潮流计算雅可比矩阵预处理方法的比较研究

李晓华[1], 厉吉文[1], 张林鑫[2], 杨艳春[3]
(1.山东大学电气工程学院,山东 济南 250061; 2.同济大学建筑设计研究院,上海 200092;
3.华北电力大学电力工程系,河北 保定 071003)

摘要: 电力系统潮流计算中,对潮流雅可比矩阵进行预处理(preconditioning)的改进算法能提高算法的收敛性并能加快迭代收敛的速度;其中,预处理矩阵的选择是关键。通过应用Matlab对目前几种潮流计算预处理方法进行了仿真计算分析。仿真结果表明,$P-Q$分解法是目前各种预处理方法中最有效的一种预处理方法,且系统越大,效果越明显。

关键词: 条件数; 谱; 预处理; 不完全LU分解; 潮流计算

中图分类号: TM711 **文献标识码**: A **文章编号**: 1003-4897(2005)15-0033-04

0 引言

潮流快速计算是实现电力系统实时控制的关键。由于牛顿法计算潮流时有80%左右的时间用在求解线性方程组上,如果能减少这部分花费就可相应地减少算法的计算量。文献[1]对电力系统计算中求解线性方程组的迭代法和直接法进行了比较,数值结果表明,对于大型系统(几百个节点以上),结合适当预处理的迭代法要明显优于直接法。

预处理是十多年前提出和近年来比较推崇的一种加快线性方程组计算速度的方法。预处理共轭梯度法(preconditioned conjugate gradient method)[2]就是这样一种迭代法,但它只用于雅可比矩阵为正定对称矩阵的情况。目前比较流行的经过预处理的迭代算法是Newton-GARES(Newton method with a preconditioned Generalized Minimal Residual)[3]方法。

对方程组作预处理,能降低方程组系数矩阵的条件数和改善它特征值的特性,从而能提高算法的收敛性;所以,选择好的预处理方法对提高潮流计算的收敛性具有十分重要的意义。本文以IEEE118系统和IEEE300系统为例,比较和分析了几种预处理方法的优劣;并在Matlab中进行仿真计算,选出了一种较好的预处理方法。

1 理论基础

1.1 矩阵的条件数[4]

线性化的牛顿法潮流方程如下:

$$J\Delta x = b \tag{1}$$

其中: J为$n\times n$的非奇异雅可比矩阵; Δx为电压幅值和相角的修正量; b为节点有功和无功功率的偏差量。定义求此线性方程组的条件数为:

$$\mathrm{Cond}(J) = \|J\| \, \|J^{-1}\|$$

$\|\cdot\|$表示矩阵的范数,如果取矩阵的2-范数,则条件数可以表示为:

$$\mathrm{Cond}(J) = \frac{\sigma_{max}(J)}{\sigma_{min}(J)}$$

其中: $\sigma_{max}(J)$是矩阵的最大奇异值; $\sigma_{min}(J)$是最小奇异值。如果条件数很小,说明方程组是良态(well-condition)方程组;这种方程组当用牛顿潮流算法进行求解时,将会很快收敛。相反,如果条件数很大,则方程组很可能为病态(ill-condition)方程组。Cond(J)越大被认为病态越严重;这样的方程组,当用牛顿潮流算法求解时,即使有解也不一定收敛。

根据条件数的定义,条件数有以下性质:

$\mathrm{Cond}(J)\geq 1$;且若A为正交阵,则$\mathrm{Cond}(J)=1$。即若系数矩阵J为正定阵,则此方程组为非常良态的。如果一个雅可比矩阵的条件数很大,说明雅可比矩阵几乎要奇异,雅可比矩阵存在一个接近于零的特征根,系统已经接近静态稳定极限点,即P-V曲线的鞍点。此时系统的潮流计算用常规牛顿潮流计算方法就有可能不收敛;而用经过预处理的改进算法就能提高潮流计算的收敛性[3]。表1为一些标准系统刚开始进行迭代时J的条件数。

表1 测试系统的条件数

Tab.1 Condition numbers for test systems

系统	条件数
IEEE9	5.94E1
IEEE30	4.93E2
IEEE57	8.25E2
IEEE118	3.17E3
IEEE300	1.17E5

注:以上条件数取矩阵的2-范数。

因为一般情况下雅可比矩阵不对称,故它有实和虚共轭两种类型的特征值,当系统静态稳定时,特征值的实部大于零;一般情况下,特征根的实部要远大于它的虚部,如果坐标横轴为特征值的实部,竖轴为特征值的虚部,则构成的图称为雅可比矩阵的谱图,雅可比矩阵的谱半径决定了方程组迭代的收敛性,当谱半径小于 1时 ($\rho(J) < 1$),方程组收敛。图 1为平启动时刚开始迭代时雅可比矩阵的谱,是在 Matlab中仿真出的结果。

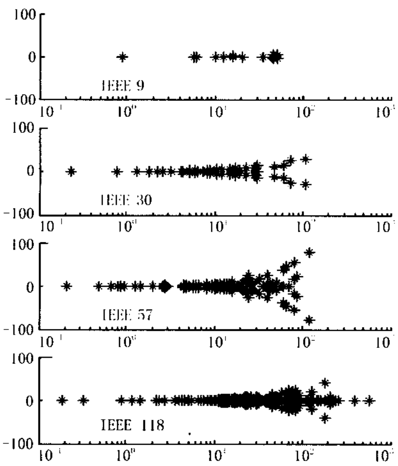

图 1 测试系统的谱图 (横轴为特征值的实部,竖轴为特征值的虚部)

Fig 1 Spectrum of test systems(numbers on axes show real and imaginary parts of eigenvalues respectively)

从表 1和图 1中我们可以看到,随着系统的增大,特征值越来越分散,条件数越来越大,即对大型系统来说,潮流计算的条件变坏;故对大型系统进行预处理,更具有实际意义。而又因为当条件数大于 10^3时,系统收敛性变坏;故对大型系统,当潮流计算的雅克比矩阵的条件数大于 10^3时进行预处理过程能大大提高迭代的收敛性。

1. 2 预处理的理论基础[5]

线性迭代法的收敛性往往取决于线性方程组 (1)中系数矩阵 J的条件数和谱的性质。为了提高线性迭代法的收敛性, 时常会对线性方程组进行适当变换,此过程称为预处理过程。预处理的目标是使预处理后矩阵的条件数降低,特征值分布在复平面内尽可能小的区域内。

假设 $M = M^T = R^{n \times n}$是非奇异的、接近于式 (1)中的矩阵 J的矩阵,并且 M 可以分解为:

$$M = M_1 M_2 \tag{2}$$

其中:M_1和 M_2都是比较容易求逆的矩阵;此时,我们可以先求解预处理过的方程组

$$J' x' = b' \tag{3}$$

其中:$J' = M_1^{-1} J M_2^{-1}$, $x' = M_2 x$, $b' = M_1^{-1} b$

正确选择预处理矩阵 M,可使处理过的矩阵 J'的条件数大大降低。

2 几种预处理方法

2 1 矩阵的平衡的预处理方法[6,7]

雅可比矩阵的行和列都引入适当的比例因子来降低条件数,这就是矩阵的平衡问题[7]。方法如下:

式 (1)中的矩阵 J可以表示为如下形式:

$$J = [a_{ij}],\ a_{ij} \in R$$

令式 (2)中 $M_1 = I$则:

$$M = M_1 M_2 = \mathrm{diag}(J) \frac{\max_i(|J|)}{\mathrm{diag}(|J|)} = \left[a_{jj} \frac{\max_i |a_{ij}|}{|a_{jj}|} \right],\ a_{ij} \in R,\ a_{jj} \in R$$

则 $M^{-1} = M_2^{-1} = \left[\frac{1}{a_{jj}} \frac{|a_{jj}|}{\max_i |a_{ij}|} \right]$

式中:a_{ij}和 a_{jj}分别代表雅克比矩阵 J的 (i, j)和 (j, j); R表示实数空间。则预处理后的矩阵可以表示为:

$$J' = IJM_2^{-1} = \left[\frac{a_{ij}}{a_{jj}} \frac{|a_{jj}|}{\max_i |a_{ij}|} \right]$$

2 2 不完全 LU分解 (LU)预处理方法[2,8]

若系数矩阵 J的顺序主子式矩阵都是非奇异的, 则矩阵 J一定能进行 LU分解。若取预处理矩阵 M = LU, 则理论上最好 (用不着迭代), 但实际上完全行不通。一种不完全 LU分解是指把 J分解为 L和 U,使得 $J \cong LU$。不完全 LU分解方法是电力系统中常用的预处理方法,记为 $ILU(N)$, N表示注入元素量;当 $N = 0$时,表示注入元素为 0,记为 $ILU(0)$;即雅可比矩阵原来为零的元素部分分解后在矩阵 L和 U中仍为零,继续保持矩阵的稀疏性,但填充量为零不利于降低矩阵 J的条件数。当 $N > 0$时 (通常很小),分解时会根据 N的大小产生相应的填充量;这样, 计算量自然会增加, 矩阵 L和 U稀疏性也很难保证, 但预处理效果通常会比 $ILU(0)$好一些。这就是说, 不完全 LU分解需要寻找一种平衡:既不能产生太多的填充量, 又要达到预期的预处理效果。预处理后 $J' = L^{-1} J U^{-1}$, 也有的为: $J' = (LU)^{-1} J$。

2.3　J的分块对角阵的预处理方法

本方法利用 J 的 $p-\theta$ 部分和 $Q-V$ 部分作为预处理矩阵。具体方法如下。

牛顿潮流计算的修正方程式为:

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}H, N\\ J, L\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\theta\\ \Delta V\end{bmatrix}$$

记以矩阵 H 和 L 为分块对角阵组成的矩阵为 M,

$$M=\begin{bmatrix}H, 0\\ 0, L\end{bmatrix}$$

同样令式(2)中 $M_1=I$,则:

$$M=M_1M_2=\begin{bmatrix}H, 0\\ 0, L\end{bmatrix}$$

预处理后的矩阵为:

$$J'=JM_2^{-1}=JM^{-1}$$

2.4　$P-Q$ 分解的预处理方法[3]

本方法利用快速解耦潮流计算时的雅可比矩阵作为预处理矩阵,能有效地降低方程组的条件数。具体如下。

利用 $P-Q$ 分解法进行潮流计算时,它的修正方程式为:

$$\Delta P/V=B'\Delta\theta$$
$$\Delta Q/V=B''\Delta V$$

其中: V 为以节点电压幅值为对角元素的对角矩阵; B' 和 B'' 分别为解耦后对应于有功和无功的常数矩阵。本文利用的是 $P-Q$ 分解法中的 XB 法。记以矩阵 B' 和 B'' 为分块对角阵组成的矩阵为 M,

$$M=\begin{bmatrix}B', 0\\ 0, B''\end{bmatrix}$$

同样令式(2)中 $M_1=I$,则得到预处理后的矩阵为:

$$J'=JM_2^{-1}=JM^{-1}$$

此法中预处理矩阵的得到不必进行潮流计算,因为矩阵 B' 和 B'' 可分别由阻抗矩阵得到,故计算简单方便。

3　仿真结果

本次仿真是在 Matlab 中进行的。因为条件数小于 10^3 时,不必进行预处理;故实际情况下,测试系统中只有 IEEE118 节点系统和 IEEE300 节点系统需要预处理。但本文为分析方便,对所有节点进行了预处理。

表 2为几种预处理方法对系统条件数的改变结果。

表 2　预处理后测试系统的条件数

Tab. 2　Condition numbers for preconditioned test systems

系统	预处理后的条件数			
	矩阵平衡方法	LU方法	J的分块对角阵法	$P-Q$ 分解法
IEEE9	5.79E1	2.08E0	1.58	1.59
IEEE30	2.26E2	2.29E1	3.40	3.46
IEEE57	3.65E2	5.77E1	5.98	7.18
IEEE118	9.06E2	1.08E2	2.42	2.68
IEEE300	2.86E4	1.60E4	1.00E2	2.61E1

注:以上条件数取矩阵的 2-范数。

从表 2可以看出,J的分块对角阵法和 $P-Q$ 分解法是比较有效的降低条件数的方法;但当系统增大时,前者不如 $P-Q$ 法有效,且前者的计算量也比 $P-Q$ 法大。同样,当系统增大时, $ILU(0)$的预处理也不是很有效,这时可用增加注入量的方法来提高它的有效性。表 3为 IEEE300节点系统填充量不同的几种 LU法对 J的条件数的改善;其中,方案 1是指填充量为零时的情况,方案 2为不完全分解的舍入误差(drop tolerance)为 1E-1时的情况,方案 3为舍入误差为 1E-6时的情况。

表 3　LU法测试系统的条件数

Tab. 3　Condition numbers for LU preconditioned test systems

LU法	IEEE300节点 J的条件数
方案 1	1.60E4
方案 2	1.10E4
方案 3	1.05E0

最后一种方法能够大大地降低 J的条件数,但使处理过后的矩阵的稀疏性受到破坏,增加了内存占用量和计算时间。

图 2为 IEEE300节点系统初始迭代时的雅可比矩阵经过几种预处理方法后的谱。

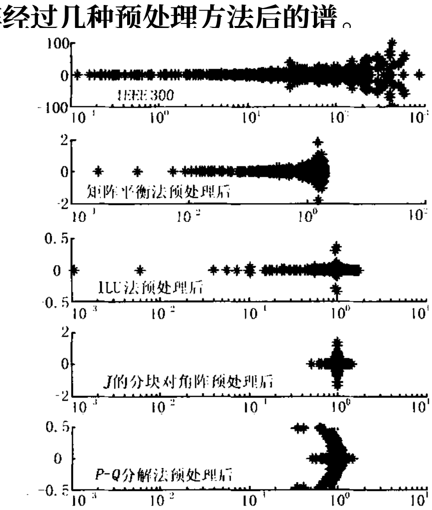

图 2　测试系统预处理后的谱图

Fig. 2　Spectrum of preconditioned test systems

从图 2中可以看出,几种预处理方法都能大大地改善 J的谱的性质,其中 LU法和 $P-Q$分解法较好;又因为 LU法中填充量的选择是很难解决的问题:填充量小不能有效地降低系统的条件数,填充量高则会增加大的计算量。故综上所述, $P-Q$分解法是比较好的预处理方法。

线性迭代法的收敛性取决于 J的条件数和谱的性质。从以上仿真结果可以看到,好的预处理矩阵能大大降低 J的条件数并能很好地改善它谱的性质,因此可以很好地提高算法的收敛性,从而提高计算的速度。这对于一些利用常规潮流算法计算时不能收敛的系统 (例如重载系统)尤其有用。

对 IEEE118节点系统和 IEEE300节点系统利用广义残差法 (GMRES)进行潮流计算,比较预处理前后及各种预处理方式所用时间,见表 4。

利用矩阵的平衡方法进行预处理使矩阵的条件数降低的方法具有不确定性,至今仍是数学界的难题。在本例中,如表 4所示,在 IEEE118节点系统和 IEEE300节点系统中,利用矩阵的平衡法构成的预处理矩阵都是坏条件的矩阵,故预处理后潮流计算不收敛。

另外,由表 4中还可以清楚地看出,预处理后潮流计算时间大大降低,其中尤以 $P-Q$分解法较好。

表 4 预处理测试系统的潮流计算时间

Tab. 4 Power flow time for preconditioned test systems

系统	未预处理 (m)	预处理方式 (m)			
		矩阵平衡方法	LU方法	J的分块对角阵法	$P-Q$分解法
IEEE118	0.291 0	不收敛	0.100 0	0.110 0	0.060 0
IEEE300	0.370 0	不收敛	0.311 0	0.321 0	0.300 0

4 结论

综上所述,几种预处理方法, $P-Q$分解法是最有效的方法;它的预处理矩阵容易得到,处理起来简单方便;最重要的是它能够大大地降低 J的条件数和改善矩阵谱的性质,很好地提高迭代算法的收敛性。同其它几种预处理方法相比,系统越大, $P-Q$分解法的效果越明显。

参考文献:

[1] Alves A B, Asada E B, Monticelli A. Critical Evaluation of Direct and Iterative Methods for Solving a x = b Systems in Power Flow Calculations and Contingency Analysis[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14 (2): 702-708.

[2] 胡家赣. 代数方程组的迭代解法 [M]. 北京:科学出版社, 1991.
HU Jia-gan. Iterative Solution to the Linear Equation [M]. Beijing: Science Press, 1991.

[3] Flueck A J. Solving the Nonlinear Power Flow Equations with an Inexact Newton Method Using GMRES[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13 (2).

[4] 施妙根,顾丽珍. 科学和工程计算基础 [M]. 北京:清华大学出版社, 1999.
SHI Miao-gen, GU Li-zhen. Foundation of Science and Engineering Calculation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999.

[5] Ciarlet P G.矩阵数值分析与最优化 [M]. 胡建伟,译. 北京:高等教育出版社, 1985.
Ciarlet P G. Numerical Value Analysis and Optimization to Matrix[M]. HU Jian-wei, Trans Beijing: Higher Education Press, 1999.

[6] Wilkinson J H.代数特征值问题 [M]. 石钟慈,译. 北京:科学出版社, 1987.
Wilkinson J H. Question of Algebraic Eigenvalue [M]. SHI Zhong-ci, Trans Beijing: Science Press, 1987.

[7] Chan S H, Phoon K K, Lee F H. A Modified Jacobia Preconditioner for Solving Ill-conditioned Biot's Consolidation Equations Using Symmetricquasi-minimal Residual Method[J]. Int J Numer Anal Meth Geomech, 2001, 25: 1001-1025.

[8] de Leon F, Semlyen A. Iterative Solvers in the Newton Power Flow Problem: Preconditioners, Inexact Solutions and Partial Jacobian Updates[J]. IEE Proc——Gener, Transm and Distrib, 2002, 149 (4).

[9] Wang Y, da Silva L C P, Xu W, et al. Analysis of ill-conditioned Power Flow Problems Using Voltage Stability Methodology[J]. IEE Proceedings Online, 2001.

收稿日期: 2004-11-20; 修回日期: 2005-03-05

作者简介:

李晓华 (1974 -),女,硕士研究生,主要研究方向为电力系统无功补偿和电压无功优化; E-mail: lixiaohua96@126.com

厉吉文 (1962 -),男,教授,博士生导师,从事电力系统无功补偿和电压无功优化方面研究工作;

张林鑫 (1974 -),男,工程师,主要从事变配电工程设计工作。

(下转第 52页 continued on page 52)

预测误差的大小,提出了与传统的综合预测方法不同的新思路。

2) 基于相关分析的综合模型,不仅仅改善某个单一误差指标,而是使各种误差指标(平方和误差、平均绝对误差、均方误差、平均绝对百分比误差、均方百分比误差)皆得到不同程度的改善。

3) 基于相关分析的综合模型,在求解时,皆可转化为线性约束非线性规划模型,采用简约梯度法求解甚为方便,也可采用 Matlab等数学软件编程求解。易于计算,便于应用。

4) 实际算例证明,本方法取得了较为满意的结果。

参考文献:

[1] 谢敬东,唐国庆,等.组合预测方法在电力负荷预测中的应用[J].中国电力, 1998, 31(6): 1-3.
XIE Jing-dong, TANG Guo-qing, et al. The Application of the Combined Forecasting Method in the Power Load Forecast[J]. Electric Power, 1998, 31(6): 1-3.

[2] Schmittlein D C. Combining Forecasts: Operational Adjustments to Theoretically Optimal Rules[J]. Management Science, 1990, 36: 1044-1448.

[3] 唐小我. 经济预测与决策新方法及其应用研究[M]. 成都:成都电子科技大学出版社, 1997.
TANG Xiao-wo. The New Method of Economy Forecast and Decision and Application Research[M]. Chengdu: Chengdu University of Electronic Science and Technology, 1997.

[4] 陈举华,赵建国,郭毅之. 电力系统可靠性研究的灰关联和模糊贴近度分析方法[J].中国电机工程学报, 2002, 22(1): 59-63.
CHEN Ju-hua, ZHAO Jian-guo, GUO Yi-zhi. Grey Relational and Fuzzy Nearness Analysis on the Reliability Study of Power System[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(1): 59-63.

[5] LI Er-guo, YU Jin-shou. Grey Correlation Analysis-based Method for Fault Diagnosis[A]. The 2002 International Conference on Control and Automation, ICCA. 2002.

收稿日期: 2004-11-30; **修回日期**: 2005-01-24

作者简介:
虞 瑄(1979 -),男,硕士研究生,研究方向为电力系统优化规划及电力系统负荷预测;
程浩忠(1962 -),男,博士,教授,博导,主要从事电力系统规划、电压稳定性、电力系统谐波和电力市场等领域的科研和教学工作。E-mail: hzcheng@sjtu.edu.cn

A combined power system mid-long term load forecast method based on the correlation analysis

YU Xuan[1], CHENG Hao-zhong[1], WANG Xu[2], YANG Zong-lin[3]
(1. School of Electrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, Chna;
2. Jiangsu Electric Power Corporation, Nanjing 210024, China; 3. East China Company, Shanghai 200002, China)

Abstract: To reduce power system mid-long term load forecasting error, this paper presents a combined method based on correlation analysis like correlation coefficient, grey correlation degree and Theil coefficient. The new forecast methods, which don't consider the forecast error directly, have difference with conventional forecast method. The application example shows that this method is practical, accurate and efficient.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50177017).
Key words: load forecasting; combined method; correlation coefficient; grey correlation degree; Theil coefficient

(上接第 36页 continued from page 36)

Comparison and study of preconditioning methods of Jacobian matrix of power flow calculation

LI Xiao-hua[1], LI Ji-wen[1], ZHANG Lin-xin[2], YANG Yan-chun[3]
(1. Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Tongji University, Shanghai 200092, China;
3. North China Electric Power University, Baoding 071000, China)

Abstract: The improved algorithm preconditioning jacobian matrix can improve convergence and quicken its speed, inside of which the choice of preconditioning matrix is most important. The paper compares and analyses preconditioning methods using Matlab, the result of simulation indicates P-Q method is the most effective method so far, and the more the system is bigger, the better the P-Q method is effective.

Key words: condition numbers; spectrum; precondition; LU; power flow calculation