

牛顿最优潮流算法中离散控制量的新处理方法

赵晋泉 侯志俭 吴际舜

(上海交通大学电气工程系 200030 上海)

摘要 提出了一种新的基于正曲率二次罚函数的最优潮流算法中离散控制量的处理方法。该方法利用二次罚函数产生的虚拟费用迫使离散控制到达它的一个分级上,引入机制简单有效,并能很好地结合在牛顿最优潮流算法中。文中对一个 IEEE 试验电力系统和两个中国的实际电力系统做了数值计算。结果表明,该方法有良好的收敛性、精确性,具有很强的实用意义。

关键词 最优潮流 离散变量 二次罚函数 修正罚子

分类号 TM 732 TM 744

0 引言

最优潮流(OPF)的概念已形成30多年。这期间各国学者相继提出了不同的解算方法,其实际应用中的精确性、快速性、可靠性在不断提高。但是,这些算法大多没有对离散控制变量进行合理的离散化处理。一般采用的都是“靠拢”式处理方案^[1,2],即在把离散控制当做连续变量处理得到最优解后,先将其强制固定在离其最近的分级上,再做补充处理:一种方法是再做一次潮流计算;另一种方法是再对其他连续控制变量进行一次优化潮流计算。这两种处理方案不仅费时多,而且对具有较大分级步长的离散控制量而言很不精确^[3],甚至会发生因某些运行约束无法满足而不能得到最优解的情况。此外,电力系统还有一类通常用于安全校正的特殊的离散控制手段,如卸负荷、切机等,对这一控制手段的有效处理将大大扩展OPF的应用范围^[4]。由此可见,建立一个良好的数学模型进行离散化处理,使OPF程序能快速、自动地找到最优解,具有十分重要的意义。

文献[5]对离散控制建立了精确模型,将OPF问题变为一个混合整数非线性规划问题。但这一方法所需计算时间随离散控制变量数目的增加呈指数增加,对于大规模电网计算显然是不可取的。文献[1]尝试了用线性罚函数来调整离散变量的方法。文献[2]则建立了一个负曲率二次罚函数的模型。它们都与牛顿OPF算法结合在一起。但是由于模型本身的限制,为了有效地解算,必须辅之以一套繁琐的附加规则,此外有许多需人工调试的参数、阈值,也影响了其适用性。

本文给出了一种正曲率二次罚函数的模型,辅

之以罚子的自动修正使得算法更为合理、简明、高效。这一方法不但能与以罚机制为基础的牛顿OPF算法很好地结合,而且能有效地改善牛顿OPF算法的数值稳定性。为方便和突出重点,下面的讨论中目标函数限定为全网有功损耗最小,离散控制则以并联电容器/电抗器为例。而本文方法应用于其他目标函数和其他离散控制量则完全相同。

1 牛顿最优潮流算法概貌

1.1 基本列式

OPF问题通常的数学描述如下^[6]。

目标函数:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

约束条件:

$$\begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leqslant \mathbf{0} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $f(\mathbf{x})$ 是标量目标函数(如全网有功损耗); \mathbf{x} 包括系统控制变量(如发电机有功出力、无功出力、变压器变比和并联电容器/电抗器分级等)和状态变量(如节点电压幅值和相角); $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 是潮流方程等式约束; $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ 是不等式约束,分为变量不等式和函数不等式。

对于式(1)、式(2),首先不考虑不等式约束,可以写出其Lagrangian函数为:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

式中 $\boldsymbol{\lambda}$ 是对应于等式约束的拉格朗日乘子向量。

式(3)的Kuhn-Tucker条件为:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{J}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (4)$$

式中 \mathbf{J} 是潮流方程的 Jacobian 矩阵。

用牛顿法求解式(4)的非线性方程组,可以得到如下的迭代方程式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & -\mathbf{J}^T \\ -\mathbf{J} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}}, \frac{\partial L}{\partial \lambda} \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

式中 \mathbf{H} 是拉格朗日函数的 Hessian 矩阵; $\Delta \mathbf{x}, \Delta \lambda$ 分别是系统变量和拉格朗日乘子变量的校正向量。

式(5)通常又简写为:

$$\mathbf{W} \Delta \mathbf{z} = -\mathbf{d} \quad (6)$$

其次,再来考虑起作用的不等式约束。其中,变量不等式约束用二次罚函数引入,这样得到增广的拉格朗日函数及其一阶、二阶导数分别为:

$$\left\{ \begin{array}{l} L' = L + \sum_i^{A_1} \frac{s_i}{2} (x_i - \bar{x}_i)^2 \\ \frac{\partial L'}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i} + s_i (x_i - \bar{x}_i) \\ \frac{\partial^2 L'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 L}{\partial x_i^2} + s_i \end{array} \right. \quad (7)$$

式中 L' 为增广的拉格朗日函数; \bar{x}_i 为 x_i 的限值; s_i 为惩罚因子; A_1 为起作用的不等式约束集。

函数不等式约束则像等式约束一样用拉格朗日乘子引入。这类约束主要有无功可调节节点的无功注入越限和支路潮流越限等。不论这类约束是否起作用,均放在上述拉格朗日函数中,当其不起作用时,需要在式(7)中加入与其对应的拉格朗日乘子的二次惩罚项,使之不参与运算。当其起作用时,需在梯度向量和迭代矩阵相对应的对角元中分别将该二次罚函数的一阶导数和二阶导数减去。

1.2 矩阵结构

在图 1 中,分隔线上上方对应并联电容器/电抗器电纳 b 、变比 t 的行 / 列,称为次子矩阵;分隔线下方对应于节点电压相角、幅值及其拉格朗日乘子的行 / 列,称为主子矩阵。其中如果该节点为无功可调节节点,其行列的对角元处加一个大数罚子 s ,否则是 0 。

$$\left[\begin{array}{cc|ccccc} \mathbf{H}_{bb} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{bb} & \mathbf{H}_{vb} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_a & \mathbf{H}_{ba} & \mathbf{H}_{va} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} \\ \hline \mathbf{H}_{bb} & \mathbf{H}_{ba} & \mathbf{H}_{bb} & \mathbf{H}_{bv} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} \\ \mathbf{H}_{vb} & \mathbf{H}_{va} & \mathbf{H}_{vb} & \mathbf{H}_{vv} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} \\ \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \text{或 } s \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{c} \mathbf{b} \\ \mathbf{t} \\ \theta \\ v \\ \lambda_p \\ \lambda_q \end{array}$$

\mathbf{H} 指对 L 求二次偏导后所得值

图 1 迭代矩阵结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of iterative matrix structure

1.3 改进的软惩罚策略

在牛顿最优潮流解算过程中,必须采取一定的策略来解决由于迭代矩阵的非正定性而带来的数值不稳定问题^[7]。如在图 1 中, $\mathbf{H}_{bb} = \frac{\partial^2 L}{\partial b^2} = \mathbf{0}$, 而 \mathbf{H}_a 也远小于非对角元。由此可见,两类离散控制变量都造成了 W 阵的“病态”。我们采用一种改进的软惩罚方案来进行处理。

这一方案是在矩阵的完全因子化时,对相应行出现的小对角元进行处理。消去顺序是先对次子矩阵的行/列进行消去,再对主子矩阵的网络节点做最优排序,然后按每次 4 行为 1 组逐行进行消去。用辅助信息数组标注次子矩阵的并联电抗器/电容器分级行、变比行和主子矩阵的可控节点电压行为需处理行。这一程序模块为:

- a. 判断当前消去行是否为需处理行,若是,则进入步骤 b,否则进入步骤 f。
- b. 如果该行对角元 d 小于门槛值 δ ,令其等于 δ (约为 0.0001~0.00001)。
- c. 计算该行的非对角元绝对值的最大值 M ,并计算比值 $r = d/M$ 。
- d. 如果 $r \leq \beta$,则进入步骤 e,否则进入步骤 f。
- e. 令 $d = \beta M$ 。
- f. 开始对该行进行三角约化。

稳定因子 β 是迭代次数 N 的函数:

$$\beta = \frac{\beta_{\max} + N\beta_{\min}}{N + 1}$$

其中 $\beta_{\max}, \beta_{\min}$ 分别是最大、最小稳定因子。

2 修正罚子的二次罚函数法

2.1 正曲率二次罚函数模型

像不等式约束处理一样,可以用一个正曲率二次罚函数来模拟离散控制的虚拟费用,如图 2 所示。这一附加于优化费用之上的虚拟费用将迫使离散控制变量靠在某一个分级上。这种二次罚机制与传统的将离散变量强制靠在其最相邻分级上的策略是截然不同的,因为这些离散变量还将受到全局优化带来的费用降低的作用。如果全局优化导致的费用降低超过虚拟费用,离散变量将被迫靠向离其稍远的另一个分级上去。

在图 2 中,纵坐标是构造的罚函数 $\pi(b)$, b_0, b_1, b_2 是 3 个分级值。定义 b_1 的邻域 $R(b_1)$ 为如下区间:

$$R(b_1) = \left\{ b_i \mid b_1 - \frac{1}{2}S \leq b_i \leq b_1 + \frac{1}{2}S \right\} \quad (8)$$

式中 S 是 b_i 的分级步长; b_1 称为邻域中心。

由此可以得到在该邻域内的二次罚函数及其一阶、二阶导数:

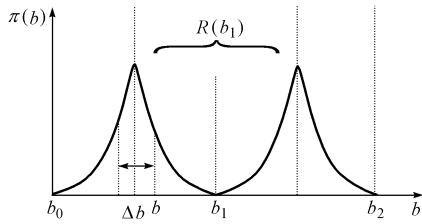


图 2 二次罚函数模型

Fig. 2 Quadratic penalty function model

$$\begin{cases} \pi(b_i) = \frac{1}{2} \mu_i (b_i - b_1)^2 \\ \frac{\partial \pi(b_i)}{\partial b_i} = \mu_i (b_i - b_1) \\ \frac{\partial^2 \pi(b_i)}{\partial b_i^2} = \mu_i \end{cases} \quad (9)$$

式中 μ_i 是正数罚子。

将二次罚函数 $\pi(b_i)$ 引入到增广的拉格朗日函数中, 实际上是在解算中将其一阶导数项加入到式(5)的右端梯度向量中, 二阶导数项加入到左端迭代矩阵中相应的对角元上。这样, 不但离散化处理的既定目的可以达到, 而且有加强迭代矩阵正定性的辅助作用。

2.2 引入罚函数的时机

在解算中选择什么时机将二次罚函数引入的标准将有利于解算的快速、正确收敛。在解算开始时就引入显然是不利的, 因为此时罚函数带来的虚拟费用必然对全局优化的费用降低起到不适当的干扰作用; 同理, 等得到一个最优解之后再引入罚函数的做法也是不好的, 因为这将延缓解的收敛。引入的最佳时机应当满足两个条件: 一是最优解处起作用的电压不等式约束集(即 binding V-set)被基本锁定下来; 二是离散控制变量的矫正量 Δb 需小于一个门槛值 δ 。大量的数值试验表明, 采用一种有效的识别起作用的不等式约束集的策略^[8], 一般在第 3 次主迭代后, binding V-set 被基本锁定。 Δb 的变化规律则与所采用的改善稳定性的软惩罚策略有关。本文在采用上述改进的软惩罚策略后, 一般也在第 3 次主迭代后满足要求:

$$\delta = \frac{1}{8} S$$

2.3 罚子 μ 的修正及其意义

如图 3 所示, 当引入罚函数以后, 变量将可能有两种变化趋势: 一是沿着罚函数起作用的方向靠向所属的邻域中心; 二是沿着罚函数起作用的反方向靠向另一端。显然, 在后一种情形下, 罚函数的作用是消极的, 应当减弱或者取消。这一现象是很常见

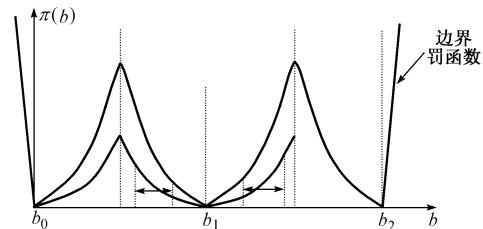


图 3 罚子幅值的修正

Fig. 3 Modification of penalty magnitude

的, 而能否很好地处理这一现象则是评价一个离散化模型优劣的关键。本文采用如下线性函数来自动修正罚子的大小。先定义变量 b_i 到其邻域中心 b_1 的距离 $b_{x1} = |b_i - b_1|$ 。则当 b_i 在 $R(b_1)$ 内时有:

$$\mu(b_{x1}) = \mu_{\max} - \frac{2(\mu_{\max} - \mu_{\min})}{S} b_{x1} \quad (10)$$

式中 μ_{\max}, μ_{\min} 分别是最大、最小离散罚子(其数值分别可取 100 和 10)。

由此产生的作用是, 当离散变量 b_i 在罚函数作用下向中心 b_1 运动时, 罚子自动增大, 使其加快到达 b_1 ; 当 b_i 向相反方向运动时, 罚子自动减小, 而使其加快向全局最优方向运动。

如图 3 所示, 离散罚函数与牛顿法不等式处理的边界罚函数相配合是有机的。当变量 b 越出其上/下边界时, 立即受到边界罚函数的作用(罚子一般取为 $10^4 \sim 10^6$), 使之回到边界上。需要指出的是, 最大离散罚子 μ_{\max} 远小于边界罚子 s 具有重要意义, 它保证了满足边界约束的优先级高于离散化, 从而避免了某一节点电压边界约束和其所连并联电容器/电抗器离散约束间可能发生的振荡。

2.4 离散化算法小结

在牛顿法最优潮流解算过程中, 当第 K 次主迭代完成以后, 按以下步骤执行:

- 判断一阶最优化条件是否已满足, 若是则结束解算, 否则继续。
- 判断离散变量是否已越上/下边界, 若是则引入边界罚函数处理, 否则继续。
- 判断离散变量是否已引入了罚函数, 若是则转步骤 e, 否则继续。
- 判断离散罚函数引入的条件是否已满足迭代次数大于 3 且 $\Delta b_i < \delta = \frac{1}{8} S$, 若是则继续, 否则转步骤 f。
- 根据式(10)计算罚子幅值。
- 根据式(9)引入二次罚函数, 进行离散化

处理。

g. 继续第 $K + 1$ 次主迭代,回到步骤 a。

3 算例与分析

运用本文离散化方案,曾分别对 IEEE 14,30,57,118 节点系统和国内两个实际系统——东北部分电网和上海部分电网进行了试算。下面给出 IEEE 118 试验电力系统和两个实际电网(基本参数见表 1)的计算结果(见表 2),并加以说明。

表 1 电网基本参数

Table 1 Network characteristics

系统	母线数	有功负荷/MW	无功负荷/MW	电容器/电抗器数	变压器分接头数	初始网损/MW
IEEE 118	118	4480.00	2034.0	15	9	119.24
上海部分网	214	6660.00	3234.9	5	40	55.06
东北部分网	331	9053.51	3723.1	11	62	319.67

表 2 不同离散化方法的计算结果

Table 2 Results of different discretization algorithms

方法	算例 1		算例 2		算例 3	
	最优网损/MW	主迭代次数	最优网损/MW	主迭代次数	最优网损/MW	主迭代次数
	1 102.685	8	49.9594	8	276.11	20
2	118.582	8	54.3990	8	294.26	20
3	约束冲突, 找不到最优解		约束冲突, 找不到最优解		287.11	28
4	102.743	6	49.9672	7	276.83	8

注:方法 1 为连续变量处理;方法 2 为连续变量求得最优解后,强制固定在所属的邻域中心上,再做潮流计算;方法 3 为连续变量求得最优解后,强制固定在所属的邻域中心上,再做一次最优潮流计算;方法 4 为本文方法;算例 1 为 IEEE 118 试验电力系统;算例 2 为上海部分网;算例 3 为东北部分网。

变压器分接头的步长取 0.01,并联电抗器/电容器的分级步长取 0.05(均为标幺值);变压器分接头的最大、最小离散罚子分别为 200,50,并联电抗器/电容器的最大、最小离散罚子分别为 100,10。这一取值与它们的分级步长不同有关。前者的分级步长小,处理相对容易,但是需要罚子稍大一些以使得罚机制灵敏;后者的分级步长大,罚子不宜太大。

表 2 中方法 3 的第 2 次最优潮流解算中,程序找不到最优解,放松约束后,可求得次优解。方法 2 的潮流计算后,3 个算例都存在某些电压越界现象。由比较可以看出,方法 2 和方法 3 是不精确的,费时也较长。而采用本文方法进行离散化处理后,牛顿主迭代的次数(大致与解算时间成正比)显著减少。这是因为不做离散化处理时,为改善解算数值稳定性软惩罚措施具有延缓收敛的负作用,其中尤以变压器分接头和并联电抗器/电容器引起的为甚。而采

用离散化处理后,离散罚子起到了保持数值稳定性的作用,收敛性大为改善。这也是本文方法的另一个大的优点。

最后,必须指出,用本文方法处理后得到的解可能并不是原问题数学意义上的最优解。要得到真正的最优解,只能求助于混合整数规划算法。但是,这一最优目标函数值应该大于方法 1 而小于本文方法所得数值。由表 2 知,方法 1 与本文方法的目标函数值相差很小,有理由认为本文方法已求得一个满足精度要求的最优解。这是精确性与快速性的折衷。

4 结语

本文给出了一种新的基于二次罚函数的控制变量离散化处理方案。它通过罚机制的虚拟费用将变量离散化,通过选择合理的引入时机加速收敛,通过罚子幅值的自动更新保证全局最优解的正确搜索和与边界罚机制的有机配合。这一方案逻辑简单、实施方便、效果显著,与牛顿最优潮流算法有很好的结合。数值试验结果表明,该方案解算收敛快速、数值鲁棒。由于电力系统对 OPF 实时应用、安全校正下某些特殊离散控制措施处理的要求在不断地提高,这一方案将有更为广阔的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Tinney W F, Bright J M, Demaree K D, et al. Some Deficiencies in Optimal Power Flow. IEEE Trans on PAS, 1988, 3(2):676~683
- 2 Liu W H, Papalexopoulos A D, Tinney W F. Discrete Shunt Controls in a Newton Optimal Power Flow. IEEE Trans on PAS, 1992, 7(4):1509~1518
- 3 Papalexopoulos A D, Imparato C F, Wu F F. Large-Scale Optimal Power Flow: Effects of Initialization, Decoupling and Discretization. IEEE Trans on PAS, 1989, 4(2):748~761
- 4 Momoh J A, Koessler R J, Bond M S, et al. Challenges to Optimal Power Flow. IEEE Trans on PAS, 1997, 12(1):444~455
- 5 Aoki K, Fan M, Nishikori A. Optimal VAR Planning by Approximation Method for Recursive Mixed-Integer Linear Programming. IEEE Trans on PAS, 1988, 3(4):1741~1747
- 6 Sun D I, Ashley B, Brewer B, et al. Optimal Power Flow by Newton Approach. IEEE Trans on PAS, 1984, 103(10):2864~2880
- 7 Monticelli A, Liu Wen-Hsiung. Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow. IEEE Trans on PAS, 1992, 7(1):334~342

(下转第 58 页)

(上接第 40 页)

- 8 Crisan O, Mohtadi M A. Efficient Identification of Binding Inequality Constraints for the Optimal Power Flow Newton Approach. IEE Proceedings-C, 1992, 139(5):365~370

力系统优化潮流及其在电力市场中的应用。

侯志俭,男,1942年生,电力学院院长,教授,博士生导师,主要从事电力系统分析、控制及电力市场的研究。

吴际舜,男,1929年生,教授,主要从事电力系统分析、安全控制等的研究。

赵晋泉,男,1972年生,博士研究生,主要研究方向为电

A NOVEL QUADRATIC PENALTY FUNCTION BASED DISCRETIZATION ALGORITHM FOR NEWTON OPTIMAL POWER FLOW

Zhao Jinquan, Hou Zhijian, Wu Jishun (Shanghai Jiaotong University, 200030, Shanghai, China)

Abstract A novel quadratic penalty function based discretization algorithm for Newton optimal power flow (OPF) is presented. This algorithm utilizes the fictitious costs created by the quadratic penalty functions to drive discrete controls to arrive at one of its steps. The introduction rules are simple and effective. It works well with Newton OPF algorithm. The numerical results of one IEEE standard test system and two Chinese actual networks show that this algorithm can get good precision with satisfactory convergence, save more computational time and has better numerical stability.

Keywords optimal power flow discrete variables quadratic penalty function updated penalty