小波分析及其在电力系统中的应用
（三）工程应用技术

任　震　黄雯莹
（华南理工大学电力学院　510641　广州）

石志强
（重庆大学电气工程系　630044）

摘　要　在小波分析的理论基础上，详细介绍了基于小波分析的信号分解和重构、信噪分离、特征提取、数据压缩和重构等工程中特别是电力系统领域中较为实用的应用技术，并对每一种应用技术都提供了具体的算法框图和算例，为电力系统的工程技术人员利用小波理论提供了有力的工具。

关键词　信号分解与重构　信噪分离　特征提取　数据压缩

0　引言

在文献[1]的基础上，为了让电力系统的工程技术人员能更好地掌握小波这个有力的数学工具，能更好地应用小波解决电力工程中遇到的实际问题，本文总结了已运用到电力系统中的小波应用技术[2、3]和将要应用到电力系统中的应用技术，其中包括：信号的分解和重构、信噪分离、特征提取、数据压缩。本文详细介绍了如何由采样序列经 Mallat 算法逐步计算出它的小波变换值以及反过来如何求得原信号的方法，介绍了如何根据信号和噪声的二进小波变换的模极大值的传播特性的不同进行信号和噪声分离，还介绍了基于信号的多尺度边缘析取和重构信号的特征提取及数据压缩与重构技术，并给出了每个应用技术的计算框图和算例，以利于读者编制相应的计算程序。

1　信号的分解和重构

基于多分辨分析的理论，Mallat 给出了小波分解和重构的快速算法——Mallat 算法[4]。对于一个多分辨分析$\{V_j\}_{j\in z}$，以及信号 $f = g_1 + g_2 + g_3 + \cdots + g_N + f_N \in V_0$，其中 $f_j(t) = \sum c_k^j \varphi_{j,k}(t) \in V_j$，$g_j(t) = \sum d_k^j \Psi_{j,k}(t) \in V_j$，其中 $j = 1、\cdots、N$。

1.1　分解算法

由于 $\varphi(t) \in V_0 \in V_{-1}$ 以及 $\Psi(t) \in W_0 \in V_{-1}$，故有

$$\varphi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p_k \varphi(2t - k) \tag{1}$$

$$\Psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} q_k \varphi(2t - k) \tag{2}$$

在信号分析和处理时，常常需要知道它在各个闭子空间的小波系数。首先由其采样值，经计算得其中的系数，同时

$$c_k^{j-1} = \sum_l a_{l-2k} c_l^j \tag{3}$$

$$d_k^{j-1} = \sum_l b_{l-2k} c_l^j \tag{4}$$

其中 c^{j-1} 和 d^{j-1} 都是 c^j 使用分解序列作为“权”的“移动平均”方法得到，除了那些移动平均只在偶整数点抽样外，这称为向下抽样。因此，图 1 中的每一箭头都指出在偶指标向下抽样时的移动平均。

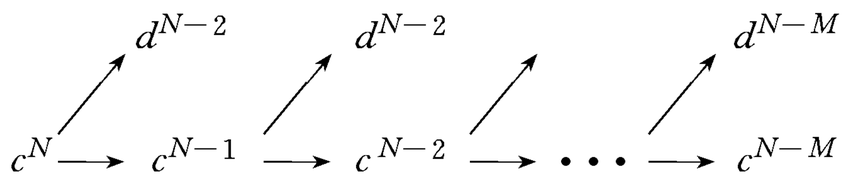

图1　小波分解

Fig. 1　Wavelet decomposition

1.2　重构算法

而空间 V_{-1} 是空间 V_0、W_0 的直和，故有

$$\varphi(2x) = \sum_k [a_{-2k} \varphi(x - k) + b_{-2k} \Psi(x - k)] \tag{5}$$

$$\varphi(2x - l) = \sum_k [a_{l-2k} \varphi(x - k) + b_{l-2k} \Psi(x - k)] \tag{6}$$

则数列 $\{c_k^j\}_{k\in z}$、$\{d_k^j\}_{k\in z}$ 和 $\{c_k^{j-1}\}_{k\in z}$ 具有如下公式：

$$c_k^j = \sum [p_{k-2l} c_l^{j-1} + q_{k-2l} d_l^{j-1}] \tag{7}$$

这里，c^j 由 c^{j-1} 与 d^{j-1} 使用重构序列作为权的

1996－09－09 收稿。
国家自然科学基金资助项目(59577013)。

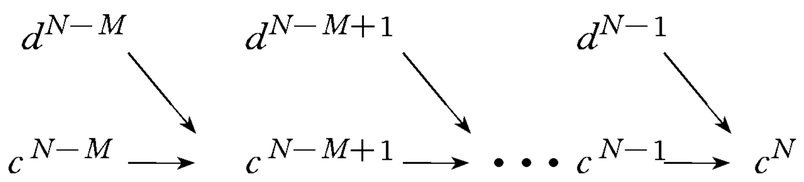

图2　小波重构
Fig. 2　Wavelet reconstruction

两个移动平均得到，除了在进行移动平均之前向上要抽样外，更确切地说，当对$\{p_n\}$与$\{q_n\}$取离散卷积时，抽样c_k^{j-1}与d_k^{j-1}在偶指标$m=2l$使用，而零在奇指标$m=2l+1$使用。

2　信号和噪声的分离技术

在信号处理时，常常由于采样误差、外界随机干扰、系统内部不稳定等因素，采样值与系统输出的真实值会有一些差异。为进一步的信号处理，去除信号中的噪声十分重要[3]。采样信号模型如图3所示。

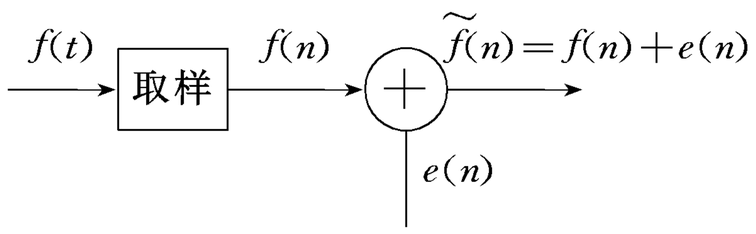

图3　采样信号模型
Fig. 3　Sampling signal model

$f(t)$为系统的输出模拟信号，经采样后为$f(n)$，$e(n)$为采样测得信号$\widetilde{f}(n)$中的随机噪声。为进一步分析，假定随机噪声$e(n)$的统计特性为：①$e(n)$是平稳随机序列；②$e(n)$与取样序列$f(n)$不相关。那么，可知$e(n)$是一个几乎处处奇异的分布，且其奇异度较真实信号的奇异点的奇异度高，因而它们的二进小波变换的模极大值的形态完全不相同。信号的奇异点的模极大值具有沿尺度传递的性质，也就是说，在各个尺度上，该奇异点附近都有模极大值点，而且这些极大值点的符号保持不变。反过来，随机噪声的模极大值点随尺度的减小很快。去噪算法如图4。

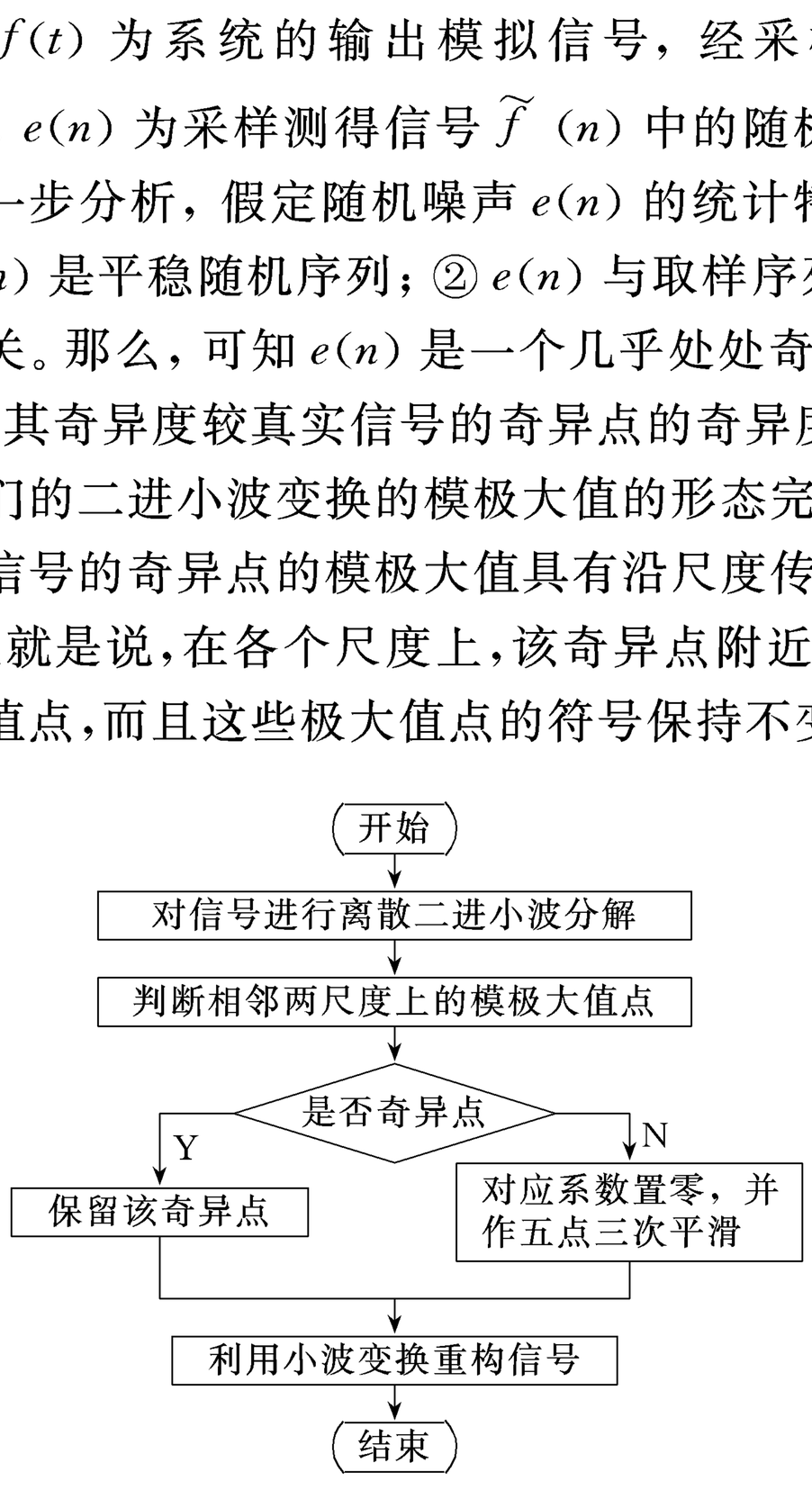

图4　信噪分离算法框图
Fig. 4　Algorithm block of denosing

为了说明这个去噪方法，我们以一个含白噪声的加冲击的正弦信号做了试验。图5(a)为两信号叠加而成的原信号，图5(b)为原信号在4个尺度去噪后的重构信号。可以发现，2^1和2^2这两个尺度上模极大值点大大减少，是真正由奇异点的小波分解，图5(c)为平滑非奇异点产生的模极大值点，图5(d)为小波点产生的模极大值点看得更加清楚，而经小波去噪处理后的重构信号显然光滑得多了。

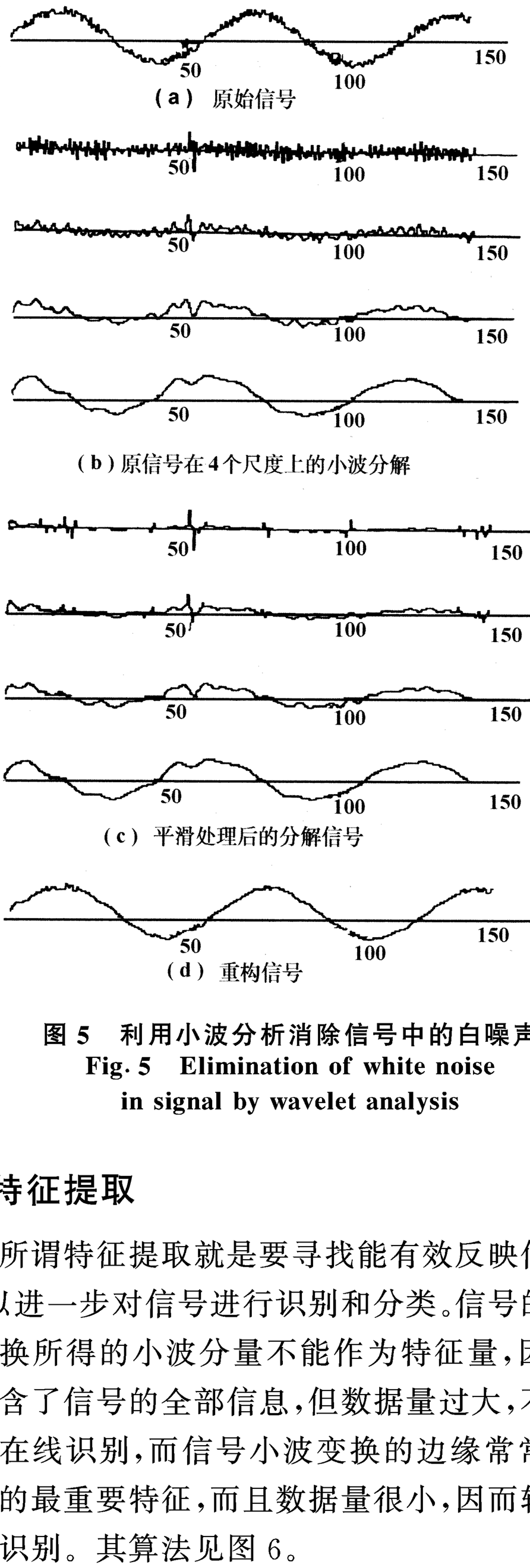

图5　利用小波分析消除信号中的白噪声
Fig. 5　Elimination of white noise in signal by wavelet analysis

3　特征提取

所谓特征提取就是要寻找能有效反映信号的指标，以进一步对信号进行识别和分类。信号的二进小波变换所得的小波分量不能作为特征量，因为尽管它包含了信号的全部信息，但数据量过大，不便于信号的在线识别，而信号小波变换的边缘常常包含了信号的最重要特征，而且数据量很小，因而较适宜于信号识别。其算法见图6。

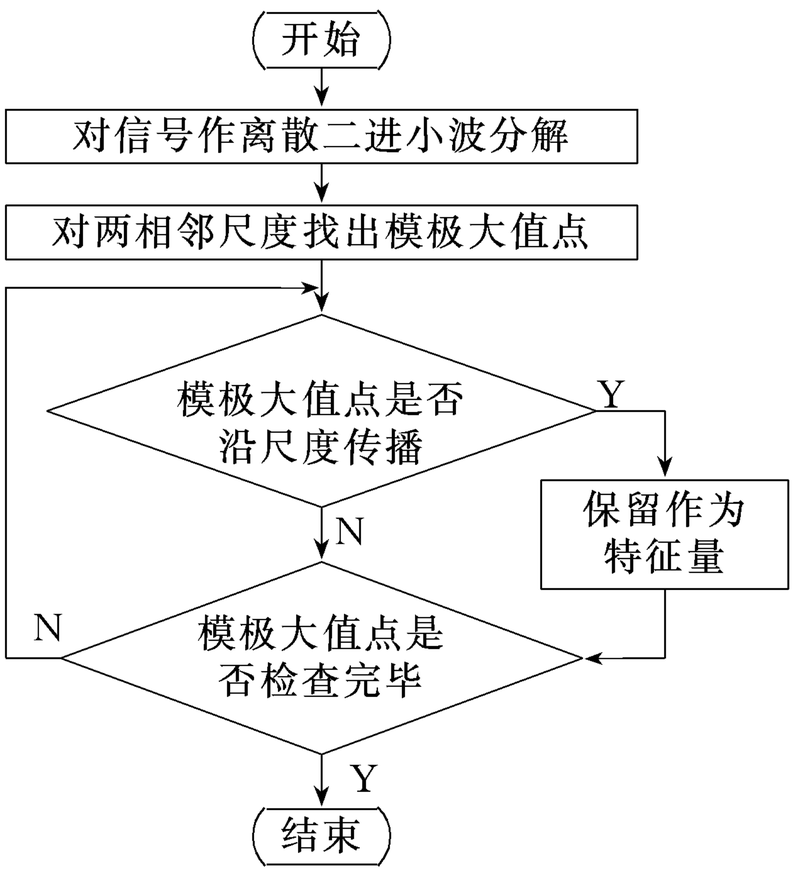

图6 特征提取算法框图

Fig. 6 Algorithm block of characteristic extracting

在特征提取的过程中,有一点需要特别加以说明。理论及实际分解都证明了,小波分析的模极大值点在相邻尺度上的位置不是不变的。但如果分别处于两相邻尺度上的两个模极大值点同属于尺度空间(S, x)中相同的模极大值线,那么就认为模极大值点沿尺度传播。

在特征提取的过程中,小波基的选择也十分重要。我们知道为了析取更精细的奇异性(即Lipschitz $\alpha>1$),则所选小波函数应有较高阶的消失矩,从而其支集也相应变大。这时,由二进小波变换极值所测定的奇异点位置往往不是信号奇异点的正确位置,也就是发生了边缘偏移现象;反之,若选取支集较小的小波函数作二进变换,则边缘偏移的现象将大大减弱,但它对Lispschitz指数α较高的边缘无法检测,因此在提取信号边缘上不如前者。

我们以电动机的故障检测为例来说明该方法。我们可以测得电动机在正常情况下的定子电流$f(t)$及其离散二进小波变换$W_{2^j}f$。在电动机工作时,同样可测得其定子电流$g(t)$及其离散二进小波变换$W_{2^j}g$。定义欧氏距离[3]

$$L_e = [\sum (M_{2^j}f - M_{2^j}g)^2]^{1/2} \qquad (9)$$

式中 $M_{2^j}f$和$M_{2^j}g$分别表示f和g在同一点的模极大值。

可通过反复实践,确定L_e的阈值,当计算所得值大于阈值,表明电动机出现故障,否则,说明电动机正处于工作状态。

4 数据的压缩与重构

在信息的存储和传输过程中,由于信息量的日益膨胀,数据压缩就显得极为重要了。目前常用的压缩方法的压缩比较小,而据文献报道小波的压缩比达到30∶1,甚至更高。较为成熟的小波压缩方法是首先定一个阈值,然后将绝对值小于阈值的信号的小波变换系数置为零,仅仅将非零系数的位置及其数值记录下来。这种方法的压缩比主要决定于非零系数的多寡,从实际应用来看压缩效果较佳。另外,Mallat提出了一种利用信号多尺度边缘回复的压缩方法,它较前者的压缩比高,还原效果好,但由于其重构算法是一个迭代算法,而且每次迭代的计算均较复杂,因而该压缩方法计算量较大。其数据的压缩过程与前面特征提取的算法大至相同[5],其数据恢复过程如图7。

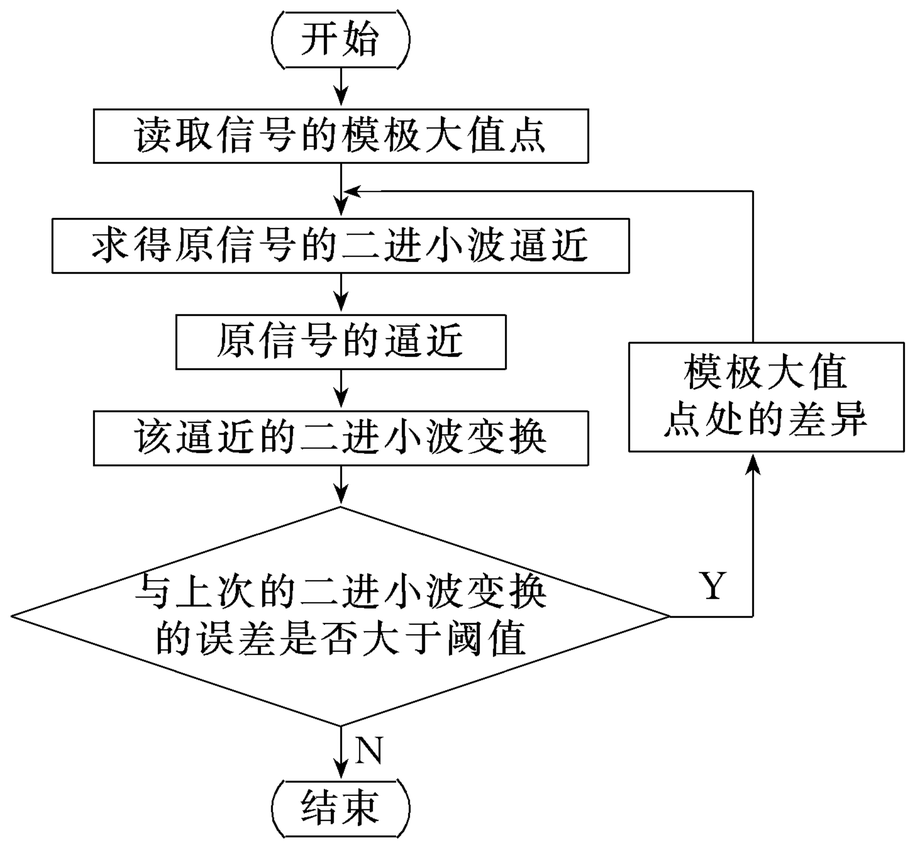

图7 压缩数据重构框图

Fig. 7 Reconstruction block of data compression

图8是以上压缩方法的一个应用。图8(a)为原信号,图8(b)为原信号在第1、2、3尺度上的模极大值,图8(c)为由以上模极大值经图7中所示算法而得的重构信号。由图可见,不多的模极大值就可非常精确地重构原信号,说明该方法的压缩效率是很高的。

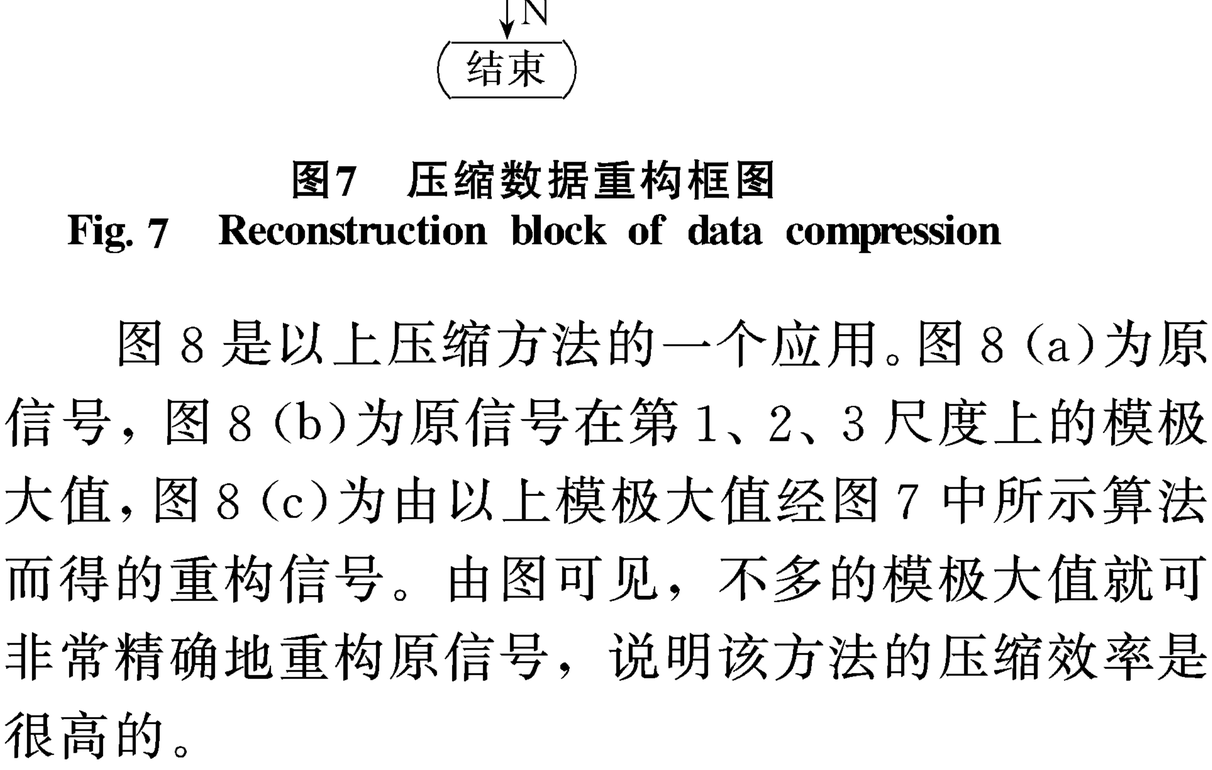

图8 基于模极大值的信号重构

Fig. 8 Signal reconstruction

5 结束语

小波分析发展至今在工程领域取得了广泛的应用，也形成了一套广泛实用的应用技术。目前，国内学者已将信号的分解和重构技术应用于电力系统的负荷预测和谐波处理，已将信噪分离技术和特征提取方法应用到异步电动机转子断条故障的检测中。通过借鉴其它领域的成果和经验，我们可以期望小波分析将在电力系统领域取得突破性的进展。

6 参考文献

1 石志强，任　震，黄雯莹. 小波分析及其在电力系统中的应用：（二）理论基础. 电力系统自动化，1997，21（2）

2 王渝红，黄雯莹，任　震等. 离散二进小波变换及其在电机故障分析中的应用. 电力系统自动化，1995，19（12）

3 王渝红. 小波分析及其在电机故障检测中的应用[硕士学位论文]. 重庆大学，1995

4 崔锦泰著. 小波分析导论. 程正兴译. 西安交通大学出版社，1995

5 Mallat S，Whang W L. Singularty Detection and Processing with Wavelets. IEEE Trans on Information Theory，1992. 3，38（2）

任　震，男，1938 年生，教授，博士生导师，国务院学位委员会电工学科评议组成员，IEEE 高级会员，主要研究方向为高压直流技术、可靠性工程、小波分析及其应用等。

黄雯莹，女，1939 年生，教授，主要研究方向为可靠性数学、小波分析等。

石志强，男，1970 年生，硕士研究生，主要研究方向为小波分析理论。

WAVELET ANALYSIS AND APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS
Part Three　Engineering Application

Ren Zhen，*Huang Wenying*　(South China University of Technology，510641，Guangzhou，China)

Shi Zhiqiang　(Chongqing University，630044，Chongqing，China)

Abstract　On the theoretical basis of wavelet analysis，the decomposition and reconstruction of signal，denoising，characteristic extraction and data compression are introduced，which are useful in engineering especially in power system. Diagram and examples of these algorithm are also presented.

Keywords　the decomposition and reconstruction of signal　denoising　characteristic extracting　data compression