

基于等效电流量测变换的电力系统状态估计方法

程浩忠¹, 袁青山², 汪一华³, 龚劲松³

(1. 上海交通大学电气工程系, 上海 200240; 2. 上海城市轨道交通建设有限公司, 上海 200031)

(3. 上海市区供电局, 上海 200080)

摘要: 针对输电系统和配电系统量测类型多的特点, 采用了以等效电流量测变换技术来求解电力系统状态估计的方法, 并推导了基于等效电流量测变换状态估计的具体求解过程。文中将各种类型的量测变换为等效电流量测进行状态估计, 同时根据误差理论将原始量测的权重也对应变换成等效电流量测的权重。理论分析和算例结果表明, 利用等效电流量测变换技术进行状态估计快速、有效、实施方便, 符合当前电力系统在线应用的实际要求。

关键词: 电力系统; 状态估计; 等效电流量测; 量测变换

中图分类号: TM 732

0 引言

目前电力系统状态估计通常基于加权最小二乘准则^[1], 并假设系统中所有量测量的误差严格服从正态分布^[1]。其算法主要有^[2]: 基本加权最小二乘状态估计算法、加权最小二乘状态估计快速分解算法、正交变换算法、带等式约束的加权最小二乘状态估计算法和带不等式约束的加权最小二乘算法等。

在进行基本加权最小二乘法的状态估计^[1]中, 状态估计迭代方程组的雅可比矩阵在每次迭代过程中其元素都须重新形成并重新因子化, 算法的效率较低, 无法满足电力系统实时在线的要求。文献[3, 4]提出了等效电流量测的思想。本文也正是考虑到电力系统, 包括输电系统和配电系统中量测配置类型较多, 如节点的注入功率量测、支路功率量测、支路电流幅值量测和母线电压幅值量测等, 采用了基于等效电流量测变换的状态估计算法。该算法将各种量测等效变换为节点注入电流量测或支路电流量测, 从而使状态估计迭代方程组的雅可比矩阵成为常数矩阵, 在迭代过程中雅可比矩阵仅因子化一次。特别值得提出的是, 当成对功率量测的有功和无功量测权重近似相等时, 可以对状态估计算法模型进行简化并快速解耦。

1 等效电流量测变换的方法及其数学模型

1.1 等效电流量测变换

网络中量测配置的类型很多, 如节点注入功率

量测 $P_i^{\text{mea}}, Q_{ij}^{\text{mea}}$, 支路功率量测 $P_{ij}^{\text{mea}}, Q_{ij}^{\text{mea}}$, 支路电流幅值量测 I_{ij}^{mea} 等, 这些量测可以通过等效电流量测变换方法变换为节点注入电流量测 $\hat{I}_i^{\text{mea-eqv}}$ 或支路电流量测 $\hat{I}_{ij}^{\text{mea-eqv}}$ 。

可以将节点注入功率量测等效变换为:

$$\hat{I}_i^{\text{mea-eqv}} = \frac{P_i^{\text{mea}} e_i + Q_i^{\text{mea}} f_i}{e_i^2 + f_i^2} + j \frac{P_i^{\text{mea}} f_i - Q_i^{\text{mea}} e_i}{e_i^2 + f_i^2} \quad (1)$$

同理, 可将支路功率量测等效变换为:

$$\hat{I}_{ij}^{\text{mea-eqv}} = \frac{P_{ij}^{\text{mea}} e_i + Q_{ij}^{\text{mea}} f_i}{e_i^2 + f_i^2} + j \frac{P_{ij}^{\text{mea}} f_i - Q_{ij}^{\text{mea}} e_i}{e_i^2 + f_i^2} \quad (2)$$

支路电流幅值量测等效变换为:

$$\hat{I}_{ij}^{\text{mea-eqv}} = |I_{ij}^{\text{mea}}| \frac{\hat{I}_{ij}}{|\hat{I}_{ij}|} \quad (3)$$

式中 $\hat{I}_{ij}$ 为状态估计每次迭代后求得的支路电流复相量。

节点电压幅值量测等效变换为:

$$\hat{V}_i^{\text{mea-eqv}} = |V_i^{\text{mea}}| \frac{\hat{V}_i}{|\hat{V}_i|} \quad (4)$$

式中 $\hat{V}_i$ 为状态估计每次迭代后求得的节点电压复相量。

1.2 等效电流的量测权重

在进行状态估计的过程中, 涉及到量测的权重, 通过等效电流量测变换后, 等效电流量测的权重应不同于量测变换前各对应量测的权重。文献[5]提出了间接量测的误差传递规律。

设间接量测 $y = F(x_1, x_2, \dots, x_i)$, 其中 $x_1, x_2, \dots, x_i$ 都是服从正态分布的互不相关的随机变量, 且皆为直接量测(如节点注入功率量测、支路功率量测等), 若它们的方差分别为 $\sigma_{x_1}^2, \sigma_{x_2}^2, \dots, \sigma_{x_i}^2$, 则间接量测 y (如等效电流量测) 的方差近似为:

$$\sigma_y^2 = \sum_{k=1}^l \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x_k} \right)^2 \sigma_{xk}^2 \right] \quad (5)$$

由式(1)~式(5)可求得等效电流量测的权重。

以节点 i 的等效注入电流量测为例,设节点注入有功、无功量测权重分别为 $R_p^{-1}(=\sigma_p^{-2})$, $R_q^{-1}(=\sigma_q^{-2})$,节点等效注入电流量测实部和虚部权重的倒数分别为 R_r, R_i ,由式(1)、式(5)可以求得:

$$R_r = [e_i^2/(e_i^2 + f_i^2)]R_p + [f_i^2/(e_i^2 + f_i^2)]R_q \quad (6)$$

$$R_i = [f_i^2/(e_i^2 + f_i^2)]R_p + [e_i^2/(e_i^2 + f_i^2)]R_q \quad (7)$$

式(6)、式(7)中的电压皆为标幺值,当 $R_p = R_q$ 时, $R_r = R_i$ 。同理可以求得支路功率量测、支路电流幅值量测、节点电压幅值量测在等效量测变换后量测的权重。

1.3 等效电流量测变换算法的数学模型

电力系统中,在给定的网络结构、支路参数和量测条件下,非线性的量测方程为:

$$z = h(x) + v \quad (8)$$

式中 z 为量测量矢量; $h(x)$ 为量测量函数矢量;

$x = e + jf$, 为状态矢量; v 为量测误差。

在给定量测矢量 z 后,基于等效电流量测变换的状态估计就是求解目标函数:

$$\min J(x) = \frac{1}{2} (z - h(x))^T R^{-1} (z - h(x)) \quad (9)$$

式中 对角矩阵 $R^{-1} = [R_{ii}]^{-1}$, 为系统的量测权重矩阵; $R_{ii} = \sigma_i^2$, 为第 i 个量测量的方差。

状态估计的非线性目标函数可以利用下式进行迭代求解:

$$(H^T R^{-1} H) \Delta x = H^T R^{-1} (z - h(x)) \quad (10)$$

式中 $H = \partial h(x) / \partial x$, 为量测量的雅可比矩阵; $H^T R^{-1} H$ 为迭代方程的雅可比矩阵, 又称状态估计的信息矩阵或增益矩阵。

通过等效电流量测变换后,所有量测为等效电流量测(节点电压量测除外)。设节点 i 的电压 $\dot{V}_i = e_i + jf_i$, 则等效节点注入电流的量测函数为:

$$\begin{cases} \dot{I}_i^{\text{cal}} = I_i^r + jI_i^i = \sum_{k=1}^n Y_{ik} \dot{V}_k \\ I_i^r = \sum_{k=1}^n (g_{ik} e_k - b_{ik} f_k) \\ I_i^i = \sum_{k=1}^n (b_{ik} e_k + g_{ik} f_k) \end{cases} \quad (11)$$

等效支路电流的量测函数如式(12):

$$\begin{cases} \dot{I}_{ij}^{\text{cal}} = I_{ij}^r + jI_{ij}^i = y_{ij}(\dot{V}_i - \dot{V}_j) + y_{i0}\dot{V}_i \\ I_{ij}^r = -g_{ij}(e_i - e_j) + b_{ij}(f_i - f_j) + (e_i g_{i0} - f_i b_{i0}) \\ I_{ij}^i = -b_{ij}(e_i - e_j) - g_{ij}(f_i - f_j) + (f_i g_{i0} + e_i b_{i0}) \end{cases} \quad (12)$$

当通过等效电流量测变换将各种类型的量测变换为等效电流量测后,则式(10)中的量测雅可比矩阵等效变换为:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial I^r}{\partial e_k} & \frac{\partial I^r}{\partial f_k} \\ \frac{\partial I^i}{\partial e_k} & \frac{\partial I^i}{\partial f_k} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中 I^r, I^i 分别为等效节点注入电流或等效支路电流的实部和虚部; e_k, f_k 为该等效电流量测所关联节点 k 的电压直角坐标分量。

由式(11)、式(12)可知,等效电流量测雅可比矩阵的非零元素为支路的电导、电纳、支路电导与支路对地电导的线性组合或支路电纳与支路对地电纳的线性组合(对节点电压幅值量测, H 对应的元素为 0, 1 或 -1)。所以等效电流量测雅可比矩阵为常数阵,通过分析该矩阵的结构可以将其表示为:

$$H = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中 G 为等效电流量测雅可比矩阵 H 的分块矩阵,表示其元素为支路电导或支路电导与支路对地电导的线性组合; B 为等效电流量测雅可比矩阵 H 的另一分块矩阵,表示以支路电纳或支路电纳与支路对地电纳的线性组合为其元素。

假设已经求出等效电流量测实部和虚部的量测权重分别为 R_r^{-1}, R_i^{-1} , 则式(10)中状态估计的迭代雅可比矩阵等效变换为:

$$H^T R^{-1} H = \begin{bmatrix} G^T R_r^{-1} G + B^T R_i^{-1} B & -G^T R_r^{-1} B + B^T R_i^{-1} G \\ -B^T R_r^{-1} G + G^T R_i^{-1} B & G^T R_i^{-1} G + B^T R_r^{-1} B \end{bmatrix} \quad (15)$$

当 $R_r = R_i$ 时,由于上式分块矩阵非对角块的元素相对于对角块对应的元素而言小得多,可以忽略不计,所以

$$H^T R^{-1} H \approx \begin{bmatrix} G^T R_r^{-1} G + B^T R_r^{-1} B & 0 \\ 0 & G^T R_i^{-1} G + B^T R_i^{-1} B \end{bmatrix}$$

式(10)中右边的不平衡偏差量等效变换为式(16):

$$H^T R^{-1} (z - h(x)) = \begin{bmatrix} G^T R_r^{-1} (\text{Re}(\dot{I}^{\text{mea-eqv}}) - \text{Re}(\dot{I}^{\text{cal}})) + B^T R_i^{-1} (\text{Im}(\dot{I}^{\text{mea-eqv}}) - \text{Im}(\dot{I}^{\text{cal}})) \\ -B^T R_r^{-1} (\text{Re}(\dot{I}^{\text{mea-eqv}}) - \text{Re}(\dot{I}^{\text{cal}})) + G^T R_i^{-1} (\text{Im}(\dot{I}^{\text{mea-eqv}}) - \text{Im}(\dot{I}^{\text{cal}})) \end{bmatrix} \quad (16)$$

由式(15)、式(16)以及 $\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix}$, 可以对式(10)的状态估计方程组进行迭代求解。对式(10)的状态估计方程组进行迭代求解时, 状态估计迭代电压的初值 $e_i^{(0)}, f_i^{(0)}$ 可通过预备潮流程序计算得到。假设等效电流量测的权重由电压初值 $e_i^{(0)}, f_i^{(0)}$ 和式(6)、式(7)求得后, 在整个状态估计的迭代过程中近似保持不变, 则状态估计的信息矩阵 $H^T R^{-1} \cdot H$ 为常数矩阵。

另外, 当量测量实部和虚部的量测权重近似相等时, 可假设 $R_r = R_i$, 则式(10)可以进行快速解耦计算, 对所有节点电压的直角坐标分量的变化量矢量 $\Delta e, \Delta f$ 分别进行求解, 从而将状态估计迭代方程组雅可比矩阵的规模缩小了一半, 节省了内存, 并提高了算法的效率。

2 等效电流量测变换的算法步骤

根据以上对本文状态估计算法模型的描述, 基于等效电流量测变换状态估计算法的步骤为:

- a. 输入原始数据;
- b. 由式(13)求取等效电流量测的雅可比矩阵 H ;
- c. 给定网络各节点的电压初值 $e_i^{(0)}, f_i^{(0)}$;
- d. 由式(6)、式(7)求取等效电流量测的实部和虚部的量测权重;

e. 由式(15)求取状态估计迭代方程组的雅可比矩阵 $H^T R^{-1} H$, 并进行因子化;

f. 对网络各种类型的量测由式(1)~式(4)进行等效电流量测变换;

g. 由式(16)求取状态估计迭代方程组的不平衡偏差量 $H^T R^{-1}(z - h(x))$;

h. 求解状态估计迭代方程组(10), 并求取第 k 次迭代的节点电压的变化量 $\Delta e_i^{(k)}, \Delta f_i^{(k)}$, 则 $e_i^{(k+1)} = e_i^{(k)} + \Delta e_i^{(k)}, f_i^{(k+1)} = f_i^{(k)} + \Delta f_i^{(k)}$;

i. 如果 $\max(|\Delta e_i|, |\Delta f_i|) > \epsilon$, 则转到步骤 f, 否则转到步骤 j;

j. 计算整个网络的潮流分布和有关的状态估计指标, 如状态估计最小目标函数值 $J(x)$ 等;

k. 结束。

3 算例分析

本文用 C++ 语言编制了基于等效电流量测变换的状态估计程序, 为便于比较, 同时还实现了文献[1]所提出的基本加权最小二乘法。本文采用了 3 个算例: ①文献[1]所提供的 4 节点输电系统; ②30 节点配电系统; ③118 节点输电系统。本文的数值实验是在 Pentium II-350 上进行的, 算例计算以及数值试验的比较结果分别见表 1、表 2。

需要说明的是, 除了算例 1 由于所在文献已经提供了量测配置, 而算例 2、算例 3 的量测系统配置

表 1 算例 1 系统的量测误差和估计误差
Table 1 System measurements deviation and estimation deviation of digital test 1

测点	真值	量测值	量测误差	基本加权最小二乘法		等效电流量测变换算法	
				估计值	估计误差	估计值	估计误差
1 P_1	20.86	18.71	-2.14	20.60	-0.25	20.601 73	-0.258 27
2 Q_1	35.79	34.05	-1.74	34.73	-1.06	34.722 52	-1.067 48
3 P_{12}	40.33	41.79	1.45	39.97	-0.36	39.953 40	-0.376 60
4 Q_{12}	38.35	37.96	-0.39	37.60	-0.74	37.592 18	-0.757 82
5 P_{13}	-19.47	-19.10	0.36	-19.36	0.10	-19.351 69	0.118 31
6 Q_{13}	-2.56	-2.24	0.31	-2.87	-0.31	-2.869 57	-0.309 57
7 P_{31}	19.57	17.55	-2.01	19.46	-0.10	19.447 72	-0.122 28
8 Q_{31}	-11.12	-10.74	0.37	-10.80	0.31	-10.811 94	0.308 06
9 P_{32}	130.42	132.57	2.14	129.36	-1.06	129.286 56	-1.133 44
10 Q_{32}	41.35	42.61	1.26	41.60	0.25	41.555 48	0.205 48
11 P_3	-50.00	-49.49	0.50	-48.14	1.85	-48.160 92	1.839 08
12 Q_3	-40.00	-41.93	-1.93	-41.22	-1.22	-41.248 52	-1.248 52
13 P_{34}	-199.99	-193.22	6.77	-196.97	3.02	-196.895 25	3.094 75
14 Q_{34}	-70.22	-71.08	-0.85	-72.01	-1.78	-71.992 87	-1.772 87
15 V_1	111.50	112.15	0.65	111.47	-0.02	111.466 96	-0.033 04
16 V_3	111.71	110.99	-0.71	111.70	-0.00	111.700 43	-0.009 57

注: 1) 真值、量测值、量测误差、基本加权最小二乘法估计值和估计误差的数据均引自文献[1]; 2) 电压单位为 kV, 有功功率单位为 MW, 无功功率单位为 Mvar。

表 2 两种不同算法的性能比较
Table 2 Comparison of two different algorithms

系统 规模	等效电流量测变换算法			基本加权最小二乘法		
	迭代 次数	计算 时间/s	$J(x)$	迭代 次数	计算 时间/s	$J(x)$
4 节点	3	0.060	0.51880	4	0.160	0.52138
30 节点	5	0.270	0.99156	6	0.550	0.98647
118 节点	6	0.830	0.59398	8	1.710	0.65101

注： $J(x)$ 的值是采用标么值计算得到。

是通过由文献[1]介绍的方法模拟形成的。其基本思想是：首先，由牛顿-拉夫逊潮流程序计算网络的状态变量和网络的潮流分布以及某些线路的电流分布，在系统可观测的前提下，在潮流计算的结果中选定某些节点电压的幅值、某些节点的注入功率、某些支路电流幅值以及某些支路的功率作为该网络量测系统的量测真值；然后，所有量测量的量测值由量测真值加上对应量测的随机量测误差所形成，而量测误差是均值为零的随机变量，它的标准方差与量测值和满刻度有关系，状态估计的量测权重为量测误差标准方差的倒数。所以，算例 2、算例 3 状态估计的结果是在如上所形成量测系统的基础上计算得到的。

由表 1 可知，利用等效电流量测变换算法进行状态估计时，绝大多数量测量状态估计误差的绝对值明显小于量测误差的绝对值，而且两种算法的状态估计误差相差不大，这说明了本文算法的正确性，同时通过状态估计，提高了量测数据的精度。

由表 2 可知，通过等效电流量测变换算法，状态估计的收敛速度非常快，收敛次数低于基本加权最小二乘法的迭代次数；计算速度加快，由于前者的雅可比矩阵是常数阵，并且在迭代过程中仅需因子化一次，故程序计算时间明显低于后者；另外，通过等效电流量测变换，目标函数值同后者相近，这也说明了本文算法能够正确进行系统的状态估计。

4 结论

本文充分利用输电系统和配电系统量测配置类型多的特点，在总结前人工作的基础上，采用基于等效电流量测变换的状态估计算法，并进行了数值试验。通过分析和总结，可以得到如下结论：

a. 利用等效电流量测变换算法，可以使状态估计的雅可比矩阵常数化，从而在整个迭代过程中仅需因子化一次，加快了计算速度，提高了状态估计的计算效率。

b. 本文算法既能处理成对功率量测权重相等的情况，也能处理有功和无功量测权重不相等的情况。在实际电网中，无功量测精度通常比有功量测精度低得多，但目前很多状态估计算法通常假设有功、无功量测精度相同，这将给状态估计结果带来很大误差。本文算法克服了这方面的缺点，从而具有更大的适用性。

c. 如果系统确实出现了成对功率量测权重近似相等的特殊情况，无论是输电系统还是配电系统，状态估计都可以进行快速解耦，这将使迭代雅可比矩阵的规模缩小一半，降低了内存，更重要的是提高了程序计算的速度。

d. 本文所提供的算法具有收敛可靠、估计精度高、数值条件好以及编程简单的优点，具有良好的在线应用前景。

e. 算法的不足在于无法处理单个的有功或无功量测，网络中功率量测配置必须是成对功率量测配置。

参 考 文 献

1 于尔铿 (Yu Erkeng). 电力系统状态估计 (State Estimation for Electric Power Systems). 北京：水利电力出版社 (Beijing: Hydraulic Power Publishing Company), 1985

2 李碧君, 薛禹胜, 顾锦汶, 等 (Li Bijun, Xue Yusheng, Gu Jinwen, et al). 电力系统状态估计问题的研究现状和展望 (Status Quo and Prospect of Power System State Estimation). 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 1998, 22(11)

3 Lin W M, Teng J H. State Estimation for Distribution Systems with Zero-Injection Constraints. IEEE Transactions on Power Systems, 1996, 11(1)

4 Lu C N, Liu W H E, Teng J H. Distribution System State Estimation. IEEE Transactions on Power Systems, 1995, 10(1)

5 杨惠连, 张 涛 (Yang Huilian, Zhang Tao). 误差理论与数据处理 (Error Theory and Data Disposal). 天津：天津大学出版社 (Tianjin: Tianjin University Publishing Company), 1992

程浩忠, 男, 教授, 博士生导师, 主要从事电力系统规划、电压稳定及其电力系统谐波等方面的研究工作。

袁青山, 男, 硕士, 主要从事工程管理工作和电力系统潮流、状态估计等方面的研究工作。

汪一华, 男, 上海市区供电局科技信息部主任, 高级工程师, 主要从事配电管理系统工作。

A STATE ESTIMATION METHOD OF POWER SYSTEMS BASED ON EQUIVALENT CURRENT MEASUREMENT TRANSFORMATION

Cheng Haozhong¹, Yuan Qingshan², Wang Yihua³, Gong Jingsong³

(1. Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

(2. Shanghai Urban Rail Transit Construction Company Ltd, Shanghai 200031, China)

(3. Shanghai Urban Power Supply Bureau, Shanghai 200080, China)

Abstract: To solve state estimation, an equivalent-current-based measurement transformation method (ECBMT) is applied in this paper in accordance with the characteristic that there are a large number of measurement categories in power systems. In addition, the concrete solving process of ECBMT for state estimation is derived. Every kind of measurement is transformed to equivalent current measurement by ECBMT. In the light of error theory, the weight of primary measurement is also transformed to the weight of equivalent current measurement. Theoretical analysis and digital tests are carried out. The results show that ECBMT is efficient, rapid, convenient in practice for state estimation and fit for the requirement of on-line application in power systems.

This is "Shu Guang" Project supported by Shanghai Municipal Education Commission and Shanghai Education Development Foundation (No. 98SG17).

Keywords: power systems; state estimation; equivalent current measurements; measurement transformation