常工作的事件;
 n_1 ——系统内串联组件的总数.

假设各个组件故障的发生是独立事件^[2 3],

则

$$R_s=P_1(M_1)P_1(M_2)\cdots P_1(M_i)\cdots P_1(M_{n_1})=R_1R_2\cdots R_i\cdots R_{n_1}$$

(5)

式中, R_i ——第 i 个组件正常工作的概率, 即组件 i 的可靠度.

对于并联系统, 当所有组件都发生故障才会出现系统故障. 也就是说, 并联系统的故障事件是组件故障事件之积, 以 F 表示故障率, 则部件 i 的故障率为 F_i , 系统的故障率则可以表示为^[2 3]

$$F_s=F_1F_2\cdots F_i\cdots F_{n_2}=\prod_{i=1}^{n_2}(1-R_i)$$

(6)

式中, n_2 ——系统内并联组件的总数.

由此, 系统的可靠度为^[2 3]

$$R_s=1-F_s=1-\prod_{i=1}^{n_2}(1-R_i)$$

(7)

由此可见, 系统的可靠度应该取决于两个因素, 即: 组件可靠度和组件连接形式. 不管是串联还是并联系统, 系统的可靠性都不可能是组件可靠性的简单相加或相乘, 更何况给水管网系统是既有串联又有并联、串联中有并联、并联中有串联的复杂的大系统.

2 给水管网的冗余数分量矩阵

设管网中已知节点水压为 H_A , 未知节点水压为 t 维向量

$$H=(H_1\ H_2\cdots H_t)^T$$

(8)

管网内的管线流量为 n 维向量

$$q=(q_1\ q_2\cdots q_n)^T$$

(9)

式中, $n\geq t$

设节点 i 与节点 j 之间的管线号为 k , 则根据管网计算的基础方程^[1], 可得

$$H_i-H_j=S_kq_k^x$$

(10)

式中: $H_i\ H_j$ ——管线 k 两端节点 $i\ j$ 的水压高程;
 S_k ——管线 k 的摩阻;
 q_k ——管线 k 的流量;
 $x=1\ 852\sim 2$ 根据所采用的水头公式不同而定.

为书写方便起见, 将式 (10) 改为

$$y_k=a_{ki}H_i+a_{kj}H_j$$

(11)

式中: $y_k=S_kq_k^n$;
 $a_{ki}=1$;
 $a_{kj}=-1$

即线形模型

$$Y=AH \quad (12)$$

由于各种偶然因素的存在, 流量测量值与管内的实际流量之间有一定的偏差. 以向量 V 表示虚拟测量值与实际流量之间的偏差, 即

$$V=(V_1 \ V_2 \cdots \ V_n)^T \quad (13)$$

可得

$$Y+V=A\hat{H} \quad (14)$$

式中: A —— $n \times t (n \geq t)$ 阶的系数矩阵;

$Y=(y_1 \ y_2 \cdots \ y_n)^T$ —— n 维向量, 虚拟观测值;

$\hat{H}=(\hat{H}_1 \ \hat{H}_2 \cdots \ \hat{H}_t)^T$ ——实际节点水压 $H=(H_1 \ H_2 \cdots \ H_t)^T$ 的估值, 为 t 维向量;

$V=(V_1 \ V_2 \cdots \ V_n)^T$ ——虚拟观测值残差.

若矩阵的秩 $rk(A)=t$ 则该线性模型称为满秩的^[4].

设 Y 的权阵为单位矩阵, 即观测值误差为来自同一母体的独立随机变量, 即

$$\text{Cov}(Y) = \sigma^2 I = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

为了求得解 $\hat{H}$, 可以利用条件^[5]

$$\|Y - A\hat{H}\|^2 = \min \|Y - AH\|^2 \quad (16)$$

为此, 设函数

$$Q = \|Y - AH\|^2 = (Y - AH)^T (Y - AH) \quad (17)$$

对式 (17) 求一阶偏导并令其等于零, 可求得

$$A^T AH = A^T Y \quad (18)$$

于是得 H 的最小二乘估计为^[5]

$$\hat{H} = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (19)$$

由此, 可以求得虚拟偏差向量的最或然解

$$V = A\hat{H} - Y = A(A^T A)^{-1} A^T Y - Y = \begin{bmatrix} A(A^T A)^{-1} A^T - I \end{bmatrix} Y = NY \quad (20)$$

式中, $N = A(A^T A)^{-1} A^T - I$

根据数理统计学理论, 可得 V 的协方差阵为^[5]

$$\text{Cov}(V) = N \text{Cov}(Y) N^T \quad (21)$$

由数理统计学可知, 如果已知其数学期望和方差阵, V 的任意二次型的数学期望可表示成^[5]

$$E(V^T V) = t \left[\frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(V) \right] + (E(V))^T E(V) \quad (22)$$

由 V 的数学期望为零可得

$$E(V^T V) = t \left[\frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(V) \right] \quad (23)$$

根据多元统计有关理论和测量平差理论, 可知^[6]

$$E(V^T V) = R \quad (24)$$

式中, $R = n - t$ 为管网内冗余管线总数.

$$E(V^T V) = t \left[\frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(V) \right] = R \quad (25)$$

由此可知, $t \left[\frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(V) \right]$ 就是给水管网内冗余管线总数. 当 $R = 0$ 时, 给水管网内不存在冗余的管线, 任何一段管线发生故障都会引起供水停止的现象.

定义矩阵 G_V 为给水管网的冗余数分量矩阵, 即

$$G_V = \frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(V) \quad (26)$$

该矩阵有如下性质:

(1) G_V 为幂等矩阵, 即 $(G_V)^2 = G_V$;

(2) 由于矩阵 G_V 为幂等矩阵, 可知该矩阵为降阶方阵, 该矩阵的秩等于其迹, 也即矩阵 G_V 的秩等于其对角线元素之和, 等于供水管网的总冗余数;

(3) 由于矩阵 G_V 为幂等矩阵, 该矩阵至少是半正定的, 矩阵特征值必为 0 或 1

3 系统可靠度计算

由网络的拓扑结构可知, 节点正常工作与否与前方进水管线有直接的关系. 因此, 节点的重要性系数等于正常工作情况下前方进水管线重要性系数的累加.

管线的重要性系数可直接由给水管网的冗余数分量矩阵 G_V 得出. 矩阵 G_V 中第 i 个对角线元素表示给水管网内第 i 管线所分配的冗余数, 即

$$r_i = (G_V)_{ii} \quad \text{且} \quad R = \sum_{i=1}^n r_i \quad (27)$$

定义管线的重要性系数为

$$w_i = \frac{1 - \frac{r_i}{R}}{n - 1} \quad (28)$$

式中, n ——管网中管线总数.

由数理统计学理论可知, 式 (28) 中的重要性系数与权函数的数学意义相同, 它是根据管线的连接方式确定的, 具有一定的拓扑意义.

节点的重要性系数为

$$j_i = \sum_{j=1}^m w_j \tag{29}$$

式中, m ——与节点相连的进水管线数.

对于系统可靠性可以采用节点重要性系数与节点流量的加权平均相结合的方法求解, 即

$$R_s = \frac{\sum_{i=1}^J j_i Q_i R_i}{\sum_{i=1}^J j_i Q_i} \tag{30}$$

式中: R_s ——系统可靠度;

j_i ——节点 i 的重要性系数;

Q_i ——节点 i 在正常情况下的节点流量;

R_i ——节点 i 的可靠度.

4 简单实例

假定各管线的故障事件互不相关, 节点的可靠度已计算得出.

例 1 串联管线

当 $n = t$ 时, 管网中的管线冗余数为 $R = 0$ 易知

$$V = (0 \ 0 \ \cdots \ 0)^T \quad \text{Cov}(V) = 0$$

此时, 所有的管线和其他组件都是必要组件.

例 2 并联管线, 如图 1 所示.

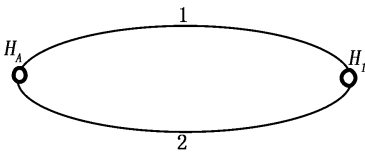


图 1 并联管线

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_2 & -H_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} H_1 \\ H_1 &= \left[(-1 \ -1) \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right]^{-1} (-1 \ -1) \begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_1 & -H_A \end{pmatrix} = \\ &H_A - \frac{y_1 + y_2}{2} \\ \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} H_1 - \begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_2 & -H_A \end{pmatrix} = \\ &\begin{pmatrix} \frac{y_1 + y_2}{2} & -H_A \\ \frac{y_1 + y_2}{2} & -H_A \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_2 & -H_A \end{pmatrix} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} \frac{y_2 - y_1}{2} & -H_A \\ \frac{y_1 - y_2}{2} & -H_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \\ G_V &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(Y) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \\ &\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ tr(G_V) &= n - t = 1 \end{aligned}$$

两条管线的冗余数相同, 总冗余数等于 1 两条管线的重要性系数 $w = 0.5$ 节点 H_1 的重要性系数 $j_1 = 1$

例 3 串、并联管线, 如图 2 所示.

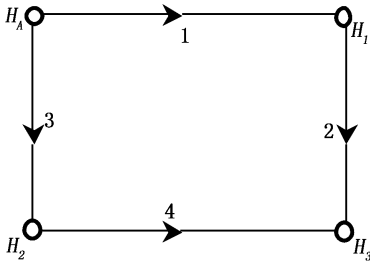


图 2 串并联管线图

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_2 \\ y_3 & -H_A \\ y_4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \times \\ &\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_2 \\ y_3 & -H_A \\ y_4 \end{pmatrix} = \\ &\begin{pmatrix} -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 & -H_A \\ y_2 \\ y_3 & -H_A \\ y_4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$V = \left[A(A^T A)^{-1} A^T - I \right] Y$$

$$G_V = \left[(A(A^T A)^{-1} A^T - I) \frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(Y) (A(A^T A)^{-1} A^T - I)^T \right] =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 25 & 0 & 25 & -0.25 & -0.25 \\ 0 & 25 & 0 & 25 & -0.25 & -0.25 \\ -0.25 & -0.25 & 0 & 25 & 0.25 & 0.25 \\ -0.25 & -0.25 & 0 & 25 & 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$\text{tr}(G_V) = n - t = 1$$

4条管线的冗余数或重要性系数相同,总冗余数等于1。4条管线的重要性系数相同, $w = 0.25$ 则节点重要性系数为 $j_1 = 0.25$ $j_3 = 0.5$

例4 对图2中的串、并联管网,增加一条并联管线5如图3所示。

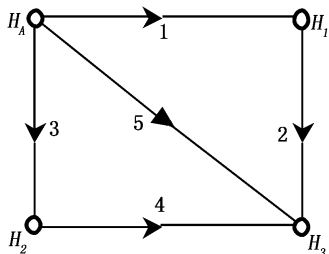


图3 增加一条并联管线的串并联管网图

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1 - H_A \\ y_2 \\ y_3 - H_A \\ y_4 \\ y_5 - H_A \end{bmatrix}$$

$$A(A^T A)^{-1} A^T - I =$$

$$\begin{bmatrix} -0.375 & -0.375 & 0.125 & 0.125 & 0.250 \\ -0.375 & -0.375 & 0.125 & 0.125 & 0.250 \\ 0.125 & 0.125 & -0.375 & -0.375 & 0.250 \\ 0.125 & 0.125 & -0.375 & -0.375 & 0.250 \\ 0.250 & 0.250 & 0.250 & 0.250 & -0.500 \end{bmatrix}$$

$$G_V = \frac{1}{\sigma^2} \text{Cov}(V) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.375 & 0.375 & -0.125 & -0.125 & -0.250 \\ 0.375 & 0.375 & -0.125 & -0.125 & -0.250 \\ -0.125 & -0.125 & 0.375 & 0.375 & -0.250 \\ -0.125 & -0.125 & 0.375 & 0.375 & -0.250 \\ -0.250 & -0.250 & -0.250 & -0.250 & 0.500 \end{bmatrix}$$

$$\text{tr}(G_V) = n - t = 2$$

1~4条管线的冗余数相同,1~4条管线的重

要性系数相同 $w_{1 \sim 4} = 0.203125$ 管线5的重要性系数低于其他管线 $w_5 = 0.1875$ 原因是不涉及节点 H_1 和节点 H_3 管网的总冗余数等于2 节点的重要性系数: $j_1 = 0.203125$ $j_2 = 0.203125$ $j_3 = 0.59375$

5 结 论

通过对给水管网冗余数分量矩阵 G_V 的计算确定节点的重要性系数是对给水管网系统可靠性分析的一种全新的尝试。

(1)矩阵 G_V 中第 i 个对角线元素表示给水管网内第 i 管线所分配的冗余数为

$$r_i = (G_V)_{ii}, \text{ 且 } R = \sum_{i=1}^n r_i$$

显然: $0 \leq r_i \leq 1$

(2)若 $r_i = 0$ 表示该管线属于供水必要管线,如果该管线出现故障,前方节点将不存在进水量。

(3)若 $r_i = 1$ 表示该管线纯属多余,如果取消该管线,则对前方节点的进水量不会产生影响。

(4)若 $0 \leq r_i \leq 1$ 表示在该管线所处的局部网域内,给水管线有一定的冗余数。如该管线出现故障,前方节点的进水量会在不同程度上受到影响。各管线对前方节点进水量影响取决于 r_i 值的大小, r_i 值越小,作用越大。该管线出现故障后对其他管线流量的影响取决于矩阵中第 i 行各元素的值。数值为零表示没有影响,数值越大,影响越大。

(5)从各例中可见,对于第 i 管线,矩阵元素中与其同号的对应管线具有串联性质,异号的具有并联性质。

(6)管线的重要性系数 w_i 定义

$$w_i = \frac{1 - \frac{r_i}{R}}{n - 1}$$

节点的重要性系数为

$$j_i = \sum_{j=1}^m w_j$$

(7)系统可靠性采用节点重要性系数与节点流量的加权平均相结合的方法求解,即

$$R_s = \frac{\sum_{i=1}^J j_i Q_i R_i}{\sum_{i=1}^J j_i Q_i}$$

参考文献:

[1] 赵洪宾.给水管网系统理论与分析 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003 242-260.

[2] Andrzej S Nowak Reliability of structure[M]. McGraw_Hill 2000 253-288

[3] 金星, 洪延姬, 沈怀荣, 等. 工程系统可靠性数值分析方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2003 127-133

[4] 同济大学数学教研室. 工程数学 –线形代数 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1999 36-126

[5] 陈希孺, 王松桂. 线性模型中的最小二乘法 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2003 115-198.

[6] 张润楚. 多元统计分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2006 157-224

(上接第 166页)

于地域范围小, 只适用于供电局、电厂等使用. 目前, 我们设计开发的计算机网络变压器故障诊断系统在现场运行正常. 在实际应用中, 我们体会到, TCNS具有很高的数据传输效率和系统安全保障. 由于网络传输速率快, 用户在客户机上操作, 信息在网络中传输, 效果和感觉就像使用单机一样得心应手.

展望计算机网络的未来, 广域网 (WAN)的应用前景无疑更为广阔. 广域网的模式更适合建立电力系统的行业网. 目前电力系统所采用的是互联网, 主要应用于系统的管理. 当电力行业的网络

采用宽频带、大范围的广域网而形成行业网时, 电力系统的管理、运行、调度、监测、故障诊断等将被集于一体. 因此, 新型的网络将具有更强大的生命力.

参考文献:

[1] 黄云森. 计算机网络与多媒体应用基础 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000 215-230.

[2] 罗琳. 网络工程技术 [M]. 北京: 科学出版社, 2006 8-125

[3] 杨平. 计算机信息技术基础教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003 280-294