文章编号：1006－4729(2002)02－0009－04

# 灰色理论在城市年用电量预测中的应用

张　鑫[1], 韦　钢[1], 周　敏[2], 杨熠娟[2]

(1. 上海电力学院, 上海　200090; 2. 上海市南供电公司, 上海　201100)

摘　要：研究了灰色预测 GM(1, 1)模型及其几种改进模型在城市年用电量预测中的应用. 以实际算例为基础, 分析了几种模型的预测结果并进行比较. 结果表明: 不同的改进模型预测的精度不同, 所有改进后的模型比基本模型预测的精度高、误差小. 并经不同的算例分析得出: 不同变化规律的负荷应该用不同的改进模型.

关键词：灰色理论；电力系统；电量预测；灰色模型
中图分类号：TM715　　文献标识码：A

## 引　言

灰色系统理论[1][2]是 80 年代初由我国著名学者邓聚龙教授提出的. 它把一般系统论、信息论、控制论的观点和方法延伸到社会、经济、生态等抽象系统, 并结合数学方法, 发展成为一套解决信息不完备系统即灰色系统的理论和方法. 它对未来的研究具有重要意义. 由电力系统实际情况可知: 用电量及负荷增长受经济发展、产业结构、居民收入水平、气候等诸多因素的影响, 其中一些因素是确定的, 而一些因素则不确定, 故可把它看作一个灰色系统. 目前, 应用于电量预测的模型很多, 本文立足于基本模型及几种改进模型在电力需求预测中的比较, 得出了改进后的模型比基本模型精度高、误差小的结论. 在具体应用时, 还要依据电量实际的发展规律来选定特定的模型.

## 1　电量增长规律的描述

城市电量的增长规律, 可大致分为 3 种类型.

1　处于发展初、中级阶段的中小型城市, 在预测期内, 电量以近似指数规律增长, 其年增长率比较大, 常见的是 10% ~ 20%(简称 E 型电量), 其典型函数描述如下

$$X^{(0)}(k)=b\mathrm{e}^{-a(k-1)}$$

2　发展成熟的大型城市, 其电量已经历过指数规律发展阶段, 在预测期内进入了一种具有饱和特性的发展阶段(简称 G 型电量), 其典型函数描述如下:

$$X^{(0)}(k)=c\exp[-a\mathrm{e}^{(-b(k-1)}]$$

3　对一些初期用电量低, 而发展又十分快的城市, 在预测期内, 负荷按一种 S 型曲线趋势增长(简称 S 型电量), 其典型函数描述如下:

$$X^{(0)}(k)=\frac{1}{[a+b\mathrm{e}^{-c(k-1)}]}$$

这 3 种电量的变化规律见图 1.

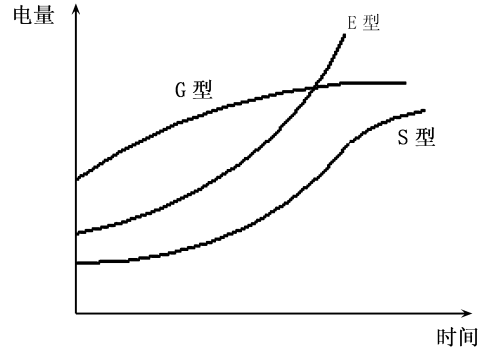


图 1　不同用电量发展趋势曲线示意图

## 2　灰色预测模型

### 2.1　GM(1, 1)预测模型

GM 模型即灰色模型(Grey Model), 其实质是

收稿日期：2002－11－27

对原始数据序列作为一次累加生成，使生成序列呈一定规律，并用典型曲线拟合，从而建立其数学模型.

对已知原始数据序列 $X^{(0)}\{X^{(0)}(i)\}(i=1, 2, \cdots, n)$ 首先进行一阶累加生成(即 1—AG0)得新序数列为 $X^{(1)}$.

$$X^{(1)}(k)=\sum_{i=1}^{k}X^{(0)}(i)$$

利用 $X^{(1)}$ 构成下述白化形式的微分方程

$$\frac{\mathrm{d}X^{(1)}}{\mathrm{d}t}+aX^{(1)}=\mu \tag{1}$$

利用最小二乘法求解参数 $\alpha, \mu$

$$\begin{bmatrix}\hat{\alpha}\\ \mu\end{bmatrix}=(B^TB)^{-1}B^TY_N$$

式中

$$B=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}[X^{(1)}(1)+X^{(1)}(2)] & 1\\ -\frac{1}{2}[X^{(2)}(1)+X^{(1)}(3)] & 1\\ \vdots & \vdots\\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(n-1)+X^{(1)}(n)] & 1\end{bmatrix}$$

$$Y_N=[X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \cdots, X^{(0)}(n)]^T$$

所以方程(1)的解为

$$X^{(1)}(k)=[X^{(0)}(1)-\frac{\mu}{\alpha}]\mathrm{e}^{-\alpha(k-1)}+\frac{\mu}{\alpha}$$
$$(k=1, 2, \cdots, n) \tag{2}$$

对 $X^{(1)}(k)$ 进行累减生成还原，得到 $X^{(0)}(k)$ 的预测值，即 GM(1, 1)预测模型为

$$X^{(0)}(k)=X^{(1)}(k)-X^{(1)}(k-1)$$
$$=[X^{(0)}(1)-\frac{\mu}{\alpha}](1-\mathrm{e}^{\alpha})\mathrm{e}^{-\alpha(k-1)}$$
$$(k=1, 2, 3, \cdots, n) \tag{3}$$

## 2.2 技术改进模型

### 2.2.1 灰色递推的推广梯度预测法

灰色预测不太适合于中长期预测的原因，很大程度上是由于把式(2)中的参数 $\alpha, \mu$ 视为常数引起的. 灰色递推的推广梯度预测就是把 $\alpha$ 和 $\mu$ 看成时间 $t$ 的函数，先对 $\alpha$ 和 $\mu$ 进行预测，然后再用灰色预测方法对原序列进行预测，其模型分析如下：对参数

$$\alpha(k), b(k)=\frac{\mu(k)}{\alpha(k)}$$

进行跟踪，得参数估计值序列，$\{\hat{a}(k)\}$，$\{\hat{b}(k)\}$，然后分析 $\{\hat{a}(k)\}$，$\{\hat{b}(k)\}$ 寻找规律，建立数学模型，预测下一步或下 $h$ 步的参数 $\hat{a}(k+1), \cdots, \hat{a}(k+h)$；$\hat{b}(k+1), \cdots, \hat{b}(k+h)$.

令 $y(k)=X^{(1)}(k)$，$b=\frac{\mu}{\alpha}$ 则式(2)可表示为

$$y(k)=[y(0)-b(k)]\mathrm{e}^{-\alpha(k)(k-1)}-b(k)$$

其参数跟踪公式为

$$\hat{a}(k)=\hat{a}(k-1)+\frac{\delta}{\alpha_{k-1}^2+\beta_{k-1}^2}\alpha_{k-1}\{y(k)-[y(0)-\hat{b}(k-1)]\mathrm{e}^{-\hat{a}(k-1)(k-1)}-\hat{b}(k-1)\}$$

$$\hat{b}(k)=\hat{a}(k-1)+\frac{\delta}{\alpha_{k-1}^2+\beta_{k-1}^2}\beta_{k-1}\{y(k)-[y(0)-\hat{b}(k-1)]\mathrm{e}^{-\hat{a}(k-1)(k-1)}-\hat{b}(k-1)\}$$

式中：$\alpha_{k-1}=-\hat{a}(k-1)[y(0)-\hat{b}(k-1)]\mathrm{e}^{-\hat{a}(k-1)(k-1)}$

$$\beta_{k-1}=-e^{-\hat{a}(k-1)(k-1)}+1$$

$\delta$ 为一常数，$\hat{a}(0)$，$\hat{b}(0)$ 可根据实际情况估算.

### 2.2.2 等维新息处理

等维新息处理是指用 GM(1, 1)模型预测一个值并将其补充到已知数列后同时去掉最老的一个数据，保持数列等维，再建 GM(1, 1)模型，预测下一个值，将结果再补充到原数列之后，再去掉最老的一个数据. 这样新陈代谢，逐个预测，依次递补，直到完成预测目标或达到一定精度要求为止.

### 2.2.3 组合模型法

这一方法是同时采用 GM 方法和另一种预测法(本文采用时序 AR($n$)模型)进行预测，然后对两种预测结果进行组合. 设 $X_1^{(0)}(k)$ 和 $X_2^{(0)}(k)$ 分别以两种方法对原始数列 $X^{(0)}(k)$ 的拟合值，则

$X^{(0)}(k)=\rho X_1^{(0)}(k)+(1-\rho)X_2^{(0)}(k)$ 即为组合模型，其中，$0<\rho<1$. $\rho$ 的取值思路一般为：按两种预测方法对算例分别进行建模预测，将部分预测数据与原有历史数据(两种数据是同期的)进行比较，分析两种方法预测的误差大小，进而确定 $\rho$ 的取值.

## 2.3 误差检验

GM 模型一般采用 3 种方法检验，即：残差检验、后验差检验和关联度检验. 残差检验是按点检验；后验差检验是残差分布统计特性的检验；关联度检验是建立的模型与指定函数之间近似性的检验. 本文采用相对误差进行分析比较.

## 3　应用及算例结果分析

本文以上海某镇 1989～2000 年 12 年历史电量作为算例一，以某一文献上的一组历史数据作为算例二，采用上述两种方法分别建模，并对结果进行分析．讨论了几种方法的精度情况．

### 3.1　原始数据

表 1、表 2 分别给出了两个算例的原始数据，其中算例一中的是实际年份，而算例二中的年份 1，2，…仅是年份编号．

表 1　算例一的原始数据　　亿 kW·h

| 年　份 | 电　量 | 年　份 | 电　量 |
|---|---|---|---|
| 1989 | 0.732 0 | 1995 | 1.902 9 |
| 1990 | 0.809 7 | 1996 | 2.123 3 |
| 1991 | 0.929 3 | 1997 | 2.543 7 |
| 1992 | 0.965 4 | 1998 | 2.997 1 |
| 1993 | 0.958 4 | 1999 | 3.667 3 |
| 1994 | 1.550 1 | 2000 | 4.583 7 |

表 2　算例二的原始数据　　亿 kW·h

| 年份编号 | 电　量 | 年份编号 | 电　量 |
|---|---|---|---|
| 1 | 5.995 6 | 7 | 9.854 2 |
| 2 | 6.575 5 | 8 | 10.621 8 |
| 3 | 7.160 2 | 9 | 11.374 3 |
| 4 | 7.804 4 | 10 | 12.199 1 |
| 5 | 8.447 6 | 12 | 13.927 3 |
| 6 | 9.154 6 | | |

### 3.2　预测结果及误差比较

为了对各种预测模型进行评估，本文将算例一中的 1989～1996 年 8 年间的历史电量作为建模数据，而将 1997～2000 年 4 年间的历史电量作为比较数据，将算例二中 1～10 年间的电量作为建模数据，将 12 年的数据作为比较数据，并对各种模型编程预测，预测结果及误差分析见表 3、表 4．在分析计算过程中，灰色递推模型中的 δ值取 1，$\hat{a}(0)$，$\hat{b}(0)$的取值为：对算例首先进行一次 GM(1，1)基本模型的建模计算，求出 $a$ 和 $u$，然后取 $\hat{a}(0)=a$，$\hat{b}(0)=u/a$．对组合模型，算例一中 ρ 的取值为 0.8，算例二中 ρ 的取值为 0.55．

比较表 3 和表 4 的结果，可从两方面进行分析：

1　就模型而言，无论对哪个算例，改进后的模型均比 GM(1，1)基本模型预测的误差小、精度高．

2　就不同的算例而言，同一模型对不同算例的预测精度不同，经绘图分析算例一和算例二发现，算例一为近似满足 E 型规律增长的电量，而算例二则为近似满足 G 型规律增长的电量．从表 3 和表 4 中可以看出：无论哪种模型，对算例一的预测精度都高于同一模型对算例二的预测精度．因此，可得出结论：灰色理论模型对 E 型电量预测的适应性要强于对 G 型和 S 型电量的预测．

此外，从表 3 和表 4 还可以看出：有些模型对某些电量的预测误差很大，这正是灰色理论的局限性所在．

表 3　算例一中各种模型预测结果

| 年　份 | 实际电量 亿 kW·h | GM(1，1)基本模型 | | 灰色递推模型 | | 等维新息模型 | | 组合模型 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % |
| 1997 | 2.543 7 | 2.732 4 | －7.42 | 2.683 9 | －5.51 | 2.587 0 | －1.70 | 2.553 1 | －0.37 |
| 1998 | 2.997 1 | 3.294 5 | －9.92 | 3.127 5 | －4.35 | 3.029 3 | －1.07 | 3.038 4 | －1.38 |
| 1999 | 3.667 3 | 3.877 3 | －5.73 | 3.732 4 | －1.78 | 3.700 2 | －0.90 | 3.695 1 | －0.76 |
| 2000 | 4.583 7 | 4.785 4 | －4.40 | 4.668 1 | －1.84 | 4.613 7 | －0.65 | 4.607 2 | －0.51 |

表 4　算例二中各种模型预测结果

| 年份编号 | 实际电量 亿 kW·h | GM(1，1)基本模型 | | 灰色递推模型 | | 等维新息模型 | | 组合模型 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % | 预测值 亿 kW·h | 相对误差 % |
| 12 | 13.927 3 | 15.958 6 | －14.59 | 15.527 0 | －11.49 | 14.908 1 | －7.04 | 14.323 3 | －2.84 |

注：表 3、表 4 中的相对误差计算公式为$[\overline{X}^{(0)}(k)-X^{(0)}(k)]/\overline{X}^{(0)}(k)$

## 4 结 论

本文对GM(1, 1)模型及改进后的模型进行了深入分析讨论, 并通过大量的算例比较, 可得出以下几点结论:

1 基于GM(1, 1)模型的预测方法, 对E型规律发展的电量有很好的拟合性, 但对G型和S型电量, 预测误差很大, 准确度极不稳定.

2 在GM(1, 1)基础上进行模型的改进, 则预测精度大大提高, 这说明在对变化过程中的未知系统进行预测时, 只有不断增加新信息、新数据, 才能对系统的变化趋势有一个更好的拟合.

3 改进后的几种方法的预测精度各不相同, 从大量的算例可以看出: 一般来说等维新息处理和组合模型优于其他改进模型, 但究竟哪种方法更好, 很难作出定论, 需要依据具体电量的增长趋势来作分析.

4 对G型和S型电量预测, 尽管改进后的方法均能在一定程度上提高预测精度, 但就大量例证分析可知: 组合模型来得更有效, 可大大提高预测的准确性.

灰色理论作为电力需求预测的方法之一, 已成为重要手段, 但目前仍存在局限性. 要寻找更有效、更符合电力需求发展规律的原始数据处理的方法, 则需要广大电力工作者的不懈努力, 以便更好地为电力行业服务.

参考文献:

[1] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1990.

[2] 牛东晓, 曹树华等. 电力负荷预测技术及其应用[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998.

[3] 刘晨晖. 电力系统负荷预测理论与方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1987.

[4] 陈涨潮, 熊 岗. 应用改进的灰色GM(1, 1)模型进行长期电力负荷预测[J]. 电力系统自动化, 1993, 17(7):

# Application of the Grey Theory in Forecasting City Annual Electricity Consumption

ZHANG Xin[1], WEI Gang[1], ZHOU Min[2], YANG Yi-juan[2]

(1. *Shanghai University of Electric Power*, *Shanghai* 200090, *China*;
2. *Shanghai Southern Power Supply Company*, *Shanghai* 201100, *China*)

**Abstract**: This paper studies the application of the grey forecasting GM(1.1) and some improved models in annual electricity consumption forecasting in a city. Based on an example, comparing the forecasting results of the models, it is found that different improved models have different forecasting results, and the results of all improved models are more accurate than those of the primary model, different improved models should be applied to the load of different varing patterns.

**Keywords**: grey theory; power system; electricity consumption forecasting; grey model