# 非理想通信网络条件下的经济调度鲁棒协同一致性算法

徐 豪,张孝顺,余 涛 (华南理工大学电力学院,广东省广州市 510640)

摘要:考虑到实际通信网络中不可避免受到传输时延、噪声以及时变拓扑等因素的影响,提出一种计及非理想通信环境的经济调度鲁棒协同一致性优化算法。通过引入虚拟一致性变量,使得智能体之间的通信拓扑更加灵活,方便机组的即插即用,从而解决了时变拓扑下的一致性协同。在一致性计算中引入了一致性增益函数,有效抑制了传输噪声和时延。IEEE 39 和 118 节点算例仿真表明:所提算法适用于非理想通信网络下的一致性经济调度,在保证收敛性的同时,可以获得较为满意的优化结果。

关键词: 鲁棒协同一致性算法; 噪声时延; 时变拓扑; 虚拟一致性变量; 一致性增益函数

### 0 引言

经济调度优化是电力系统的有功功率优化问题<sup>[1]</sup>。传统经济调度问题的解决往往采用集中控制的方式,调度中心在掌握全网的负荷及机组运行情况后,根据一定的优化算法把负荷分配给各台机组。在这种集中优化方式下,国内外已有很多学者提出了有效的解决方法。若发电成本曲线为凸函数,可资利用的方法有梯度搜索法<sup>[2]</sup>、λ 迭代法<sup>[3]</sup>、场景解耦法<sup>[4]</sup>、随机动态经济调度<sup>[5]</sup>,以及考虑禁止运行区域的快速λ 迭代法<sup>[6]</sup>等。对于非凸函数的情况,可采用遗传算法<sup>[7]</sup>和粒子群优化算法<sup>[8]</sup>等智能算法。上述优化方式是与集中式的能量管理系统(energy management system, EMS)相适应的。

近年来,随着计算、通信和感知设备的小型化, 人们已经有理由相信数量众多的智能体可以通过协 同工作来实现同一目标。协同工作的解决思路受启 发于自然界中很多有趣的生物集体行为,如鱼群能 快速地改变队形来应对猎物的追捕,萤火虫能够节 奏一致地闪烁,蝗虫没有被引导却能进行大规模的 有序迁徙等。多智能体的协同控制在民事、商业和 军工等领域都有着广泛的应用前景。但是在上述所 有应用中,智能体由于受到通信带宽和通信功率的 限制,很难采取集中式指挥控制方式。本文涉及的 多智能体一致性(multi-agent consensus)问题,本质 上是一群智能体通过邻里之间的通信对关键信息达 成一致意见,以协作方式一起工作。要理解多智能 体之间如何协作,首先要研究多智能体之间的信息 传递和分享机制。因此,众多智能体开展协同控制 的一个关键问题是设计合理的分布式智能算法,使 得各智能体在信息交换能力受限且不可靠、通信拓 扑时变等条件下对共享信息达成一致意见。当前对 一致性算法的研究主要集中在以下 4 个方面[9]:具 有时滞的一致性算法的研究;一致性收敛速度的研 究;鲁棒性一致性算法研究;一致性随机方面的研 究。其中鲁棒性是多智能体网络的重要性能指标, 多智能体系统一致性的鲁棒性能已有较多的研究成 果。文献[10]研究了具有模型不确定性的多智能体 网络的鲁棒性能一致性问题。文献[11]提出新的鲁 棒自适应协议能确保网络存在时延和干扰时多智能 体系统能取得渐进一致性。

未来智能电网是一个信息网络与物理网络高度结合的电网<sup>[12]</sup>。借助多智能体协同一致性算法(collaborative consensus algorithm, CCA),可以采用分散式的 EMS来实施分散优化调度。文献[13]提出了等增量成本的一致性算法,引入了"领导者"和"跟随者"的概念,有效解决了在各种通信拓扑网络下的经济调度分散优化问题。然而在上述算法框架下,需要设定一个主节点记录整个系统的负荷功率,从而保证机组发电功率与当前的负荷功率平衡。文献[14]通过提出一种一致性创新方法,使得主节点的设定不再必要,故离彻底的分散经济调度问题计算框架更近了一步。在文献[13-14]中,由智能体组建的通信网络对应的拓扑图是无向图,文献[15]

15

收稿日期: 2016-01-12; 修回日期: 2016-03-15。

上网日期: 2016-05-16。

国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2013CB228205);国家自然科学基金资助项目(51477055)。

2016, 40(14) · **学术研究**·

则进一步研究了通信网络拓扑图是强连通图时,经济调度问题下一致性算法的收敛问题,拓宽了算法的应用范围。在考虑线损及机组容量限制等条件下,文献[16]进一步提出了自组织的经济调度分散一致性算法。然而,上述几种 CCA 均假设信息网络是理想的。文献[17]考虑了真实世界中广泛存在的信息丢失问题,提出一种鲁棒等增量成本评估算法。该算法是在文献[13]的基础上,增加了一层计算框架,从而估计系统的平均功率偏差,并保证了在信息丢失环境中算法的收敛性。

本文综合考虑智能体之间的传输时延、噪声、时变拓扑以及机组的即插即用问题。为此,本文在所提出的鲁棒协同一致性算法(robust collaborative consensus algorithm,RCCA)中引入了一致性增益函数,有效抑制了智能体之间信息传输的时延及噪声问题。为防止发电机组由于容量限制、时变拓扑和机组的即插即用等问题引起的时变信息拓扑<sup>[18]</sup>,笔者提出了虚拟一致性变量的概念。只要获取了系统中所有机组的费用系数和排放系数,那么即使机组的启停状态频繁变化,本文所提算法不需要因为机组的开机或停机而重新调整,有效解决了机组的即插即用问题,从而实现可即插即用的分散优化调度。此外,本文利用 IEEE 39 节点和 IEEE 118 节点标准算例验证了所提算法在考虑非理想通信拓扑下的可行性与有效性。

### 1 经济调度优化模型

### 1.1 兼顾经济与排放的多目标调度模型

本文提出的经济调度模型主要包括经济和排放 两个目标<sup>[19]</sup>。

1)经济目标:经济目标是使全系统总发电成本 最小。总燃料成本可用以下二次多项式来表示:

$$F_{\text{total}}^{e} = \sum_{i=1}^{n} F_{i}^{e}(P_{Gi}) = \sum_{i=1}^{n} (a_{i}P_{Gi}^{2} + b_{i}P_{Gi} + c_{i})$$
 (1)  
式中: $n$  为发电机台数; $a_{i}$ , $b_{i}$  和  $c_{i}$  为第  $i$  台机组的费用系数; $F_{i}^{e}(P_{Gi})$ 为第  $i$  台机组的发电成本; $P_{Gi}$ 为第  $i$  台机组的发电功率。

2)排放目标:排放目标是使二氧化硫、氮氧化物 等环境污染气体排放量最小。总排放量可表示为:

$$F_{\text{total}}^{c} = \sum_{i=1}^{n} F_{i}^{c}(P_{Gi}) = \sum_{i=1}^{n} (\alpha_{i} P_{Gi}^{2} + \beta_{i} P_{Gi} + \gamma_{i})$$
 (2)  
式中:  $\alpha_{i}$ ,  $\beta_{i}$  和  $\gamma_{i}$  为第  $i$  台机组的排放系数;  $F_{i}^{c}(P_{Gi})$ 为第  $i$  台机组的污染气体排放量,并且可以折算为费用[20]。

在考虑功率平衡和出力约束后,对两个目标进行线性加权,本文的经济调度模型如下:

$$\begin{cases} \min F_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{n} \left[ \omega F_{i}^{e}(P_{Gi}) + (1 - \omega) F_{i}^{e}(P_{Gi}) \right] \\ \text{s.t.} \quad P_{D} - \sum_{i=1}^{n} P_{Gi} = 0 \\ P_{Gi}^{\min} \leqslant P_{Gi} \leqslant P_{Gi}^{\max} \\ P_{Gi,t} - P_{Gi,t-1} \leqslant P_{Gi,\text{up}} \\ P_{Gi,t-1} - P_{Gi,t} \leqslant P_{Gi,\text{down}} \end{cases}$$
(3)

式中: $i=1,2,\dots,n$ ; $F_{total}$ 为经济调度的整体优化目标; $P_D$ 为系统总负荷需求; $P_{Gi,t}$ 和 $P_{Gi}^{min}$ 分别为第i台机组的有功出力上下限; $P_{Gi,t}$ 为第i台机组在t时段的发电功率; $P_{Gi,up}$ 为第i台机组的上爬坡限值; $P_{Gi,down}$ 为机组i的下爬坡限值; $\omega$ 为目标权重系数, $0 \le \omega \le 1$ 。

#### 1.2 分散式经济调度结构

如图 1(a)所示,传统的经济调度往往采用集中式优化计算。EMS 在对系统负荷进行预测后,通过采集各个机组的实时运行状态,采用一定的优化算法,把调度指令分配到各个机组。在集中式优化方式下,智能电网运行将容易出现以下挑战[21]:①通信阻塞;②不断增加的控制和优化复杂性;③不断增加的 EMS 复杂性;④集中式优化运行容易遭受安全攻击。

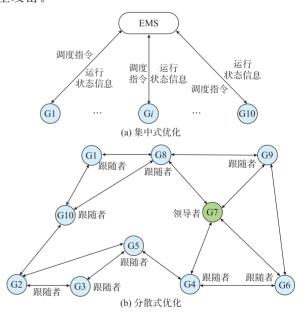


图 1 集中式与分散式经济调度框架比较 Fig.1 Comparison of centralized and decentralized economic dispatch frameworks

为了解决上述问题,本文所提出的 RCCA 是基于当下众多学者都比较关注的基于多智能体系统的分散式经济调度方式。与集中式相比,分散式下每个机组即代表一个智能体,经济调度是在由多个机

组构成的多智能体动态信息物理网络下进行计算 的,如图 1(b)所示。由于"领导者"可以获得全网的 负荷数据,又可以获取每次迭代计算得到的机组输 出功率数据,故基于领导者的一致性方法是一种分 散集中式调度方法。

这种分散集中式调度方法,其分散性主要体现 在以下两个方面。

1)信息的分散性:等耗量微增率准则,传统上是 在一个集中式 EMS 中应用的,此时集中式 EMS 需 要掌握系统内所有机组的费用系数和排放系数等数 据。集中式 EMS 的操作权限属于电网公司,而机 组的费用系数和排放系数等数据是发电公司的机密 信息。一旦集中式 EMS 遭受信息安全攻击,数量 众多的发电公司的机密信息存在泄露的风险。对于 基于领导者的一致性方法,机组的费用系数和排放 系数等机密信息存储在对应的智能体中,同时智能 体的操作权限属于相应的电厂。这样做的好处是, 机组信息只掌握在相应电厂手中;并且即使智能体 遭受信息安全攻击,也只是某台机组的商业信息存 在泄漏的风险,不会存在上述海量商业信息泄漏的 风险。

2)计算的分散性:每台机组发电功率是由对应 的智能体通过计算一致性变量获取的。而每个智能 体只需跟相邻的智能体进行通信,就可以计算各自 的一致性变量。由于每个智能体只需要更新优化其 一致性变量,故计算任务简单。

由于智能体对一致性变量的分散计算,以及领 导者对功率平衡的集中管理,调度问题的体系架构 从集中式发展为兼顾"分散自治"和"集中协调"的分 散集中式,这种分散集中式架构能较好地兼容现有 的集中式架构。同时,在此领导者-跟随者模式下, 由于有了领导者的协调作用,才可以保证所有智能 体在不断的交互计算后能收敛到整个多智能体系统 的最优解。

#### 2 **RCCA**

#### 2.1 理想 CCA

CCA[22-25]就是使得各智能体基于其相邻智能 体的一致性变量适时更新自己的一致性变量,使得 网络中所有智能体的一致性变量收敛于一个共同 值。考虑到各个智能体之间信息传输需要一定的时 间,理想情况下无领导者的离散时间一致性算法可 描述如下:

$$x_{i}(k+1) = \sum_{j=1}^{n} d_{ij}(k) x_{j}(k)$$
 (4)

$$d_{ij}(k) = \frac{|l_{ij}|}{\sum_{j=1}^{n} |l_{ij}|} \qquad i = 1, 2, \dots, n \qquad (5)$$

$$\begin{cases} l_{ij} = -a_{ij} \\ l_{ii} = \sum_{j=1, i \neq i}^{n} a_{ij} \end{cases} \quad \forall i \neq j \qquad (6)$$

$$\begin{cases} l_{ij} = -a_{ij} \\ l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^{n} a_{ij} \end{cases} \quad \forall i \neq j$$
 (6)

式中: $x_i$  为第 i 个智能体的一致性变量:k 为离散时 间序列;d;;(k)为行随机矩阵(矩阵元素非负,且每 行元素之和为 1)  $\mathbf{D} = (d_{ij}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  在离散时刻 k 的 第(i,i)项<sup>[26]</sup>; $l_{ii}$ 为多智能体网络拓扑图 G 的拉普 拉斯矩阵 L 中的元素; $a_{ii}$  为图 G 的邻接矩阵 A = $(a_{ii}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  的非对角元素, $a_{ii} \ge 0$  表示节点  $v_i$  与  $v_i$ 之间的连接权重。如果图 G 为无向图,则邻接矩 阵 A 为对称矩阵。邻接矩阵 A 的非对角元素  $a_{ij}$  的 物理意义为:信号直接从节点;传递至节点;传输 信道的个数。在本文中,其选取原则为:对于有限简 单图,邻接矩阵 A 为(0,1)矩阵,其中对角线元素全

此外,为了满足功率平衡约束,需要选定一个领 导者,其迭代规则如下:

$$x_{i}(k+1) = \sum_{j=1}^{n} d_{ij}(k) x_{j}(k) + \varepsilon \Delta P \qquad (7)$$

$$\Delta P = P_{D} - \sum_{i=1}^{n} P_{Gi} \qquad (8)$$

$$\Delta P = P_{D} - \sum_{i=1}^{n} P_{Gi}$$
 (8)

式中:ε 为一致性算法的功率平衡调节因子,取值为 正数,借助该参数,领导者可实现功率平衡约束: $\Delta P$ 为功率偏差。

简言之,这里提到的 CCA 由领导者和跟随者 两个角色构成,式(4)和式(7)共同构成了 CCA 的 基本数学表达式,即

$$x_{i}(k+1) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} d_{ij}(k)x_{j}(k) & 跟随者 \\ \sum_{j=1}^{n} d_{ij}(k)x_{j}(k) + \varepsilon \Delta P & 领导者 \end{cases}$$

从式(9)可以发现 CCA 的物理机制是:①每个 智能体通过与相邻智能体的某一状态进行信息交 互,并通过加权均值计算来使得自身的状态量与相 邻智能体的状态量趋于一致:②领导者通过获取整 个多智能体网络的功率偏差来实时调整自身的一致 性变量,促使其他智能体趋于当前负荷断面的一致 性状态量。

### 2.2 计及非理想通信的 RCCA 原理

#### 2.2.1 非理想通信网络

与理想通信网络相比,本文涉及的非理性通信 网络主要考虑三个因素:①通信时延;②信道噪声;

2016,40(14) · 学术研究 ·

### ③时变拓扑。

### 1) 诵信时延和信道噪声

在智能体之间进行通信时,由于传输数据量较多、测量误差以及外界干扰等因素,通信网络中将不可避免地出现通信时延和信道噪声问题,这里的通信时延是指智能体之间交互信息的时延,如附录 A图 A1 所示。因此,由智能体 j 传输到智能体 i 的状态信息变为:

 $y_{i,j}(k) = x_j(k - \tau_{i,j}(k)) + \eta_{i,j}(k)$  (10) 式中: $\tau_{i,j}(k)$ 为在时刻 k 状态信息由第 j 个智能体传递到第 i 个智能体的传输延迟; $\eta_{i,j}(k)$ 为时刻 k信道传输的噪声。

### 2)时变拓扑

在大多数实际的多智能体网络中,拓扑结构并非是固定不变的。由于智能体的运行或通信传输等发生故障时,通信拓扑也将发生改变,这可能导致一致性算法无法收敛。在经济调度中,时变拓扑主要考虑两种情况:①机组功率达到极限;②传输信道发生故障。如附录 A 图 A2(a)所示,在第 1 种情况下,邻接矩阵元素变化如下:

$$a_{ij} = 0$$
  $P_{Gi} < P_{Gi}^{\min}$ 或  $P_{Gi} > P_{Gi}^{\max}$  (11) 式中:  $j = 1, 2, \dots, n$ 。

如附录 A 图 A2(b)所示,在第 2 种情况下,假定邻接矩阵为 0-1 矩阵,则其元素变化如下:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & r_{ij} \leq p_{ij} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{12}$$

式中: $r_{ij}$ 为随机数, $0 \le r_{ij} \le 1$ ; $p_{ij}$ 为智能体 $i = j \ge 1$ 间通信传输没有发生故障的概率。

由式(6)、式(11)和式(12)可以知道:由于  $a_{ij}$  是随机的,因此  $l_{ij}$  也是随机的。

对于智能体 i 来说,通过实时检查其机组发电功率是否越限,以及其与相邻智能体之间通信是否发生故障,从而对其对应的元素  $a_{ij}$  ( $j=1,2,\cdots,n$ )做出相应修正,同理  $l_{ij}$  也得到修正。

#### 2.2.2 一致性增益函数

为有效地抑制通信时延和噪声带来的影响,需在一致性计算中引入增益函数,计及非理想通信的RCCA表示如下:

$$x_{i}(k+1) = x_{i}(k) - c(k) \sum_{j=1}^{n} l_{ij}(k) (x_{j}(k - \tau_{i,j}(k)) + \eta_{i,j}(k))$$
(13)

式中:c(k)为一致性增益函数。

为了确保一致性算法的收敛性,c(k)需要满足以下两个必要条件[27]:

$$\sum_{k=0}^{\infty} c(k) = +\infty \tag{14}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} c^2(k) < +\infty \tag{15}$$

式(14)为收敛条件,可使智能体的一致性变量以合适的速率趋于一致;式(15)为鲁棒条件,即使存在信道噪声和通信时延,该条件也可使得闭环系统的静态误差处于有限范围内,换句话说,鲁棒条件确保了算法在考虑噪声和时延影响后的收敛鲁棒性。

文献[27]已证明,若上述两个条件成立,对于通信网络中存在时延与噪声的情况,则存在一个随机变量  $x^*$ ,使得对任意的  $i \in V(V)$  为智能体节点集合), $\lim_{k\to\infty} E(|x_i(k)-x^*|^2)=0(E(\bullet)$ 表示求均方差值)成立,即通信网络中所有智能体的一致性变量趋向于一个公共的随机变量  $x^*$ ,称所有智能体达成均方一致性。

对于信道的延迟和噪声,主要是采用衰减的一致性增益函数使每个个体减少分配给其邻居个体相应边的权重,从而使得智能体能利用相邻智能体的有效信息进行一致性计算。

#### 2.2.3 虚拟一致性变量

为解决机组即插即用导致的时变拓扑问题,本文在真实一致性变量的基础上,提出了虚拟一致性变量的概念。虚拟一致性变量主要作为智能体交互的一致性变量,并作为各个智能体一致性计算的状态量,且不受任何约束。对于时变拓扑,主要采用虚拟一致性变量和真实一致性变量进行处理。真实一致性变量,为实时变化的网络拓扑结构下智能体交互的信息;而虚拟一致性变量,为初始设定的虚拟网络拓扑结构下智能体交互的信息,主要用于智能体间的信息交互及一致性计算。无论真实的网络拓扑结构如何动态地变化,给定的虚拟网络拓扑结构总是不变的。这保证了信息在邻近机组间的共享,从而克服了拓扑变化的问题。

由式(3)描述的经济调度模型可知,当各个机组的目标函数值对其发电功率的导数相等时, $F_{total}$ 可达到最小值,即

$$\frac{dF_{1}(P_{G1})}{dP_{G1}} = \frac{dF_{2}(P_{G2})}{dP_{G2}} = \cdots = \frac{dF_{i}(P_{Gi})}{dP_{Gi}} = \cdots = \frac{dF_{n}(P_{Gi})}{dP_{Gi}} = dF_{n}(P_{Gi})$$
(16)

$$F_{i}(P_{Gi}) = \omega F_{i}^{e}(P_{Gi}) + (1 - \omega) F_{i}^{e}(P_{Gi}) = \omega (a_{i} P_{Gi}^{2} + b_{i} P_{Gi} + c_{i}) + (1 - \omega) (\alpha_{i} P_{Gi}^{2} + \beta_{i} P_{Gi} + \gamma_{i})$$

$$(17)$$

式中: $\lambda'$ 为目标函数微增率,也是一致性变量; $F_i$ 为机组i的目标函数。

因此,第i台机组的微增率 $\lambda_i$ <sup>'</sup>可表示为:

$$\lambda_{i}' = 2P_{Gi} \left[ \omega a_{i} + (1 - \omega) \alpha_{i} \right] + \left[ \omega b_{i} + (1 - \omega) \beta_{i} \right]$$
(18)

式中: $\lambda_i$ '为机组i 的虚拟一致性变量,不受制于机组功率容量约束。

在考虑噪声和时延情况下,由式(13)可知机组的虚拟一致性变量可更新为:

$$\lambda_{i}'(k+1) = \lambda_{i}'(k) - c(k) \sum_{j=1}^{n} l_{ij}(k) (\lambda_{j}'(k - \tau_{i,j}(k)) + \eta_{i,j}(k))$$
(19)

另一方面,为保证式(3)的功率平衡约束,在一致性算法中采用领导者-跟随者模式,由机组领导者负责控制功率平衡,其他机组通过一致性网络跟随。这里的一致性网络是指,以某一状态信息作为一致性控制目标的多智能体系统通信网络。其中,领导者的虚拟一致性变量可更新为:

$$\lambda_{i}'(k+1) = \lambda_{i}'(k) - c(k) \sum_{j=1}^{n} l_{ij}(k) (\lambda_{j}'(k - \tau_{i,j}(k)) + \eta_{i,j}(k)) + \varepsilon \Delta P$$
 (20)

式(8)还是通过领导者对各个跟随者的发电功率实时采集来实现的。其中,领导者在功率平衡方面的实现机制如下:①对全系统进行负荷预测,得到负荷功率的预测值并记录;②接收其他机组传来的发电功率的信息,与负荷功率的预测值作比较,计算得到负荷功率与机组发电总功率的差值。

由于本文的通信拓扑结构对应的无向图都是连通图,故所有机组的发电功率的信息都可以传送至领导者。

在得到更新后的虚拟一致性变量,就要进行机组的功率计算,这时就要求取真实一致性变量,即机组的真实目标函数微增率,其表达式为:

$$\lambda_{i}^{\text{ac}} = \begin{cases} \lambda_{i}^{\min} & \lambda_{i}' < \lambda_{i}^{\min} \\ \lambda_{i}' & \lambda_{i}^{\min} \leq \lambda_{i}' \leq \lambda_{i}^{\max} \\ \lambda_{i}^{\max} & \lambda_{i}' > \lambda_{i}^{\max} \end{cases}$$
(21)

式中: $\lambda_i^{nc}$  为机组i 的真实一致性变量,根据机组的出力上下限,由虚拟一致性变量修正得到; $\lambda_i^{min}$  和  $\lambda_i^{max}$  分别为智能体i 真实一致性变量的下限值和上限值。

由于目标函数微增率是机组功率的线性函数, 将机组功率上下限代人式(18)即可获得其微增率上 下限值。因此,由式(18)即可计算机组 *i* 的发电功 率值,其表达式为:

$$P_{Gi} = \frac{\lambda_i^{\text{ac}} - \left[\omega b_i + (1 - \omega)\beta_i\right]}{2\left[\omega a_i + (1 - \omega)\alpha_i\right]}$$
(22)

#### 3 算法流程

综上所述,在考虑非理想通信拓扑网络下,经济

调度 RCCA 流程如图 2 所示。图中:δ 为功率偏差 允许最大值,一般取为较小的正数。

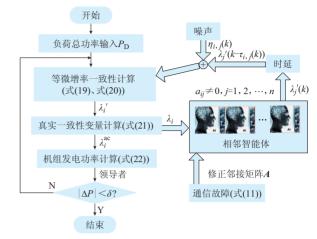


图 2 RCCA 流程框图 Fig.2 Flow chart of proposed RCCA

### 4 仿真研究

#### 4.1 仿真模型

本文分别以 IEEE 39 节点系统和 IEEE 118 节点系统模型为仿真对象,搭建了由 10 台发电机组和54 台发电机组组成的通信网络拓扑模型,如图 1(b)和附录 A 图 A3 所示。其中,各台机组的相关系数参考文献[28-29]。算例中所有智能体之间的信息交流的连接权重  $a_{ij}$ 设为 1。若智能体 i 与 j 之间存在通信连接,则拉普拉斯矩阵的非对角元素  $l_{ij}$  取值为一1,否则取值为 0;对角线元素  $l_{ii}$  为第 i 行所有非对角线元素之和取绝对值。设功率误差容限  $|\Delta P|$  <0.01 MW,功率平衡调节因子  $\epsilon$  取为 0.01。

在 IEEE 39 节点系统主要验证 RCCA 对机组容量限制、时变拓扑、机组即插即用、时延和噪声的鲁棒性,并讨论了为使算法收敛,一致性增益函数所应满足的条件。在 IEEE 118 节点系统首先验证了RCCA 在较大规模非理想通信网络的适用性。接着比较了在理想通信网络下,CCA<sup>[13]</sup>,RCCA,Fmincon<sup>[30]</sup>和遗传算法(GA)<sup>[7]</sup>对经济调度问题的优化性能和收敛速度。

### 4.2 IEEE 39 节点系统仿真研究

#### 4.2.1 虚拟一致性变量的讨论

1)机组功率达到极限的情况

当不存在噪声和时延情况下,RCCA的收敛过程如图 3 所示,其中负荷功率设为 6 500 MW。从图 3(a)可以发现,所有机组的虚拟一致性变量在迭代约 2 000 步后即可达到一致。然而,由于负荷功率过大,部分机组的发电功率将达到限值,如

2016,40(14) · 学术研究•

图 3(c)中的 G8, G9, G10。同时,这 3 台机组的真实一致性变量也将达到限值,如图 3(b)所示。当领导者的真实一致性变量调节到 1 600 左右时,机组的发电功率之和也趋近于负荷功率,最后达到平衡,如图 3(d)所示。这也表明:在引入虚拟一致性变量后,当负荷功率过大或过小时,部分机组的发电功率可能达到限值,但所有机组的虚拟一致性变量均可达到一致,随着领导者的功率调节,最终可保证机组功率与负荷功率的平衡。图 3(d)中: P<sub>G</sub> 为机组发电功率: P<sub>L</sub> 为负荷需求。

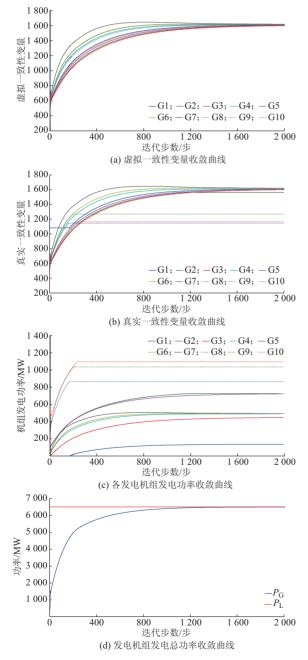


图 3 一致性收敛过程 Fig.3 Consensus convergence process

### 2)传输信道发生故障的情况

假设机组 2 与机组 4 的传输信道发生故障,这两台机组从多智能体网络中退出,从而机组 3 与机组 5 和其他机组的通信连接断开,如附录 A 图 A4 所示。对这种情况进行仿真研究。

CCA的仿真结果如附录 A 图 A5 所示。这 10 台机组的初始发电功率都是 50 MW,由于机组 3 与机组5只与对方存在信息交互,故两台机组的一 致性变量趋于一致,如附录 A 图 A5(a)所示。在这 两台机组的一致性变量达成一致的前提下,因为机 组 5 的效率较高,其发电功率接近 100 MW;而机 组 3的效率较低,其发电功率接近零,如附录 A 图 A5(b)所示。虽然机组 3 与机组 5 本身的传输信 道并没有发生故障,然而由于机组2与机组4的退 出,使得机组3与机组5"孤岛"运行,从而机组3与 机组5不能参与全网的有功功率优化分配。在分散 式的经济调度方式下,传输信道发生故障时,有些情 况会产生机组"孤岛"运行的问题。在这种情况下, 仅适用于理想通信环境的 CCA 的全系统优化能力 有待提高,CCA不能解决传输信道发生故障时的机 组"孤岛"运行问题。

相反,在上述情况下,RCCA具有全系统优化能力。首先,即使机组2与机组4从多智能体网络中退出,虚拟一致性变量的引入保证上述两台机组处于"虚连"状态,其虚拟一致性变量与其他机组趋于一致,如附录A图A6(a)所示。其次,机组3与机组5没有因为机组2与机组4传输信道的故障,而从多智能体网络中断开。各台机组的发电功率如附录A图A6(c)所示。由于从全系统来看,机组3与机组5的效率比机组1要高。比起CCA,RCCA增大了机组3和机组5的发电功率,而减少了机组1的发电功率,实现了有功功率分配的全系统优化。故RCCA能够解决传输信道发生故障时的机组"孤岛"运行问题。

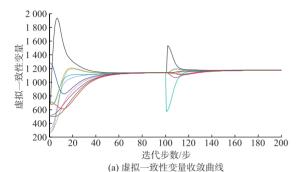
如果某台机组的传输信道发生故障,智能体能够识别该故障,并且只需把机组最大出力修正为与最小出力一样的数值,使机组出力调节范围为零,最终该机组没有参与有功功率调节。

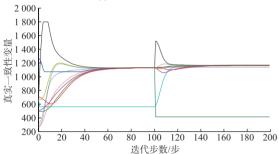
#### 3)考虑机组即插即用的情况

这里主要验证在一个负荷断面下,即使有机组启停状态的变化,RCCA不需要重新编程,同样能实现有功功率的优化分配,即验证算法对机组即插即用问题的鲁棒性能。

模型参照图 1(b),这里作如下修改:情景 1下,机组 2 和机组 4 首先分别处于开机和停机状态;情景 2下,因为一些偶然的因素,机组 2 和机组 4 分别

切换为停机和开机状态。其他机组都处于开机状态,仿真结果如图 4 所示。前 100 步是情景 1 的迭代过程,后 100 步是情景 2 的迭代过程,设负荷功率为 4 500 MW,前后两种情景负荷功率不变。当机组 2 由开机状态转变为停机状态时,发电功率减小至零;而机组 4 由停机状态转变为开机状态时,发电功率从零开始增加,如图 4(c)所示。在整个仿真过程中,只需监测机组启停状态的变化,RCCA 自动在可用机组集合中实现有功功率的最优分配,从而验证了算法对机组即插即用问题的鲁棒性能。





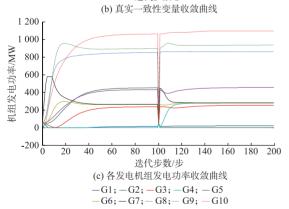


图 4 考虑机组即插即用特性的一致性收敛过程 Fig.4 Consensus convergence process considering plug and play property of units

#### 4.2.2 一致性增益函数的讨论

1)为了单独地研究传输时延对 RCCA 的影响,设噪声幅值为零。表 1 列出了各种情况下传输延迟的概率,其中  $p_{\tau}(\tau = k)$ 表示滞后 k 个单位时间的概率。

表 1 5 种方案的传输延迟概率分布 Table 1 Probability distributions of transmission delays

_				
	方案	$p_{\tau}(\tau=0)$	$p_{\tau}(\tau=1)$	$p_{\tau}(\tau=2)$
	1	0.9	0.05	0.05
	2	0.8	0.10	0.10
	3	0.7	0.15	0.15
	4	0.6	0.20	0.20
	5	0.5	0.25	0.25

当负荷功率为 4 500 MW 时,在考虑信号传输时延的影响后,真实一致性变量最终也趋于一致,如附录 A 图 A7 所示。在理想通信网络下,该负荷功率下算法的迭代步数为 1 596 步。与之相比,在考虑噪声后,各个方案运行 100 次的迭代步数如表 2 所示。从表 2 可以看出,随着时延的加剧,收敛步数也随之增加,说明传输时延影响算法的计算速度。

表 2 5 种方案运行 100 次的迭代步数统计结果 Table 2 Statistics of iteration step under five scenarios in 100 runs

方案		迭代步数/步	
刀采	平均值	最大值	最小值
1	1 769	1 775	1 761
2	1 930	1 941	1 923
3	2 079	2 089	2 074
4	2 219	2 222	2 210
5	2 352	2 361	2 346

2)为单独测试传输通道噪声对 RCCA 的影响,在此节暂时不考虑传输时延,负荷功率仍为 4500 MW。噪声服从[-A,A]的连续均匀随机分布,A 为噪声幅值。

由附录 A 图 A8 可知,随着噪声幅值的增大,收敛过程中真实一致性变量的波动更加明显,但最终还是可以达到一致。从表 3 的统计数据可以看出,噪声幅值的增大使得迭代步数的随机性变大,从总体上看适度的噪声反而可以加快算法的计算速度。

表 3 不同噪声下的迭代步数统计结果 Table 3 Statistics of iteration step under different noises

噪声幅值	迭代步数/步						
	平均值	方差	最大值	最小值			
0.1	2 015	17 672	2 450	1 760			
1.0	1 670	29 137	2 155	1 389			
10.0	1 443	123 834	2 526	997			
100.0	2 361	1 339 724	5 686	660			

3)在探讨一致性增益函数 c(k) 对算法收敛性的影响时,需要把算法置于存在传输时延和信道噪声的环境下加以检验。设信道噪声服从[-10,10] 的连续均匀随机分布,传输时延取表 1 中方案 5 所示的概率分布情况。附录 A 图 A9 显示了不同的

2016,40(14) · 学术研究•

c(k)对一致性变量收敛特性的影响。恒定的 c(k)由于不满足式(14),真实一致性变量不收敛。

在本文算例应用中,c(k)函数主要是在满足式(14)和式(15)的前提下进行构建设计,主要有两种形式:

$$c(k) = \frac{1}{\partial_{+}k + 1} \tag{23}$$

$$c(k) = \frac{\ln(\partial_2 k + 1)}{\partial_2 k + 1} \tag{24}$$

式中: $\partial_1$  和 $\partial_2$  为延迟系数, $\partial_1 > 0$ , $\partial_2 > 0$ 。

为了描述一致性变量趋于一致的程度,给定一个一致性变量收敛偏差的公式:

$$S_{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |r_{i} - r_{ideal}|$$
 (25)

式中: $r_i$  为迭代结束时第 i 台机组的虚拟一致性变量; $r_{ideal}$  为理想情况下的一致性变量。

由表 4 可知,延迟系数表征一致性增益函数的 计算速度,延迟系数 $\partial_1$  与 $\partial_2$  越小,一致性算法的计 算速度越快,计算精度越高。

表 4 不同一致性增益函数下的统计结果
Table 4 Statistics under different decaying gain functions

一致性增益函数		收敛偏差		迭代步数/步		优化目标			
		最小值	最大值	平均值	最小值	最大值	$F_{ m total}^{ m e}/元$	$F_{ m total}^{ m c}/元$	$F_{ m total}/$ 元
$0.5[1/(2k+1)+\ln(2k+1)/(2k+1)]$	10.72	0.31	21.74	2 931.8	2 356	3 569	13 159 898	959 797	14 119 695
$0.5[1/(1.5k+1) + \ln(1.5k+1)/(1.5k+1)]$	7.13	0.20	14.44	2 333.1	1 779	2 909	13 155 948	959 822	14 115 770
$0.5[1/(k+1)+\ln(k+1)/(k+1)]$	3.67	0.12	7.34	1 815.8	1 471	2 253	13 152 531	959 872	14 112 403
$0.5[1/(0.75k+1)+\ln(0.75k+1)/(0.75k+1)]$	2.49	0.05	4.97	1 743.7	1 396	2 173	13 151 344	959 894	14 111 238
$0.5[1/(0.5k+1) + \ln(0.5k+1)/(0.5k+1)]$	0.64	0.05	1.24	1 728.1	1 385	2 064	13 149 677	959 940	14 109 617

### 4.2.3 功率平衡调节因子的讨论

功率平衡调节因子  $\varepsilon$  的主要作用是一致性算法中的领导者可实现经济调度模型(式(3))的功率平衡约束。通过调整参数  $\varepsilon$  实现对算法收敛速度的控制。

随着功率平衡调节因子 ε 取值不同,算法收敛速度的变化如图 5 所示。

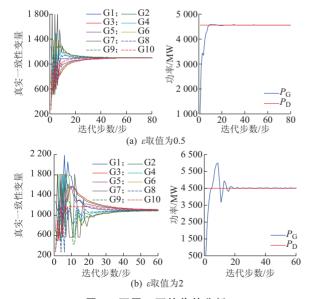


图 5 不同 ε 下的收敛分析 Fig.5 Convergence analysis with different ε

机组特性等系统参数、噪声和时延的情况与 4.2.2 节中相同,一致性增益函数取表 4 中的第 5 种 情形。由图 5 可知,ε 取值较大,则迭代步数较少, 算法收敛速度较快;然而一致性变量的取值范围也相应扩大,同时机组发电功率不再平滑地接近负荷功率,振荡性加剧,如图 5(b)所示。

当全系统负荷功率较大时,假设只剩下一台发电机组没有处于满发状态。若负荷功率继续增加, 所有机组的发电功率为最大值,上述机组称为全系统最大临界发电机组,此时其一致性变量称为全系统最大临界一致性变量。若ε取值过大,在计算过程中,全系统最大临界发电机组的一致性变量有可能大于全系统最大临界一致性变量,这将导致算法不收敛。

不同负荷功率下,调整参数  $\epsilon$  对算法迭代步数 的影响如表 5 所示。参数  $\epsilon$  越大,一致性算法收敛 越快,当  $\epsilon$  增大到一定程度时,算法收敛将不稳定, 甚至不收敛,对应不同的工况有不同的最优  $\epsilon$ 。

表 5 不同 ε 下的迭代步数统计表 Table 5 Iteration step under different ε

总功率需求/	迭代步数/步					
MW	$\varepsilon = 0.2$	$\epsilon = 0.5$	$\varepsilon = 1$	$\varepsilon = 2$	$\epsilon = 5$	
4 000	96	85	73	44	不收敛	
4 500	103	30	27	51	不收敛	
5 000	77	30	44	52	不收敛	
5 500	176	77	76	65	不收敛	
6 000	203	87	37	不收敛	不收敛	

#### 4.3 IEEE 118 节点系统仿真研究

4.2 节的仿真过程都是在一个断面下进行的, 为了检验连续断面情况下 RCCA 的适用性,设置负 荷功率由 500 MW 开始至 1 500 MW 为止,断面 1 至断面 5 对应的负荷功率分别为 500,750,1 000, 1 250,1 500 MW,对每个断面研究一致性变量的收敛特性。设信道噪声服从[-10,10]的连续均匀随机分布,传输时延取表 1 中方案 5 所示的概率分布情况。c(k) 取表 4 中的第 5 种情形。对附录 A 图 A3 中 54 台机组模型进行仿真研究,一致性变量收敛特性曲线如图 6 所示。

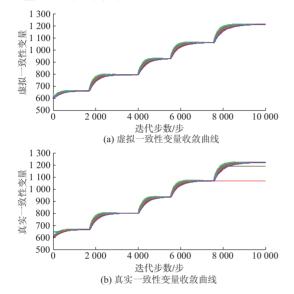


图 6 连续 5 个断面下的一致性收敛过程 Fig.6 Consensus convergence process under five continuous sections

从图 6(b)可以看出,随着负荷功率的增大,有两台机组的一致性变量达到极限值,即机组的发电功率达到极限值,然而从图 6(a)的收敛曲线得知,虚拟一致性变量最终趋于一致。这表明,无论机组的多少,虚拟一致性变量的引入保证了一致性变量的收敛特性。

为了比较 RCCA 对目标函数的优化性能,拟引入其他算法进行对比分析,这些算法均未考虑时延与噪声的影响。GA 独立运行 100 次,目标函数结果取平均值。其他 3 种算法在特定负荷功率下,目标函数值固定不变,故对每个负荷断面只需一次仿真计算,结果如表 6 所示。可以看出,CCA/RCCA在各个负荷功率断面下目标函数值相等且最小,优化性能优于 Fmincon和 GA。在收敛时间方面,有以下两个结论:①随着负荷功率的增大,4 种算法的收敛时间都有所增加;②在同一负荷断面的比较中,上述 4 种算法收敛时间从小到大的排序依次为CCA/RCCA,Fmincon和 GA。综上所述,在仅考虑理想通信网络时,CCA/RCCA的优化性能和收敛时间要优于其他两种算法。

表 6 理想通信网络连续 5 个断面下不同算法的结果比较 Table 6 Comparison results of different algorithms under five continuous sections in ideal communication network

断面	算法	$F_{ m total}^{ m e}/元$	$F_{ m total}^{ m c}/元$	$F_{ m total}/$ 元	收敛时间/s
	CCA/RCCA	3 083 938	23 045	3 106 983	10
1	Fmincon	3 087 157	23 159	3 110 316	14
	GA	3 091 537	20 918	3 112 455	102
	CCA/RCCA	4 843 842	46 424	4 890 266	12
2	Fmincon	4 847 690	46 439	4 894 129	15
	GA	4 851 772	45 822	4 897 594	108
	CCA/RCCA	6 974 629	62 202	7 036 831	15
3	Fmincon	6 979 213	62 164	7 041 377	17
	GA	6 997 857	59 553	7 057 410	111
	CCA/RCCA	9 490 598	84 941	9 575 539	17
4	Fmincon	9 495 975	84 885	9 580 860	19
	GA	9 577 550	79 297	9 656 847	122
	CCA/RCCA	12 391 260	114 786	12 506 046	18
5	Fmincon	12 397 435	114 711	12 512 146	21
	GA	12 629 403	107 098	12 736 501	134

### 5 结语

本文提出了一种与分散式的 EMS 相适应的分散优化经济调度算法,从而实现可即插即用的分散优化调度。在该算法框架下,机组只与相邻机组通信,中央决策机构变得不再必要,体现了算法的分散优化特性;解决了传统的 CCA 对理想通信网络过度依赖的问题,仿真结果证明了 RCCA 对传输时延和噪声干扰的鲁棒性;解决了传统的 CCA 对机组从通信拓扑关键位置断开的脆弱性,兼顾了机组的即插即用特性。

附录见本刊网络版(http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx)。

## 参考文献

- [1] 石立宝,徐国禹.遗传算法在有功安全经济调度中的应用[J].电力系统自动化,1997,21(6):42-44.
  - SHI Libao, XUE Guoyu. Application of genetic algorithm in economic power dispatch with security [J]. Automation of Electric Power Systems, 1997, 21(6): 42-44.
- [2] WOOD A J, WOLLENBERG B F. Power generation, operation, and control[M]. USA: John Wiley & Sons, 2012.
- [3] LIN C E, VIVIANI G L. Hierarchical economic dispatch for piecewise quadratic cost functions [J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1984(6): 1170-1175.
- [4] 付一木,刘明波.求解多目标随机动态经济调度问题的场景解耦方法[J]. 电力系统自动化,2014,38(9):34-40. DOI:10.7500/AEPS20131028006.
  - FU Yimu, LIU Mingbo. Scenario decomposition method for multi-objective stochastic dynamic economical dispatch problem [J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(9): 34-40. DOI: 10.7500/AEPS20131028006.
- [5] 王豹,徐箭,孙元章,等.基于通用分布的含风电电力系统随机动态经济调度[J].电力系统自动化,2016,40(6):17-24.DOI:

2016,40(14) ・学术研究・

- 10.7500/AEPS20150807004.
- WANG Bao, XU Jian, SUN Yuanzhang, et al. Stochastic dynamic economic dispatch of power systems considering wind power based on versatile probability distribution[J]. Automation of Electric Power Systems, 2016, 40(6): 17-24. DOI: 10.7500/AEPS20150807004.
- [6] ZHAN J, WU Q H, GUO C, et al. Fast-iteration method for economic dispatch with prohibited operating zones [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2014, 29(2): 990-991.
- [7] 曹一家.并行遗传算法在电力系统经济调度中的应用——迁移 策略对算法性能的影响[J].电力系统自动化,2002,26(13): 20-24
  - CAO Yijia. Application of parallel genetic algorithm to economic dispatch: effects of migration strategy on algorithms' performances[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(13): 20-24.
- [8] GAING Z L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(3): 1187-1195.
- [9] 吴永红,刘敬贤.多智能体网络一致性协同控制理论及应用[M]. 北京:科学出版社,2013.
- [10] LIN P, JIA Y, LI L. Distributed robust H 

  consensus control in directed networks of agents with time-delay [J]. Systems & Control Letters, 2008, 57(8): 643-653.
- [11] JIN X. Robust adaptive consensus protocols design for multiagent systems with bounded disturbances and time-delays [C]// 2010 Chinese Control and Decision Conference, May 26-28, 2010, Xuzhou, China: 2695-2700.
- [12] ROVEDA J, LYSECKY S, SON Y J, et al. Interface model based cyber-physical energy system design for smart grid[C]// 2011 IEEE/IFIP 19th International Conference on VLSI and System-on-Chip (VLSI-SoC), October 3-5, 2011, Hong Kong, China; 368-373.
- [13] ZHANG Z, CHOW M Y. Convergence analysis of the incremental cost consensus algorithm under different communication network topologies in a smart grid[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2012, 27(4): 1761-1768.
- [14] HUG G, KAR S, WU C. Consensus + innovations approach for distributed multiagent coordination in a microgrid[J]. IEEE Trans on Smart Grid, 2015, 6(4): 1893-1903.
- [15] YANG S, TAN S, XU J X. Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2013, 28(4): 4416-4426.
- [16] BINETTI G, DAVOUDI A, LEWIS F L, et al. Distributed consensus-based economic dispatch with transmission losses [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2014, 29(4): 1711-1720.
- [17] ZHANG Yuan, RAHBARI-ASR N, CHOW M Y, et al. A robust distributed system incremental cost estimation algorithm for smart grid economic dispatch with communications information losses[J]. Journal of Network and Computer Applications, 2016, 59: 315-324.
- [18] MOREAU L. Stability of multi agent systems with time-dependent communication links[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 169-182.
- [19] DHILLON J S, KOTHARI D P. Economic-emission load dispatch using binary successive approximation-based evolutionary search [J]. IET Generation, Transmission &

- Distribution, 2009, 3(1): 1-16.
- [20] 王晓玲.二氧化硫税的国际比较及在减排中的作用评析[J].涉外税务,2002(5):49-52. WANG Xiaoling. An international comparative study of carbon dioxide tax and its effects[J]. International Taxtion in China, 2002(5):49-52.
- [21] 孙宏斌,张伯明,吴文传,等.自律协同的智能电网能量管理系统家族:概念、体系架构和示例[J].电力系统自动化,2014,38(9):1-5.DOI:10.7500/AEPS20140424002.
  - SUN Hongbin, ZHANG Boming, WU Wenchuan, et al. Autonomous-synergetic energy management system family for smart grids: concept, architecture and cases[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(9): 1-5. DOI: 10.7500/AEPS20140424002.
- [22] BEARD B R W, MCLAIN T W, NELSON D B, et al. Decentralized cooperative aerial surveillance using fixed-wing miniature UAVs[J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(7): 1306-1324.
- [23] CONRADT L, ROPER T J. Consensus decision making in animals[J]. Trends in Ecology & Evolution, 2005, 20(8): 449-456.
- [24] JADBABAIE A, LIN J. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [25] BEARD R W, REN W. 多航行体协同控制中的分布式一致性: 理论与应用[M]. 李晓锋, 译. 北京: 电子工业出版社, 2014.
- [26] GODSIL C, ROYAL G. Algebraic graph theory [M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [27] LIU S, XIE L, ZHANG H. Distributed consensus for multi-agent systems with delays and noises in transmission channels
  [J]. Automatica, 2011, 47(5): 920-934.
- [28] 孙静,于继来.节能发电调度问题的多目标期望控制模型及解法[J].电力系统自动化,2010,34(11):23-27.
  SUN Jing, YU Jilai. A multi-objective expectation control model and its solutions for energy-saving power dispatch problems[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(11): 23-27.
- [29] ZHOU B, CHAN K W, YU T, et al. Equilibrium-inspired multiple group search optimization with synergistic learning for multi objective electric power dispatch [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2013, 28(4): 3534-3545.
- [30] LIU X. On compact formulation of constraints induced by disjoint prohibited-zones[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2010, 4(25): 2004-2005.

徐 豪(1991—),男,硕士研究生,主要研究方向:电力系统优化运行与控制。E-mail: xh199164@163,com

张孝顺(1990—),男,通信作者,博士研究生,主要研究 方向:电力系统优化运行与控制。E-mail: xszhang1990@ sina.cn

条 涛(1974-),男,博士,教授,主要研究方向:复杂电力系统的非线性控制理论和仿真。 E-mail: taoyul@scut.edu.cn

(编辑 孔丽蓓)

(下转第 57 页 continued on page 57)

(上接第 24 页 continued from page 24)

### Robust Collaborative Consensus Algorithm for Economic Dispatch Under Non-ideal Communication Network

XU Hao, ZHANG Xiaoshun, YU Tao

(School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** Considering the influence of transmission delay, noises and dynamically switching topologies in actual communication networks, an robust collaborative consensus algorithm for economic dispatch of non-ideal communication environment is presented. By introducing a virtual consensus variable, communications among smart units become more flexible as to enhance plug and play adaptability and consensus collaboration under dynamically switching topologies. With the assistance of a consensus gain function, the weakness of consensus-based algorithm to delays and noises in communication networks is eliminated. Finally, simulation results obtained from IEEE 39-bus and 118-bus test networks show that the proposed algorithm is suitable for the consensus economic dispatch of non-ideal communication network and satisfied optimization results can be obtained while the astringency is ensured.

This work is supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (No. 2013CB228205) and National Natural Science Foundation of China (No. 51477055).

**Key words:** robust collaborative consensus algorithm; delays and noises; dynamically switching topologies; virtual consensus variable; consensus gain function