计及输电容量约束的发电公司最优报价策略

马新顺[1]，文福拴[2]，刘建新[1]

（1. 华北电力大学电力工程系，河北省保定市 071003；2. 香港大学电机电子工程学系，香港）

摘要：在采用暗标拍卖的电力市场环境中，发电公司可以通过估计竞争对手的报价行为来构造最优的报价策略。在不考虑输电容量约束的情况下，已提出了解决这一问题的计算效率较高的直接优化方法。计及输电容量约束后，该问题要复杂得多，文中对此问题进行了研究，提出了互补直接优化方法，该方法在本质上是用求解线性方程组来替代费时的蒙特卡罗仿真，其计算速度较后者快得多，较好地解决了这一困难的问题。最后，用 IEEE 30 节点测试系统对所提出的方法进行了计算分析，说明了其可行性和有效性。

关键词：电力市场；发电公司；报价策略；输电容量约束；随机优化；互补直接优化方法

中图分类号：TM73；F123.9

0　引言

电力工业市场化改革以后，如何构造适当的报价策略成为发电公司最关心的问题之一。通过估计竞争对手的报价行为并采用概率或其他方法对其进行模拟，在此基础上构造自己的报价策略是解决这一问题的主流方法之一。基于这种思想构造的最优报价策略的数学模型一般是随机优化模型，而蒙特卡罗(Monte Carlo)仿真方法是解决随机优化问题的通用方法，但其计算效率很低。在不考虑输电容量约束并假设竞争对手的报价系数服从正态分布的前提下，文献[1]研究了发电公司最优报价策略的数学模型，提出了高效的直接优化求解方法，其计算效率远高于蒙特卡罗仿真方法。基于文献[1]且假设竞争对手的报价系数服从离散概率分布，文献[2]研究了计及输电网络约束的发电公司最优报价策略问题，构造了数学模型，并采用了蒙特卡罗仿真方法求解，对 IEEE 24 节点测试系统进行了计算，所需计算时间约为 14 h。事实上，用离散概率分布来描述竞争对手的报价行为在原理上并不合适，因为这与实际运营的电力市场中所采用的报价规则并不一致，采用连续概率分布更为合理。然而，如果竞争对手的报价行为用连续概率分布来描述，蒙特卡罗仿真方法所需的计算时间则变得更长，对于大多数实际规模的电力市场，几乎无法实际应用。

在此背景下，本文对计及输电容量约束情况下的发电公司最优报价策略问题进行了比较系统的研究。在假设竞争对手的报价行为服从连续正态分布的前提下，构造了数学模型，提出了互补直接优化方法，在文献[1]的工作基础上又前进了一步。所提出的方法的本质在于通过求解一组线性方程组避免了费时的蒙特卡罗仿真过程，使其求解效率较后者显著提高，较好地解决了这一问题。

1　数学模型

假设某电力市场中共有 I 个发电公司参与。为便于叙述，假设每家发电公司拥有一台发电机组或一台等值发电机组，但下文所提出的方法也适用于一般情况。这样，发电公司 i 与发电机组 i 等同。

设所研究的发电公司 i 的生产成本函数为 $C_{ic}(q_i)=b_iq_i+0.5c_iq_i^2$，市场规约要求发电公司以线性函数 $S_i(q_i)=\alpha_i+\beta_iq_i$ 报价，其中 α_i 和 β_i 为其报价系数，q_i 为发电出力。由所有发电公司的报价系数所构成的向量记为 $\boldsymbol{x}$，即 $\boldsymbol{x}=(\alpha_1,\beta_1,\cdots,\alpha_{i-1},\beta_{i-1},\alpha_i,\beta_i,\alpha_{i+1},\beta_{i+1},\cdots,\alpha_I,\beta_I)\equiv(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_{-i})$，其中 $\boldsymbol{x}_i=(\alpha_i,\beta_i)$ 为由第 i 个发电公司的 2 个报价系数所构成的向量，而 $\boldsymbol{x}_{-i}=(\alpha_1,\beta_1,\cdots,\alpha_{i-1},\beta_{i-1},\alpha_{i+1},\beta_{i+1},\cdots,\alpha_I,\beta_I)$ 则表示由发电公司 i 的所有竞争对手的报价系数所构成的向量。

发电公司 i 的利润为：

$$\pi_i(\boldsymbol{x})=\lambda_i(\boldsymbol{x})q_i(\boldsymbol{x})-C_{ic}(q_i)=\lambda_i(\boldsymbol{x})q_i(\boldsymbol{x})-b_iq_i(\boldsymbol{x})-\frac{1}{2}c_iq_i(\boldsymbol{x})^2 \tag{1}$$

式中：λ_i 和 q_i 分别为发电机组所在节点的电价及该发电机组被调度的出力，均为发电机组报价系数向

收稿日期：2004-10-21；修回日期：2004-12-23。

香港政府研究资助局(RGC)资助项目(HKU7173/03E)；香港大学“种子”基金资助项目(10205245/38689/14300/301/01)。

量 $\boldsymbol{x}$ 的函数。

在暗标拍卖的电力市场环境中，假设发电公司是风险中性的，即以期望利润最大为目标构造最优报价策略。这样，发电公司 i 的最优报价策略问题可描述为：

$$\begin{cases}\max\limits_{\boldsymbol{x}_i} \quad E_{\boldsymbol{x}_{-i}}[\pi_i(\boldsymbol{x})] \\ \text{s. t.} \qquad \boldsymbol{x}_i \in \boldsymbol{X}_i\end{cases} \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{X}_i$ 为策略空间。

λ_i 和 q_i 由 ISO 根据市场清除算法确定。当 ISO 以社会效益最大化为目标并计及输电网络约束时，市场清除问题可以描述为[3,4]：

$$\begin{cases}\max\limits_{(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T})} W(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\boldsymbol{d}) = B(\boldsymbol{d}) - C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q}) \\ \text{s. t.} \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) = \boldsymbol{0} \\ \qquad\qquad \boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) \geqslant \boldsymbol{0}\end{cases} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{d}=(d_1,d_2,\cdots,d_J)$ 为负荷需求向量，J 为负荷数；$\boldsymbol{q}=(q_1,q_2,\cdots,q_I)$ 为各发电机组被调度的发电出力向量；$B(\boldsymbol{d})=\sum\limits_{j=1}^{J}B_j(d_j)$；$B_j(d_j)=p_jd_j-0.5\eta_jd_j^2$ 为第 j 个负荷节点的效用函数，这里 p_j 和 η_j 为常数；$C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q})=\sum\limits_{i=1}^{I}C_i(q_i)=\sum\limits_{i=1}^{I}(\alpha_iq_i+0.5\beta_iq_i^2)$ 为 ISO 的实际购买成本，$C_i(q_i)$ 由 $S_i(q_i)$ 对 q_i 积分得到；$\boldsymbol{g}=(g_1,g_2,\cdots,g_{N_1})^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{h}=(h_1,h_2,\cdots,h_{N_2})^{\mathrm{T}}$ 分别为等式和不等式约束条件，N_1 和 N_2 分别表示等式和不等式约束的个数，$\boldsymbol{g}$ 表示由基尔霍夫电流定律和电压定律所表示的网络方程，$\boldsymbol{h}$ 表示发电出力上下限约束和支路潮流极限约束；$\boldsymbol{T}$ 为支路潮流向量，$\boldsymbol{T}=(T_1, T_2,\cdots,T_L)$，$L$ 为支路数。关于式(3)的细节，请参阅文献[3]。

构造发电公司 i 的最优报价策略问题就是要求解由式(2)和式(3)构成的两层优化模型，其隶属于均衡约束数学规划问题（mathematical program with equilibrium constraints——MPEC）[5]。由于采用暗标拍卖，发电公司 i 在构造报价策略时，其竞争对手的报价系数向量 $\boldsymbol{x}_{-i}$ 是未知的。可以将 $\boldsymbol{x}_{-i}$ 表示为服从正态分布的随机向量，并基于历史数据对有关参数进行适当估计[1]。下文的研究工作就是在把竞争对手的报价行为描述为正态分布的前提下进行的，即 $\boldsymbol{x}_{-i}\sim N(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i},\boldsymbol{\Sigma}_{-i})$，即其概率密度函数(pdf)具有如下形式：

$$D_{\mathrm{pdf}}(\boldsymbol{x}_{-i}) = \frac{1}{(2\pi)^{(2I-2)/2}\left|\boldsymbol{\Sigma}_{-i}\right|^{1/2}}\cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}_{-i}-\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{x}_{-i}-\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})^{\mathrm{T}}\right] \tag{4}$$

式中：$\bar{\boldsymbol{x}}_{-i}$ 为 $\boldsymbol{x}_{-i}$ 的均值；$\boldsymbol{\Sigma}_{-i}$ 为 $\boldsymbol{x}_{-i}$ 的协方差矩阵，其为对称正定方阵，$|\boldsymbol{\Sigma}_{-i}|$ 为其行列式的值。

需要指出，上述正态分布假设有理论基础。这是因为发电公司的最优报价策略受多种随机因素的影响，而由概率理论中的中心极限定理可知，在这种情况下竞争对手的报价行为渐近服从正态分布。在此假设前提下，由式(2)和式(3)所表示的发电公司 i 的最优报价策略问题即为随机 MPEC 问题。假设 ISO 所采用的市场清除算法以直流潮流为基础，这样约束条件 $\boldsymbol{g}$ 和 $\boldsymbol{h}$ 均为线性函数，从而式(3)所表示的优化问题为二次凸问题，其存在惟一的最优解。

2　求解算法

可以构造由式(3)所表示的优化问题的拉格朗日函数如下：

$$L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}_0) = W(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) - \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) + \boldsymbol{\mu}_0\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) \tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{\lambda}=(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_i,\cdots,\lambda_{N_1})$ 和 $\boldsymbol{\mu}_0=(\mu_1,\mu_2,\cdots,\mu_{N_2})$ 为对偶向量。

式(3)的 KKT (Karush-Kuhn-Tucker)条件为：

$$\begin{cases}\nabla_{\boldsymbol{q}}L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}_0) = \boldsymbol{0} \\ \nabla_{\boldsymbol{d}}L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}_0) = \boldsymbol{0} \\ \nabla_{\boldsymbol{T}}L(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}_0) = \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) = \boldsymbol{0} \\ \mu_jh_j(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) = 0 \\ h_j(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T}) \geqslant 0 \\ \mu_j \geqslant 0\end{cases} \tag{6}$$

式中：$j=1,2,\cdots,N_2$。

可以采用互补函数方法将 KKT 条件中的不等式约束转换为等式约束，以方便求解。互补函数 $\Psi(a,b)=a+b-\sqrt{a^2+b^2}$ 具有如下性质[3~5]：

$$\Psi(a,b) = 0 \Leftrightarrow a \geqslant 0, b \geqslant 0, ab = 0 \tag{7}$$

式(6)中 $\mu_j\geqslant 0$，$h_j(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T})\geqslant 0$，$\mu_jh_j(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T})=0$ 表示的互补条件等价为：$\Psi(\mu_i,h_j)=0(j=1,2,\cdots,N_2)$。这样，式(6)中的所有不等式均可转换为等式，进而可抽象成一个非线性方程组：

$$\begin{cases}\phi_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = 0 \\ \phi_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = 0 \\ \quad\vdots \\ \phi_N(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = 0\end{cases} \tag{8}$$

式中：$N=N_1+N_2$；$\boldsymbol{u}=(\boldsymbol{q},\boldsymbol{d},\boldsymbol{T},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu})$；$\boldsymbol{\mu}=(\mu_{i_1},\mu_{i_2},\cdots,\mu_{i_{N_2}})$；$N_2{}'=N_2-(I+J+L)$。

这样，式(3)所表示的优化问题可以通过求解式(8)的非线性方程组得到。

本文采用了适于求解大规模非线性方程组的改进 Levenberg-Marquardt 算法[4,6]。

为描述方便，记 $\boldsymbol{x}_{-i} \equiv (x_{-i}^{(1)}, \cdots, x_{-i}^{(l)}, \cdots, x_{-i}^{(m)}, \cdots, x_{-i}^{(2I-2)})$。当 $\boldsymbol{x}_i$ 给定时，发电机组 i 所在节点的电价 λ_i、被调度发电出力 q_i 及利润 π_i 由 $\boldsymbol{x}_{-i}$ 决定，通过求解式(8)所描述的非线性方程组得到。分别记为 $\lambda_i = \lambda_i(\boldsymbol{x}_{-i})$, $q_i(\boldsymbol{x}_{-i})$ 和 $\pi_i = \pi_i(\boldsymbol{x}_{-i})$。

当 $\boldsymbol{x}_{-i}$ 中的每个分量的标准差都小于 1 时，可以将 $\pi_i = \pi_i(\boldsymbol{x}_{-i})$ 在 $(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$ 处按泰勒级数展开并只保留前 3 项[7]，取期望值可得：

$$E_{\boldsymbol{x}_{-i}}[\pi_i(\boldsymbol{x}_{-i})] = \pi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i}) + \frac{1}{2}\sum_{l=1}^{2I-2}\sum_{m=1}^{2I-2} \left.\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}}\right|_{\boldsymbol{x}_{-i}=\bar{\boldsymbol{x}}_{-i}} \mathrm{cov}(x_{-i}^{(l)}, x_{-i}^{(m)}) \tag{9}$$

式中：$\mathrm{cov}(x_{-i}^{(l)}, x_{-i}^{(m)})$ 为 $x_{-i}^{(l)}$ 和 $x_{-i}^{(m)}$ 之间的协方差。

为计算期望利润 $\mathrm{E}_{\boldsymbol{x}_{-i}}[\pi_i(\boldsymbol{x}_{-i})]$，由式(9)知必须求得 $\pi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$ 及 $\left.\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}}\right|_{\boldsymbol{x}_{-i}=\bar{\boldsymbol{x}}_{-i}}$。对于给定的 $\boldsymbol{x}_i$，求解式(8)可得 $u = u(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$，亦即 $\lambda_i = \lambda_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$, $q_i = q_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$，进而不难由式(1)计算 $\pi_i(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$。

对式(1)应用链式微分法则可得：

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_{-i}^{(l)}} = q_i \frac{\partial \lambda_i}{\partial x_{-i}^{(l)}} + (\lambda_i - b_i - c_i q_i)\frac{\partial q_i}{\partial x_{-i}^{(l)}} \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}} = q_i \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}} + (\lambda_i - b_i - c_i q_i) \cdot \frac{\partial^2 q_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}} + \frac{\partial \lambda_i}{\partial x_{-i}^{(l)}}\frac{\partial q_i}{\partial x_{-i}^{(m)}} + \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial x_{-i}^{(m)}} - c_i \frac{\partial q_i}{\partial x_{-i}^{(m)}}\right)\frac{\partial q_i}{\partial x_{-i}^{(l)}} \tag{11}$$

令 $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) = (\phi_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \phi_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}), \cdots, \phi_N(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}))$, $\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, \cdots, u_N)$，由式(8)对 $x_{-i}^{(l)}$ 求导可得：

$$\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{u}}\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x_{-i}^{(l)}}\right)^{\mathrm{T}} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial x_{-i}^{(l)}}\right)^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{0} \quad l = 1, 2, \cdots, 2I-2 \tag{12}$$

在 $\boldsymbol{x}_{-i} = \bar{\boldsymbol{x}}_{-i}$ 及 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(\bar{\boldsymbol{x}}_{-i})$ 处，不难计算 $\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{u}}$ 和 $\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{x}_{-i}^{(l)}}$，且 $\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{u}}$ 为稀疏方阵。这样，求解式(12)所表示的线性方程组可得一阶导数 $\frac{\partial \lambda_i}{\partial x_{-i}^{(l)}}$ 和 $\frac{\partial q_i}{\partial x_{-i}^{(m)}}$。

由式(12)对 $x_{-i}^{(m)}$ 求导并整理可得：

$$\frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{u}}\left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}}\right)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{B}_{lm} = \boldsymbol{0} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{B}_{lm}$ 为 N 维列向量，其第 $n(n=1,2,\cdots,N)$ 个元素为：

$$\left(1, \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x_{-i}^{(l)}}\right)\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}} & \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial \boldsymbol{u}} \\ \left(\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x_{-i}^{(m)} \partial \boldsymbol{u}}\right)^{\mathrm{T}} & \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial \boldsymbol{u}^2} \end{bmatrix}\left(1, \frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial x_{-i}^{(m)}}\right)^{\mathrm{T}}$$

利用式(12)的求解结果不难计算 $\boldsymbol{B}_{lm}$。解式(13)所表示的线性方程组可得二阶偏导数 $\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}}$ 和 $\frac{\partial^2 q_i}{\partial x_{-i}^{(l)} \partial x_{-i}^{(m)}}$。至此，已经求得了所需的所有一阶和二阶导数。这样，对于给定的发电公司 i 的报价系数 $\boldsymbol{x}_i$，其中的期望利润 $E_{\boldsymbol{x}_{-i}}[\pi_i(\boldsymbol{x}_{-i})]$ 可通过求解式(8)、式(12)和式(13)直接得到。

综上所述，构造发电公司的最优报价策略的过程为：在可行决策空间 $\boldsymbol{X}_i$ 内采用全局搜索技术求取最优策略 $\boldsymbol{x}_i$，其中的期望利润 $E_{\boldsymbol{x}_{-i}}[\pi_i(\boldsymbol{x}_{-i})]$ 通过求解式(8)、式(12)和式(13)得到，避免了采用费时的蒙特卡罗仿真过程，计算效率较后者显著提高。在外层优化中，本文采用了基于随机初始化单纯形预处理的 Nelder-Mead 下山单纯形搜索方法求解最优的 $\boldsymbol{x}_i$，亦即发电公司 i 的最优报价策略。

3 算例

应用修改过的 IEEE 30 节点标准系统[8]对所提出的方法进行测试。该系统包括 41 条线路，6 个分属于不同发电公司的发电机组以及 6 个负荷。发电机组所在节点及其生产成本数据列于表 1。

表 1 发电机组的生产成本
Table 1 Production costs of generating units

编号 i	节点	b_i	c_i	最小容量/MW	最大容量/MW
1	1	2.00	0.003 75	0	160
2	2	1.75	0.017 50	0	150
3	5	1.00	0.062 50	0	120
4	11	3.25	0.008 34	0	100
5	8	3.00	0.025 00	0	130
6	13	3.00	0.025 00	0	130

表 1 中发电机组生产成本系数及有功出力上限与文献[1]相同。假设 6 个负荷分别位于节点 2,5,7,8,12,21，效用函数，$B_j(d_j) = 10d_j - 0.5\eta_j d_j^2 (j = 1,2,\cdots,6)$，这 6 个负荷的 η_j 分别为 0.073, 0.017, 0.069, 0.053, 0.137 和 0.093。

式(3)中的等式约束 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{T}) = \boldsymbol{0}$ 包含 42 个方程，即 $N_1 = 42$；不等式约束 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{T}) \geqslant \boldsymbol{0}$ 由 $d_j \geqslant 0 (j = 1,2,\cdots,6)$, $0 \leqslant q_i \leqslant q_i^{\max} (i = 1,2,\cdots,6)$ 和 $|T_l| \leqslant T_l^{\max} (l = 1,2,\cdots,41)$ 构成，共有 100 个方程即 $N_2 = 100$。这样，式(8)由 142 个方程组成，且变量 $\boldsymbol{u}$ 包含 142 个分量。

以发电公司 $i=5$ 作为研究对象，并假设其对所有竞争对手报价数据的估计与文献[1]相同。在外层基于式(2)优化 $\boldsymbol{x}_5 = (\alpha_5, \beta_5)$ 即构造最优报价策略的过程中，可以固定 α_5 或 β_5 从而简化为一维搜索问题[1,3]。这里给定 $\alpha_5 = 3.00$，选择 β_5 的搜索范

围为(0,10c_5]，实际计算表明这个范围足够大。

设所有 41 条线路的容量极限都相同。当 $T_l^{\max}=100$ MW ($l=1,2,\cdots,41$)时，采用本文的方法求解由式(2)和式(3)所构成的两层优化问题。在求解内层 ISO 的市场清除问题时，使用了改进的 Levenberg-Marquardt 方法[6]，给定最大允许迭代次数为 300，此时求得的评价函数 $\frac{1}{2}\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}$ 的值小于 10^{-26}，这说明所求出的解确为式(8)所表示的非线性方程组的根；对于式(12)和式(13)所表示的线性方程组则采用了包含不完全 LU 分解预处理的 Krylov 子空间迭代算法求解。需要指出的是，从理论上讲，用改进的 Levenberg-Marquardt 方法求解由式(8)所表示的非线性方程组时可能存在多个解，亦即给定不同的初值有可能得到不同的最优解，此时需要判断哪个解是真正的 KKT 解。为此，只需将所求得的多个解逐一代入式(6)所表示的 KKT 条件进行验证，满足 KKT 条件的解即为所要求的解。我们在计算过程中给定所有变量的初值为 0，即给定 $\boldsymbol{u}$ 为零向量，经验证得知所求得的解满足 KKT 条件。外层采用 Nelder-Mead 下山单纯形搜索方法，经迭代 30 次求得最优报价策略 $\beta_5=0.030\ 82$，单个交易时段内得期望利润为 $E_{\boldsymbol{x}_{-5}}[\pi_5]=64.26$。计算是在 Pentium Ⅳ 2.0 GHz 手提计算机上完成的，平均耗时 50 min 左右。其中，在迭代过程中每次用于求解式(8)所花费的时间为 0.76 s 左右。需要指出，当采用蒙特卡罗法求解由式(2)和式(3)所表示的两层优化问题时，其所花费的计算时间与给定的随机抽样次数 M_s 成正比，即需要的秒数为 0.76 M_s。当 M_s 取 10 000 时，对于任一给定的 β_5 仅在内部优化过程中计算 $E_{\boldsymbol{x}_{-i}}[\pi_i(\boldsymbol{x})]$所需的时间就至少为 7 600 s(大于 126 min)。由于在外层优化过程中搜索 β_5 的最优解时需要多次调用内层优化过程来确定相应的利润的期望值(假设所需调用的次数为 N_s)，这样用蒙特卡罗法求解上述两层优化问题所花费的计算时间将大于$0.76M_sN_s$。当 $M_s=10\ 000$，$N_s=100$ 时，所需计算时间大于 211 h。

为了分析输电线路容量约束对发电公司投标策略的影响，另外分别取 $T_l^{\max}$ 为 120 MW，140 MW，160 MW，采用上述方法分别求解，得到第 5 个发电公司的最优报价策略 β_5 和相应的期望利润 π_5、6 个发电公司的期望出力 $q_1\sim q_6$、6 个负荷的期望值 $d_1\sim d_6$ 以及 30 个节点的电价期望值 $\lambda_1\sim\lambda_{30}$ 和线路阻塞情况等结果，如表 2 所示。

表 2　不同输电容量约束下的计算结果

Table 2　Test results under different transmission capacity limits

结果	$T_l^{\max}$/MW 100	120	140	160	结果	$T_l^{\max}$/MW 100	120	140	160
β_5	0.030 82	0.037 76	0.038 20	0.030 83	λ_{10}	4.771 21	4.976 07	5.195 58	5.258 16
π_5	64.26	69.18	84.51	98.36	λ_{11}	4.789 76	4.976 00	5.193 69	5.258 16
q_1	144.92	160.00	160.00	160.00	λ_{12}	4.700 51	4.976 33	5.202 78	5.258 16
q_2	133.71	137.14	150.00	150.00	λ_{13}	4.700 51	4.976 33	5.202 78	5.258 16
q_3	70.27	62.91	56.95	54.16	λ_{14}	4.710 71	4.976 29	5.201 74	5.258 16
q_4	88.94	100.00	100.00	100.00	λ_{15}	4.718 67	4.976 26	5.200 93	5.258 16
q_5	59.19	52.32	57.33	73.26	λ_{16}	4.730 00	4.976 22	5.199 78	5.258 16
q_6	36.71	45.92	53.46	55.31	λ_{17}	4.758 67	4.976 12	5.196 86	5.258 16
d_1	70.06	69.07	65.06	65.22	λ_{18}	4.737 05	4.976 19	5.199 06	5.258 16
d_2	211.01	243.93	270.64	283.14	λ_{19}	4.747 91	4.976 16	5.197 96	5.258 16
d_3	59.27	58.98	63.83	68.53	λ_{20}	4.753 63	4.976 13	5.197 37	5.258 16
d_4	98.42	95.54	91.46	90.17	λ_{21}	4.769 75	4.976 08	5.195 73	5.258 16
d_5	38.63	36.62	34.97	34.57	λ_{22}	4.769 28	4.976 08	5.195 78	5.258 16
d_6	56.36	54.14	51.77	51.10	λ_{23}	4.737 84	4.976 19	5.198 98	5.258 16
λ_1	3.052 13	4.978 29	5.257 79	5.258 16	λ_{24}	4.763 47	4.976 10	5.196 37	5.258 16
λ_2	4.906 89	4.978 72	5.269 79	5.258 16	λ_{25}	4.784 04	4.976 02	5.194 28	5.258 16
λ_3	4.353 23	4.976 91	5.219 14	5.258 16	λ_{26}	4.784 04	4.976 02	5.194 28	5.258 16
λ_4	4.616 69	4.976 63	5.211 32	5.258 16	λ_{27}	4.797 08	4.975 98	5.192 95	5.258 16
λ_5	6.466 22	5.914 77	5.467 51	5.258 16	λ_{28}	4.821 82	4.975 89	5.190 43	5.258 16
λ_6	4.824 82	4.975 88	5.190 12	5.258 16	λ_{29}	4.797 08	4.975 98	5.192 95	5.258 16
λ_7	5.899 07	5.918 91	5.583 18	5.258 16	λ_{30}	4.797 08	4.975 98	5.192 95	5.258 16
λ_8	4.824 30	4.975 88	5.190 18	5.258 16	阻塞线路编号	1，5，9	1，5	9	无
λ_9	4.789 76	4.976 00	5.193 69	5.258 16					

从表2的计算结果可以看出，发电公司5的最优报价策略及期望利润与输电线路容量极限有关，且输电容量极限增加时，发电公司5的期望利润增加。然而，这并不具有一般性，这是由于发电公司能够获得的利润与其所拥有的发电机在网络中所处的位置以及生产成本水平密切相关。

4 结语

本文对计及输电容量约束的发电公司的最优报价策略问题进行了比较系统的研究，提出了一种互补直接优化方法，与通用的蒙特卡罗仿真方法相比，该方法具有很高的计算效率。需要指出，所提出的方法不限于构造发电公司的最优报价策略问题，同样可以应用于求解其他两层随机优化问题。

参考文献

[1] WEN Fu-shuan, DAVIDA K. Optimal Bidding Strategies and Modeling of Imperfect Information Among Competitive Generators. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(1): 15—21.

[2] GOUNTISV P, BAKIRITZIS A G. Bidding Strategies for Electricity Producers in a Competitive Electricity Marketplace. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19(1): 356—365.

[3] HOBBS B F, MERZLER C, PANG J S. Strategic Gaming Analysis for Electric Power System: An MPEC Approach. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(2): 638—645.

[4] 王晛，李渝曾，张少华. 求解电力市场均衡模型的非线性互补方法. 电力系统自动化，2004，28(1)：7—12.
WANG Xian, LI Yu-zeng, ZHANG Shao-hua. A Nonlinear Complementary Approach to the Solution of Equilibrium Models for Electricity Markets. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(1): 7—12.

[5] LUO Z Q, PANG J S, RALPH D. Mathematical Programs with Equilibrium Constraints. New York: Springer, 1996.

[6] FACCHINEI F, KANZOW C. A Nonsmooth Inexact Newton Method for the Solution of Large-scale Nonlinear Complementarity Problems. Mathematical Programming, 1997, 76(3): 493—512.

[7] 马新顺，文福拴，倪以信，等. 计及风险的发电公司最优报价策略研究. 电力系统自动化，2003，27(20)：16—20.
MA Xin-shun, WEN Fu-shuan, NI Yi-xin et al. Development of Optimal Bidding Strategies for Generation Companies with Risk Management. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(20): 16—20.

[8] ALSAC O, STOTT B. Optimal Load Flow with Steady-state Security. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1973, 93(3): 745—751.

马新顺（1964—），男，博士研究生，研究方向为电力市场。E-mail：xsma@eee.hku.hk

文福拴（1965—），男，博士，主要从事电力市场及电力系统故障诊断方面的研究工作。E-mail：fswen@eee.hku.hk

刘建新（1962—），男，教授，主要从事电磁场理论及电力信息分析与处理方面的研究工作。

Development of Optimal Bidding Strategies for Generation Companies Considering Transmission Capacity Constraints

MA Xin-shun[1], *WEN Fu-shuan*[2], *LIU Jian-xin*[1]
(1. North China Electric Power University, Baoding 071003, China)
(2. The University of Hong Kong, Hong Kong, China)

Abstract: In sealed auction based electricity markets, generation companies could develop their optimal bidding strategies through estimating bidding behaviors of competitors. For the case of no transmission capacity constraints, an efficient optimization method has already been developed for solving this problem. While for the case with transmission capacity constraints taken into account, the problem is much more complicated and difficult, and up to now efficient optimization method has not yet been developed. As a result, the Monte Carlo simulation approach has been employed for this purpose but with very poor computational efficiency. Given this background, the problem of building an optimal bidding strategy for a generation company is investigated in this paper with transmission capacity constraints taken into consideration, and an efficient complementary optimization method developed. The essential characteristic of the developed method lies in solving the linear equation sets instead of the time-consuming Monte Carlo simulation process, and in this way, the computational efficiency is greatly improved. Finally, the IEEE 30-bus test system is served for demonstrating the feasibility and efficiency of the developed method.

This work is jointly supported by the Research Grant Committee (RGC) of Hong Kong Government (No. HKU 7173/03E) and a seed funding project from the University of Hong Kong (No. 10205245/38689/14300/301/01).

Key words: electricity market; generation companies; bidding strategy; transmission capacity constraints; stochastic optimization; complementary optimization method