

DOI: 10.3969/j.issn.1000-1026.2012.12.004

基于柔性分析的风电并网容量优化建模

白玉东¹, 王承民¹, 衣涛¹, 陈东², 顾黎强², 徐芳敏²

(1. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海市 200240; 2. 上海市电力公司浦东供电公司, 上海市 200122)

摘要: 针对目前风电并网容量优化分析对风电出力随机性考虑的不足, 在电力系统柔性分析研究的基础上, 引入柔性参数, 将风电功率的随机性柔性化表示, 并将其量化为惩罚成本计入风电运行价值函数中。同时, 考虑风电运行价值对风电并网容量的影响, 建立了风电并网容量优化柔性数学模型, 并运用拉格朗日函数的鞍点理论将此多目标优化模型简化为 2 个单目标的优化问题。通过 IEEE 30 节点算例分析表明, 风电功率的柔性化表示充分反映了风电出力随机性强的特点, 同时优化柔性数学模型的应用使得风电并网容量规划方案的经济性和安全性有机地结合起来, 实现了风电运行价值和风电并网容量折中决策。

关键词: 风力发电; 并网容量; 优化; 不确定信息; 柔性分析; 风电运行价值; 拉格朗日函数; 鞍点理论

0 引言

风力发电是目前技术最为成熟的可再生能源发电方式之一。风电场并网运行, 一方面可以分担传统机组的部分负荷, 降低电力系统的燃料成本并减轻环境污染^[1]; 但另一方面, 风电是间歇性能源, 随着风电并网容量在电力系统中比例的增大, 大型风电场并网对电力系统运行的影响也越来越明显^[2], 同时增加了电力系统的辅助服务成本^[3]。

为了更好地利用风电的优点, 充分发挥其作用, 规划人员必须对风电场并网容量进行合理规划。很多学者从电网静态运行安全角度计算了风电场的最大并网容量。文献[4-6]采用确定性计算方法, 把风电并网容量计算归结为各种约束下的风电功率最大化。文献[7]引入随机规划理论, 以机会约束形式描述系统静态安全约束, 建立优化模型求解风电场并网容量。文献[8-10]在机会约束规划的基础上对风电场并网容量优化及风力发电效益等问题进行了分析。文献[11]采用相关机会规划理论, 在保证系统安全运行的前提下, 引入了风电的发电能力约束, 并考虑了风电场减出力控制措施的影响, 建立了计算风电并网容量的优化分析模型。

目前, 有关风电并网容量的研究工作已经取得了较大的进展和成果, 但也存在着一些问题, 主要表现为以下几点。

1) 未能充分考虑到风电出力随机性强的特点。虽然以随机规划理论为基础的随机规划方法(如机会约束规划、相关机会规划等)可以近似模拟风电出力随机性强的特点, 但对风电输出功率分布规律存在人为主观的近似假设, 或允许安全约束条件受到某种程度的破坏, 造成系统存在越限危险。

2) 未考虑风电运行价值对风电并网容量的影响。正确反映风电运行价值与风电并网容量之间的确定关系, 可以使优化方案的综合效益达到最佳, 适应了电网规划部门的实际需求。

针对目前风电场并网容量优化研究中存在的问题, 本文通过引入柔性参数, 将风电功率柔性化表示, 并考虑风电运行价值对风电并网容量的影响, 建立了风电并网容量优化柔性数学模型。研究表明, 风电功率的柔性化表示充分反映了风电出力随机性强的特点, 同时优化柔性模型的应用实现了风电运行价值和风电并网容量折中决策, 适应了电网规划部门的实际需求。

1 电力系统柔性分析

1.1 柔性概念

广义的柔性, 是指系统对不确定信息的响应能力。最初的柔性分析, 是针对过程系统的实用性、可操作性而展开的研究工作^[12-14]。所谓过程系统中的柔性, 文献[15]定义为: 系统在从一种操作状态过渡到另一种操作状态的情况下, 能够调节到满足工艺要求的能力。电力系统的柔性与过程系统中的柔性概念有相同之处, 是指系统在结构确定的情况下

收稿日期: 2011-05-16; 修回日期: 2012-01-07。

国家自然科学基金资助项目(51177099); 上海市科委登山行动计划资助项目(10DZ0501200)。

针对参数变化时的适应能力和可控性。

在电力系统中,不确定参数 y 的变化范围(即柔性)可以描述为:

$$T(\delta) = \{\delta \mid \varepsilon^-(\delta) \leq y \leq \varepsilon^+(\delta)\} \quad (1)$$

式中: δ 为柔性参数,决定了参数变化的范围和柔性的大小; ε^- 和 ε^+ 分别为参数变化范围的下界和上界,为 δ 的函数。

当 ε^- 和 ε^+ 为 δ 的线性函数时,电力系统的柔性被称为“线性柔性”;当 ε^- 和 ε^+ 为 δ 的非线性函数时,则电力系统的柔性被称为“非线性柔性”。对于电力系统中的“线性柔性”,参数 y 的柔性还可以描述成一个以固定值 y_0 为中心,正负偏差大小分别为 Δy^+ 和 Δy^- (事先人为给定或按 y 的概率分布给定)的超矩形:

$$T(\delta) = \{\delta \mid y_0 - \delta \Delta y^- \leq y \leq y_0 + \delta \Delta y^+\} \quad (2)$$

1.2 柔性评价分析

一般电力系统的规模较大、覆盖面较广,电力系统中参数的变化和不确定性是多种多样的。在含不确定参数的条件下,电力系统优化问题的约束条件可以由下式表示:

$$\begin{cases} g_j(x, u, y) = 0 & j \in J \\ h_i(x, u, y) \leq 0 & i \in I \end{cases} \quad (3)$$

式中: x 为状态变量; u 为控制变量; I 为不等式约束集,包括节点电压约束、线路潮流约束和发电机出力约束等; J 为等式约束集,主要为功率平衡方程。

对式(3)进行如下简化:

$$\begin{cases} g_j(x, u, y) = 0 \Rightarrow x = x(u, y) \\ h_i(x(u, y), u, y) = f_i(u, y) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

由式(1)可知,柔性参数 δ 的大小确定了不确定参数 y 的变化范围。控制变量 u 的作用就是在确保不确定参数 y 在超矩形内任意变化时,能够通过 u 的适当调节(即存在确定的 u),使得约束满足式(3)。因此,对尽可能大的 $T(\delta)$ 空间,柔性约束条件可表示为:

$$\max_{y \in T(\delta)} \min_u \max_{i \in I} f_i(u, y) \leq 0 \quad (5)$$

式中: $\max$ 为选取不等式约束中最大的一个; $\min_u$ 为通过调整控制变量 u 来尽可能地改善电力系统的安全性和可靠性; $\max_{y \in T(\delta)}$ 为通过调整参数来描述最恶劣情况下电力系统的安全性和可靠性。

对于确定的柔性参数 δ ,不确定参数 y 的变化范围是确定的,因此电力系统柔性评价问题可以描述为:

$$\chi(\delta) = \max_{y \in T(\delta)} \min_u \max_{i \in I} f_i(u, y) \quad (6)$$

也可描述为:

$$\begin{cases} \chi(\delta) = \max_{y \in T(\delta)} \min_u \max_{i \in I} h_i(x, u, y) \\ \text{s. t. } g(x, u, y) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\chi(\delta)$ 为柔性参数 δ 的函数,表示电力系统的安全性和可靠性,只有 $\chi(\delta) \leq 0$ 时才说明电力系统的安全性和可靠性满足要求。

式(7)模型的物理意义是:对于确定的 δ 和给定范围内任意的 y ,是否存在可调的 u ,满足电网安全、可靠运行的要求。

电力系统柔性评价表明了参数在给定范围内变化时系统的适应能力和可控性。当柔性参数 δ 不确定时,可以定义如下的可变柔性指数:

$$\begin{cases} F(\delta^*) = \max \delta \\ \text{s. t. } \max_y \min_{x, u} \max_{i \in I} h_i(x, u, y) \leq 0 \\ g(x, u, y) = 0 \\ y \in T(\delta) \end{cases} \quad (8)$$

上述模型的最优解 $F(\delta^*)$ 代表了电网的柔性评价指标,即柔性指数,柔性指数的大小反映了电力系统安全、可靠运行的裕度。柔性指数越大,电力系统对不确定参数变化的适应性越强。

1.3 柔性优化问题

通常电力系统经济性是安全性和可靠性对立的一面。当考虑不确定参数变化对系统经济性的影响时,引入系统经济性目标函数 $f(x, u, y)$,则电力系统的柔性优化问题可以描述为:

$$\begin{cases} \max f(x, u, y) \\ \text{s. t. } \max_y \min_{x, u} \max_{i \in I} h_i(x, u, y) \leq 0 \\ g(x, u, y) = 0 \\ y \in T(\delta) \end{cases} \quad (9)$$

可见,柔性优化问题是在固定柔性评价的基础上进行的,即在经济性优化过程中考虑了系统应对参数变化的响应能力。由于参数变化对系统的经济性产生的影响被量化为“惩罚成本”的形式计入目标函数 $f(x, u, y)$ 中,因此,柔性优化中的可控性是同时针对经济性、安全性和可靠性的。

1.4 优化柔性问题

式(8)所示的柔性指数的大小反映了电力系统安全、可靠运行的程度。随着柔性区域的扩大,电力系统运行的经济效益势必受到影响。当考虑电力系统运行的经济性后,优化柔性问题可以描述为:

$$\begin{cases} \max f(x, u, y) \\ \max \delta \\ \text{s. t. } \max_y \min_{x, u} \max_{i \in I} h_i(x, u, y) \leq 0 \\ g(x, u, y) = 0 \\ y \in T(\delta) \end{cases} \quad (10)$$

由式(10)可知,优化柔性问题是一个双目标的优化问题,约束条件是相同的,其中一个目标针对经济性,以状态、控制变量和柔性参数为优化变量;而另一个以安全性为目标,以状态、控制变量为优化变量。式(10)同时对电力系统的经济性、安全性进行优化,实现了电力系统的综合优化。

值得说明的是,柔性分析方法是传统确定性分析方法向不确定领域的延伸,其实质是一种面向不确定性信息的确定性分析方法。与传统确定性分析方法^[16]相比,该方法可以有效地处理规划过程中的不确定信息,使得规划方案灵活性更强、适应性更好。与不确定性分析方法(如随机规划^[17]、模糊规划^[17]、盲数规划^[18]等)相比,该方法可以消除不确定分析法对不确定信息的分布类型存在人为近似假设的缺陷,因为其对不确定信息进行建模时,并不需要事先预知不确定信息的分布类型。

2 计及风电运行价值的风电并网容量优化柔性建模

2.1 风电功率的柔性化表示

风电机组是不可控机组,其输出功率特性可由式(11)所示的分段函数近似表示^[7]:

$$P = \begin{cases} 0 & v_w \leq v_{ci} \text{ 或 } v_w \geq v_{co} \\ \frac{P_R}{v_R^3 - v_{ci}^3} v_w^3 - \frac{v_{ci}^3}{v_R^3 - v_{ci}^3} P_R & v_{ci} \leq v_w \leq v_R \\ P_R & v_w \geq v_R \end{cases} \quad (11)$$

式中: P_R 为风机额定输出功率; v_w 为风机轮毂高度处的风速; v_{ci} 为切入风速,当风速高于此设定值时,自动装置动作把风机并入电网; v_{co} 为切出风速,当风速高于此值时,风机停止发电并从电力系统中解列出来; v_R 为额定风速,当风速不小于此值而小于切出风速时,风机出力为额定值。

由式(11)可知,风电输出功率并不是一个确定的量,而在一个范围内波动,其功率水平值很大程度上取决于当时的风速条件。虽然基于风速预测可对风电输出功率特性进行模拟研究^[19-20],但是风电功率预测误差往往大于风速预测误差,这主要是由于风速与风电功率的对应关系所致。在经过功率特性曲线转换后,不是很强的风速规律性被进一步破坏,得到的风电功率规律性更加微弱,表现出非常强的随机性。因此,不确定分析方法(需预知不确定信息的分布规律)很难有效处理风电功率不确定性的问题,更不可把风电功率作为确定性变量参与决策优化。由电力系统柔性概念可知,柔性参数 δ 的定义为解决这类问题提供了可能,因为其对风电输出功率

率的不确定性进行建模时,并不需要事先预知其分布类型。风电功率柔性属于“线性柔性”范畴,其参数的变化范围可描述如下:

$$T(\delta) = \{\delta | P_w^N - \delta \Delta P_w^- \leq P_w \leq P_w^N + \delta \Delta P_w^+\} \quad (12)$$

式中: P_w^N 为风电功率波动中心; ΔP_w^- 和 ΔP_w^+ 分别为风电功率负向和正向波动偏差。

风电功率的随机性主要表现为风电功率在一个范围内波动。因此,只要根据实际情况,确定合适的波动中心 P_w^N 以及互相匹配的正、负向波动偏差 ΔP_w^+ 和 ΔP_w^- ,式(12)就可以准确地模拟风电功率的随机波动,实现对风电功率的随机性建模。

研究表明,风电输出功率一般在0至额定输出功率 P_R 之间随机波动,因此风电功率随机波动的上下限是确定的。由电力系统柔性约束条件 $\chi(\delta)$ 的物理意义可知,只要在给定的 δ 值下,风电输出功率最大值 P_R 满足电力系统安全性和可靠性约束,那么在相同的 δ 值下,其他的风电输出功率 P_w 也一定满足安全性和可靠性约束,所以式(12)可简写为:

$$T(\delta) = \{\delta | P_w \leq P_w^N + \delta \Delta P_w^+\} \quad (13)$$

简化后,式(13)消除了负向波动偏差的影响,使得柔性指数模型(式(8))被简化为关于柔性参数 δ 的一维求极大值的优化问题,而波动中心 P_w^N 和正向偏差 ΔP_w^+ 仅作为 δ 的常数参与优化,对计算结果无影响,所以可以任意选取($\Delta P_w^+ \neq 0$)。

2.2 风力发电运行价值

风电作为一种可再生资源,其价值主要体现在能够减少不可再生资源的消耗量。风力发电收益是指电网由于能够接纳风电场输出功率所节约的煤耗量的期望值。

一定时间 T (T 为研究时间周期)内风力发电收益 C_{GS} 可以根据下式确定:

$$\begin{cases} C_{GS} = T \sum_{i=1}^N (f_i(P_{G0i}) - f_i(P_{G0i} - \sum_{j \in \Phi} \lambda_{ij} r_j P_{R,j})) \\ f_i(P_{G0i}) = a_i P_{G0i}^2 + b_i P_{G0i} + c_i \end{cases} \quad (14)$$

式中: P_{G0i} 为常规机组的初始调度方案; Φ 为风电场并网节点集; r_j 为风电场 j 的风电容量系数(又称风能利用系数),主要由风电场地理位置和当地气候决定; $P_{R,j}$ 为风电场 j 的额定输出功率; a_i, b_i, c_i 为节点 i 处常规能源机组的煤耗特性系数; λ_{ij} 为参与调节机组的参与因子,表示由风电场 j 并网引起参与调节机组 i 输出功率的变化量,需要说明的是,针对电网运行状态和调度方案的不同,参与因子也不同,可以根据电网针对意外波动情况的调节策略预先

求出^[21]。

另外,风电是一种间歇性能源。与传统发电方式相比,风力发电具有无煤耗和无污染的优势,但风速的间歇性和随机性使得大容量风电并网对电力系统的安全性和稳定性造成了影响。为了保证风电并网以后系统运行的可靠性,需要在原来运行方式的基础上,额外安排一定容量的旋转备用以响应风电场发电功率的随机波动,维持电力系统的功率平衡与稳定。这部分额外备用容量是由风电功率的不确定性造成的,因此被称为风力发电的惩罚成本。

文献[3]采用可靠性评估方式,把风电视为一种负值负荷,给出了风电功率惩罚成本的详细表达式为:

$$C_{wo} = (P_2 - P_1)P_c T \quad (15)$$

式中: P_1 和 P_2 分别为风电并网前和并网后的系统旋转备用容量,具体求解方法参见文献[3]; P_c 为系统备用容量的容量电价。

综上所述,风电是一种特殊的电力,其运行价值应综合考虑发电收益和风电功率惩罚成本,因此风电运行价值可以描述如下:

$$f_{\text{value}} = C_{GS} - C_{wo} \quad (16)$$

2.3 数学模型

基于风电功率的柔性化表示,当把风电功率定义为参数变量时,式(10)中的柔性指数的最优值 $F(\delta^*)$ 即代表风电最大并网容量。引入风电运行价值目标函数 f_{value} ,则计及风电运行价值的风电并网容量优化柔性数学模型可描述如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max f_{\text{value}} \\ \max \delta \\ \text{s. t. } \max_{P_{wi}} \min_{P_{Gi}, Q_{Gi}} \max_{P_{Li}} \left\{ \begin{array}{l} P_1 - P_1^{\max} \leq 0 \\ U^{\min} - U \leq 0 \\ U - U^{\max} \leq 0 \\ P_G - P_G^{\max} \leq 0 \\ P_G^{\min} - P_G \leq 0 \\ Q_G - Q_G^{\max} \leq 0 \\ Q_G^{\min} - Q_G \leq 0 \end{array} \right. \\ P_{wi} + P_{Gi} - P_{Li} - \\ V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \\ Q_{wi} + Q_{Gi} - Q_{Li} - \\ V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \\ P_{wi} \leq P_{wi}^N + \delta \Delta P_{wi}^+ \end{array} \right. \quad (17)$$

式中: $P_1^{\max}$ 为线路潮流限值组成的矢量; $U^{\max}$ 和 $U^{\min}$ 分别为节点电压上、下限组成的矢量; $P_G^{\max}$ 和 $Q_G^{\max}$ 分

别为常规能源发电的有功和无功功率上限组成的矢量; $P_G^{\min}$ 和 $Q_G^{\min}$ 分别为常规能源发电的有功和无功功率下限组成的矢量; P_{wi} , Q_{wi} 和 P_{Gi} , Q_{Gi} 分别为风力发电和常规能源发电的有功和无功功率; P_{Li} 和 Q_{Li} 分别为系统节点有功和无功负荷; V_i 为节点 i 的电压; G_{ij} 和 B_{ij} 分别为节点间的电导和电纳; θ_{ij} 为节点间的相角差; P_{wi}^N 为风电场有功功率波动中心; ΔP_{wi}^+ 为风电场有功功率正向波动偏差; $i=1,2,\dots,N$, N 为节点数。

3 模型分析与求解

3.1 模型分析

为了对比分析风电出力的随机性和风电运行价值对风电并网容量的影响,对本文所构建的优化柔性模型(以下简称本文模型)进一步分析,可将该模型简化为如下2个模型。

模型1:只考虑风电出力随机性对风电并网容量的影响,则式(17)所示的多目标函数将简化为对柔性参数 δ 求极大值的单一目标函数,即在柔性约束条件下,风电并网容量最大化,其数学模型可由式(8)描述。

模型2:只考虑风电运行价值对风电并网容量的影响,则式(17)所示的多目标函数将简化为对风电运行价值 f_{value} 求极大值的单一目标函数,即在柔性约束条件下,风电运行价值最大化,其数学模型可由式(9)描述。

3.2 模型求解

由于本文模型、模型1和模型2中均存在柔性约束条件(式(5)),而柔性约束条件又是一个最大-最小-最大化问题,因此上述模型直接求解非常困难。为了分析和求解方便,可根据柔性约束的物理意义和紧约束分解思想,把式(5)分解为式(18)和式(19):

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi(\delta) = \max_{y \in T(\delta)} \phi(\delta) \\ \text{s. t. } \chi(\delta) \leq 0 \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(\delta) = \min_{x,u} v \\ \text{s. t. } f_i(x,u,y) \leq v \quad i \in I \end{array} \right. \quad (19)$$

式中: v 为紧约束分解过程中的中间变量。

求解式(19),将其解再回代到式(18),便可得到式(5)的完整解。

根据上述柔性约束条件分解思想和各模型特点,本文分别给出了上述3个模型的求解方法。本文模型(优化柔性模型)求解流程如下,模型1和模型2的求解流程分别见附录A和附录B。

如式(10)所示的优化柔性模型是一个多目标优

化问题,其目标函数往往是相互冲突的,因此,必须在 2 个目标函数之间进行折中决策。首先,根据上述柔性约束条件分解思想可将优化柔性问题分解成 2 个子问题。

子问题 1:

$$\begin{cases} \max f(x, u, y) \\ \max \delta \\ \phi(\delta) = \min_{x, u} v \\ \text{s. t. } h_i(x, u, y) \leq v \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (20)$$

子问题 2:

$$\begin{cases} \max f(x, u, y) \\ \max \delta \\ \max_{x, y} v \\ \text{s. t. } h_i(x, u, y) \leq v \quad i \in I \\ v \leq 0 \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \quad (21)$$

对于子问题 1,柔性参数 δ 是常数,同时令 v 取最大值临界值 0 时,简化为:

$$\begin{cases} \max f(x, u, y) \\ \text{s. t. } h_i(x, u, y) \leq 0 \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (22)$$

对于子问题 2,当 v 的最大值为临界值 0 时,简化为:

$$\begin{cases} \max f(x, u, y) \\ \max_{x, y} \delta \\ \text{s. t. } h_i(x, u, y) \leq 0 \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (23)$$

对于子问题 2,可分别构造原问题的拉格朗日函数和对偶问题:

$$L_o(x, u, y) = \max_{x, u} f(x, u, y) + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{g}(x, u, y) + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{h}(x, u, y) \quad (24)$$

$$L_d(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \min_{\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}} \max_{x, u} f(x, u, y) + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{g}(x, u, y) + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{h}(x, u, y) \quad (25)$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 为拉格朗日乘子组成的向量。

原问题提供了优化问题最优值的上界,而对偶问题则体现了 Kuhn-Tucker(K-T)条件中的互补松弛约束,提供了优化问题最优值的下界。因此,有如下关系式成立:

$$L_d(x_0, u_0, y_0, \boldsymbol{\alpha}^*, \boldsymbol{\beta}^*) \leq L(x^*, u^*, y, \boldsymbol{\alpha}^*, \boldsymbol{\beta}^*) \leq L_o(x^*, u^*, y, \boldsymbol{\alpha}_0, \boldsymbol{\beta}_0) \quad (26)$$

式中: $x_0, u_0, \boldsymbol{\alpha}_0, \boldsymbol{\beta}_0$ 分别为各个变量和参数的初始值; $x^*, u^*, \boldsymbol{\alpha}^*, \boldsymbol{\beta}^*$ 分别为各个变量和参数的最

优值。

式(26)的等号只有当 f, h, g 为凸函数时成立,在电力系统分析中,在一定范围内可以近似认为 f, h, g 为凸函数。因此,有

$$f(x, u, y) + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{g}(x, u, y) + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{h}(x, u, y) \leq f(x_0, u_0, y_0) + \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{g}(x_0, u_0, y_0) + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{h}(x_0, u_0, y_0) \quad (27)$$

即

$$f(x, u, y) \leq f(x_0, u_0, y_0) + \boldsymbol{\alpha}^T (\mathbf{g}(x_0, u_0, y_0) - \mathbf{g}(x, u, y)) + \boldsymbol{\beta}^T (\mathbf{h}(x_0, u_0, y_0) - \mathbf{h}(x, u, y)) \quad (28)$$

式(28)可以写成如下的形式:

$$f(x, u, y) \leq f_0 + \Delta f \quad (29)$$

$$\Delta f = \boldsymbol{\alpha}^T (\mathbf{g}(x_0, u_0, y_0) - \mathbf{g}(x, u, y)) + \boldsymbol{\beta}^T (\mathbf{h}(x_0, u_0, y_0) - \mathbf{h}(x, u, y)) \quad (30)$$

式(29)代表在确定的参数 δ 下优化子问题(式(22))的最优性条件。将式(29)代入式(23)中,则子问题 2 可以表示为:

$$\begin{cases} \max_{x, y} \delta \\ \text{s. t. } f(x, u, y) \leq f_0 + \Delta f \\ h_i(x, u, y) \leq 0 \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \quad (31)$$

由此可见,多目标的优化问题被转换成 2 个单一目标的优化子问题,一个是针对系统经济性的优化问题,而另一个则是针对安全性和可靠性的。应该说明的是,在求解综合优化问题之前需要首先求解式(22),以确定参数 f_0 和 Δf ,然后才能对式(31)进行求解。

通过对上述 2 个子问题(式(22)和式(31))交叉迭代求解就可以得到原问题的解。本文采用序列线性化的方法计算求解,求解步骤如下。

1) 给定初始条件 x_0, u_0, y_0 。

2) 对式(22)进行线性化处理,由等式约束可得:

$$\Delta x = -\mathbf{g}_x^{-1}(\mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_u \Delta u) \quad (32)$$

式中: $\mathbf{g}_x$ 和 $\mathbf{g}_u$ 分别为 $\mathbf{g}(x, u, y)$ 关于 x 和 u 的导数; $\mathbf{g}_0$ 为初始值。

代入到不等式约束中,形成线性规划问题并求解,可得参数 f_0 和 Δf 以及控制变量的修正量 Δu ,令

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u} \quad (33)$$

3) 把 $\mathbf{u}$ 代入到式(31)中,并对式(31)进行线性化,由等式约束得:

$$\Delta x = -\mathbf{g}_x^{-1}(\mathbf{g}(x_0, u, y_0) + \mathbf{g}_y \Delta y) \quad (34)$$

式中: $\mathbf{g}_y$ 为 $\mathbf{g}(x, u, y)$ 关于 y 的导数。

代入到不等式约束中,形成线性规划问题并求解,得到 Δy ,并按下式进行修正:

$$y = y_0 + \Delta y \tag{35}$$

4)把 y 代入到式(22)中,替换 y_0 ,并进行潮流计算,更新状态变量 x 。将上述 2 个子问题交替求解,当 $\Delta y \approx 0, \Delta u \approx 0$ 时迭代结束。最终的柔性参数 δ 最优值等于式(31)确定的 δ^* ,而风电运行价值最优值则由式(22)确定。

4 算例分析

为了验证本文提出的计算模型的有效性并揭示风电出力的随机性和风电运行价值对风电并网容量的影响,本文采用 IEEE 30 节点测试系统进行分析。系统机组参数如表 1 所示(特性系数 $c=0$),分别选取节点 7,10,14,17,24 作为风电并网节点,并网点风电容量系数均取 0.3。

表 1 IEEE 30 节点系统机组参数

Table 1 Unit parameters in IEEE 30-bus test system

机组	$a_i/(美元 \cdot (MW \cdot h)^{-2})$	$b_i/(美元 \cdot (MW \cdot h)^{-1})$	P_G^{max}	P_G^{min}	P_{G0}
1	0.075	20	1.3	0.45	0.7
2	0.152	17	0.7	0.30	0.4
5	0.028	20	1.0	0.48	0.8
8	0.135	32	0.4	0.22	0.3
11	0.215	25	0.3	0.10	0.1
13	0.225	25	0.4	0.10	0.1

1)风电出力随机性对风电并网容量的影响

为了揭示风电出力随机性对风电并网容量的影响,本文采用传统确定性分析方法和模型 1 中的柔性评价分析方法,分别求解风电穿透功率极限,计算结果见表 2。

表 2 确定性分析与柔性评价分析计算结果对比

Table 2 Comparison of results between deterministic analysis and flexibility assessment analysis

并网点	风电最大并网容量	
	确定性分析方法	柔性评价分析方法
7	0.512 0	0.475 0
10	0.450 0	0.425 5
14	0.198 4	0.182 0
17	0.260 0	0.233 0
24	0.129 0	0.129 0

表 2 的计算结果表明,在负荷既定的情况下,随着对风电出力随机性考虑的全面性,对大部分节点而言,系统可接受的风电穿透功率水平有显著的降低。原因在于,在一定的系统机组出力调节裕度下,若直接把传统确定性分析方法的最优解作为风电场最大装机容量并考虑风电出力的随机性,那么在该功率水平下,就有可能存在某个或多个风电功率值

在同一机组出力调节裕度下,不满足系统安全、可靠运行的要求,造成系统存在越限危险。而柔性评价方法通过降低风电场最大装机容量,剔除造成系统越限的病态功率水平值,使得其最优解以及该功率水平下的风电功率值在同一机组出力调节裕度下,都能满足系统安全、可靠运行的要求。特别地,当系统机组出力调节裕度可以有效抑制风电出力随机性对风电穿透功率极限计算的影响时,两者所得最优解将相等,如节点 24。

2)风电运行价值对风电并网容量的影响

风电作为一种可再生资源,具有无煤耗、无污染的特点,在负荷既定的情况下,其并网容量越大,风力发电收益越大。但风电又是一种间歇性能源,并网容量越大,就意味着其柔性成本越大。

图 1 显示了在系统负荷一定的情况下,系统备用电价 P_c 分别为 15 美元/MW 和 20 美元/MW 时,风电场经节点 7 并网后,风电并网容量与风电年运行价值之间的关系。

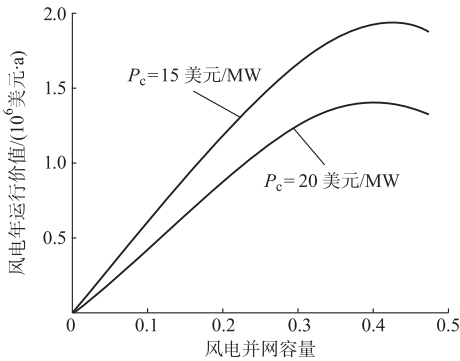


图 1 风电并网容量与风电年运行价值的关系
Fig. 1 Relationship between grid-connected wind capacity and annual operation value of wind power

从图 1 可以看出,风电场装机容量较小时,风电年运行价值与并网容量成正比,但是当系统内风电装机容量达到一定数量后,风电的边际运行价值将降为 0 甚至负值,风电的装机容量从经济角度来说已经达到饱和,但并不一定等于风电最大并网容量。另外,从备用容量电价变化可以看出,若政府部门能在风电并网柔性成本费用方面给予一定的优惠,将极大地促进风力发电的推广。

为了进一步阐述本文所提出的模型在风电运行价值和风电并网容量之间的协调机理,在系统负荷既定, P_c 为 15 美元/MW 的情况下,结合本文模型以及模型 1、模型 2 进行了对比分析。表 3 给出了 3 种模型下风电最大并网容量,表 4 给出了 3 种模型下的风电年运行价值。

表 3 3 种模型的风电并网容量对比
Table 3 Comparison of grid-connected wind capacity in operation of three models

并网点	风电最大并网容量		
	模型 1	模型 2	本文模型
7	0.475 0	0.452 0	0.467 7
10	0.425 5	0.405 3	0.412 3
14	0.182 0	0.182 0	0.182 0
17	0.233 0	0.201 2	0.223 2
24	0.129 0	0.128 6	0.128 8

表 4 3 种模型的风电年运行价值对比
Table 4 Comparison of annual operation value of wind power of three models

并网点	风电运行价值/(美元·a)		
	模型 1	模型 2	本文模型
7	1 829 270	1 922 070	1 892 530
10	1 640 030	1 721 770	1 668 760
14	736 460	736 460	736 450
17	814 150	942 830	903 320
24	520 370	521 990	521 650

由表 3 和表 4 可以看出,模型 1 以风电并网容量最大化作为优化目标,决策过程仅注重电网接纳风能能力,没有考虑优化方案的经济性,造成风力发电柔性成本过高,风电运行价值打了折扣。模型 2 以风电运行价值最大化作为优化目标,决策过程仅注重风电运行价值最大,限制了电网接纳风电的能力,风电没有得到充分利用。本文模型以损失有限的风电运行价值为代价,提高了电网接纳风电的能力,使得风电运行价值和风电并网容量得到折中决策。

5 结语

本文在电力系统柔性分析的研究基础上,把电力系统柔性概念引入到风电最大并网容量的研究中,并考虑风电运行价值对风电并网容量的影响,建立了风电并网容量优化柔性多目标数学模型。通过采用 IEEE 30 节点系统算例对比分析,可得到以下结论。

1)风电功率的柔性化表示充分反映了风电出力随机性强的特点,柔性分析方法实现了传统确定性分析方法向不确定领域的延伸,是一种面向不确定信息的确定性分析方法。

2)采用优化柔性模型,能够在充分考虑风电出力随机性的基础上,确定合理的风电并网容量,同时使得风电运行价值得到有效发挥,两者得到有机协调,但在规划中没有考虑与风电场运行价值有关的环境、政策等因素,而这些也可能是决定风电并网容量的关键因素。

3)算例分析结果表明了本文所提出模型的有效性,其结果可以为电力规划部门以及风电投资商制定有关决策提供必要的科学依据。

附录见本刊网络版(<http://aeps.sgepri.sgcc.com.cn/aeps/ch/index.aspx>)。

参 考 文 献

[1] 李智,韩学山,杨明,等.计及接纳风电能力的电网调度模型[J].电力系统自动化,2010,34(19):15-19.
LI Zhi, HAN Xueshan, YANG Ming, et al. Power system dispatch considering wind power grid integration[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(19): 15-19.

[2] 迟永宁,刘燕华,王伟胜,等.风电接入对电力系统的影响[J].电网技术,2007,31(3):76-81.
CHI Yongning, LIU Yanhua, WANG Weisheng, et al. Study on impact of wind power integration on power system[J]. Power System Technology, 2007, 31(3): 76-81.

[3] 周双喜,王海超,周寿孙.风力发电运行价值分析[J].电网技术,2006,30(14):98-102.
ZHOU Shuangxi, WANG Haichao, ZHOU Shousun. Analysis on operation value of wind power resources[J]. Power System Technology, 2006, 30(14): 98-102.

[4] 雷亚洲,王伟胜,印永华,等.一种静态安全约束下确定电力系统风电准入功率极限的优化方法[J].中国电机工程学报,2001,21(6):25-28.
LEI Yazhou, WANG Weisheng, YIN Yonghua, et al. An optimization method for determining wind power penetration limit in power system under static security constraints[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(6): 25-28.

[5] 郑国强,鲍海,陈树勇.基于近似线性规划的风电场穿透功率极限优化的改进算法[J].中国电机工程学报,2004,24(10):68-71.
ZHENG Guoqiang, BAO Hai, CHEN Shuyong. Amending algorithm for wind farm penetration optimization based on approximate linear programming method[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(10): 68-71.

[6] LIEW S N, STRBAC G. Maximizing penetration of wind generation in existing distribution networks[J]. IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution, 2002, 149(3): 256-262.

[7] 雷亚洲,王伟胜,印永华,等.基于机会约束规划的风电穿透功率极限计算[J].中国电机工程学报,2002,22(5):32-35.
LEI Yazhou, WANG Weisheng, YIN Yonghua, et al. Wind power penetration limit calculation based on chance constrained programming[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(5): 32-35.

[8] 王海超.风力发电并网问题研究[D].北京:清华大学,2006.

[9] WU Jun, LI Guojie, CHENG Lin, et al. Calculation of maximum injection power of large-scale wind farms connected to power systems[C]// Proceedings of International Conference on Power System Technology, October 22-26, 2006, Chongqing, China.

[10] HARRISON G P, WALLACE A R. Maximising renewable energy integration within electrical networks[C]// Proceedings

- of World Renewable Energy Congress, May 22-27, 2005, Aberdeen, UK.
- [11] 乔嘉庚,徐飞,鲁宗相,等. 基于相关机会规划的风电并网容量优化分析[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(10): 84-87.
QIAO Jiageng, XU Fei, LU Zongxiang, et al. Optimization analysis model of grid-connected wind capacity based on dependent chance[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(10): 84-87.
- [12] OSTROVSKY G M, VOLIN Y M, BARIT E I, et al. Flexibility analysis and optimization of chemical plants with uncertain parameters[J]. Computers & Chemical Engineering, 1994, 18(8): 755-767.
- [13] OSTROVSKY G M, VOLIN Y M, GOLOVASHKIN D V. Evaluation of chemical processes flexibility[J]. Computers & Chemical Engineering, 1996, 20(Supplement 1): 617-621.
- [14] SWANEY R E, GROSSMANN I E. An index for operational flexibility in chemical process design: Part one formulation and theory[J]. AIChE Journal, 1985, 31(4): 621-630.
- [15] GROSSMANN I E, MORARI M. Operability, resiliency and flexibility: process design objectives for a changing world[C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Foundations of Computer Aided Process and Design, June 19-24, 1983, Snowmass, Colorado, USA: 931-1030.
- [16] 王锡凡. 电力系统优化规划[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990.
- [17] 刘宝锭, 赵瑞清. 随机规划与模糊规划[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [18] 高赐威, 程浩忠, 王旭. 盲信息的模糊评价模型在电网规划中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(9): 24-29.
GAO Ciwei, CHENG Haozhong, WANG Xu. The application of fuzzy evaluation of blind information in electric network planning[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(9): 24-29.
- [19] 杨秀媛, 肖洋, 陈树勇. 风电场风速和发电功率预测研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(11): 1-5.
YANG Xiuyuan, XIAO Yang, CHEN Shuyong. Wind speed and generated power forecasting in wind farm[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(11): 1-5.
- [20] 孙元章, 吴俊, 李国杰, 等. 基于风速预测和随机规划的含风电场电力系统动态经济调度[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(4): 41-47.
SUN Yuanzhang, WU Jun, LI Guojie, et al. Dynamic economic dispatch considering wind power penetration based on wind speed forecasting and stochastic programming [J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(4): 41-47.
- [21] WOOD A J, WOLLE N B F. Power generation, operation and control[M]. 2nd ed. New York, NY, USA: Wiley, 1996.

白玉东(1986—),男,通信作者,硕士研究生,主要研究方向:电力系统规划和风力发电。E-mail: bydwy@126.com

王承民(1970—),男,博士,副教授,主要研究方向:电力系统规划和电力系统经济运行。E-mail: wangchengmin@sjtu.edu.cn

衣涛(1973—),男,博士研究生,主要研究方向:电力市场和电力系统经济运行。E-mail: yitao4965@126.com

An Optimization Model of Wind Power Grid-connected Capacity Based on Flexibility Analysis

BAI Yudong¹, WANG Chengmin¹, YI Tao¹, CHEN Dong², GU Liqiang², XU Fangmin²

(1. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2. Pudong Power Supply Company, Shanghai Municipal Electric Power Company, Shanghai 200122, China)

Abstract: Given the limitation of optimization models of grid-connected wind capacity in dealing with randomness of wind power, a novel optimizing flexibility model based on the research on flexible analysis of power system is proposed, considering the influence of operation value of wind power. In this model, the randomness of wind power is expressed by introducing flexible parameters and quantified as a penalty cost into the operation value of wind power. By adopting the saddle node theory of Lagrange function, the multi-objective optimization problem is transformed into two single-objective problems. The calculating results on IEEE 30-bus system demonstrate that the model reflects the randomness of wind power adequately, and the economic and security of planning are combined organically by adopting the proposed model. It enables a compromised decision-making between grid-connected wind capacity and operation value of wind power.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51177099) and Climbing Programme Project of Science and Technology Commission of Shanghai (No. 10DZ0501200).

Key words: wind power; grid-connected capacity; optimization; uncertain information; flexibility analysis; operation value of wind power; Lagrange function; saddle node theory

附录 A 模型 1

1)数学模型描述

只考虑风电出力随机性对风电并网容量的影响，则多目标函数将简化为对柔性参数 δ 求极大值的单一目标函数，即在柔性约束条件下，风电并网容量最大化，其相对应的柔性分析数学模型如下：

$$\begin{aligned} F(\delta^*) = \max \delta \\ \text{s.t.} \begin{cases} \max_y \min_{x,u} \max_{i \in I} h_i(x, u, y) \leq 0 \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

2)求解流程

首先，根据上述柔性约束条件分解思想可将优化柔性问题分解成 2 个子问题。

子问题 1:

$$\begin{aligned} \max \delta \\ \phi(\delta) = \min_{x,u} v \\ \text{s.t.} \begin{cases} h_i(x, u, y) \leq v \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

子问题 2:

$$\begin{aligned} \max \delta \\ \max_{x,y} v \\ \text{s.t.} \begin{cases} h_i(x, u, y) \leq v \quad i \in I \\ v \leq 0 \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

在子问题1中，柔性参数 δ 是常数，所以有：

$$\begin{aligned} \min_{x,u} v \\ \text{s.t.} \begin{cases} h_i(x, u, y) \leq v \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

对于子问题2，当 v 的最大值为临界值0时，变化为：

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \delta \\ \text{s.t.} \begin{cases} h_i(x, u, y) \leq 0 \quad i \in I \\ \mathbf{g}(x, u, y) = \mathbf{0} \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

通过对上述2个子问题（式（A4）和（A5））交叉迭代求解就可以得到原问题的解。本文采用序列线性化的方法计算求解，求解流程如下。

对式（A4）线性化：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} v \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{y}_0) + \mathbf{g}_x \Delta \mathbf{x} + \mathbf{g}_u \Delta \mathbf{u} = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{y}_0) + \mathbf{h}_{ix} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{h}_{iu} \Delta \mathbf{u} \leq v \\ i \in I \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

由等式约束可得：

$$\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{g}_x^{-1} [\mathbf{g}_0 + \mathbf{g}_u \Delta \mathbf{u}] \quad (\text{A7})$$

代入到不等式约束中，有：

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} v \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{y}_0) - h_{ix} \mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{y}_0) \\ - (h_{ix} \mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}_u + h_{iu}) \Delta \mathbf{u} - v \leq 0 \quad i \in I \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

求解上述线性规划问题，可得控制变量的修正量 $\Delta \mathbf{u}$ ，令：

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u} \quad (\text{A9})$$

代入到式 (A5) 中，并对式 (A5) 进行线性化：

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \delta \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, \mathbf{y}_0) + \mathbf{g}_x \Delta \mathbf{x} + \mathbf{g}_y \Delta \mathbf{y} = 0 \\ h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = h_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, \mathbf{y}_0) + h_{ix} \Delta \mathbf{x} \\ \quad + h_{iy} \Delta \mathbf{y} \leq 0 \quad i \in I \\ \Delta \mathbf{y}_{\min} \leq \Delta \mathbf{y} \leq \Delta \mathbf{y}_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

由等式约束得：

$$\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{g}_x^{-1} [\mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, \mathbf{y}_0) + \mathbf{g}_y \Delta \mathbf{y}] \quad (\text{A11})$$

代入到不等式约束中，得到：

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \delta \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, \mathbf{y}_0) - h_{ix} \mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}, \mathbf{y}_0) \\ - (h_{ix} \mathbf{g}_x^{-1} \mathbf{g}_y + h_{iy}) \Delta \mathbf{y} \leq 0 \quad i \in I \\ \Delta \mathbf{y}_{\min} \leq \Delta \mathbf{y} \leq \Delta \mathbf{y}_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

计算上述问题，得到 $\Delta \mathbf{y}$ ，并按下式进行修正：

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta \mathbf{y} \quad (\text{A13})$$

代入到式 (A4) 中，替换 $\mathbf{y}_0$ ，并进行潮流计算，更新状态变量 $\mathbf{x}$ 。上述两个子问题的交替求解，当 $\Delta \mathbf{y} \approx \mathbf{0}$ ， $\Delta \mathbf{u} \approx \mathbf{0}$ 时迭代结束，最终的 $F(\delta^*)$ 等于式 (A5) 确定的 δ^* 。特别是，当等式约束和不等式约束都是参数 $\mathbf{y}$ 的线性函数时，在式 (A5) 中不需要对 $\mathbf{y}$ 进行线性化。

附录 B 模型 2

1)数学模型描述

只考虑风电运行价值对风电并网容量的影响，则多目标函数将简化为对风电运行价值 f_{value} 求极大值的单一目标函数，即在柔性约束条件下，风电运行价值最大化，其相对应的柔性分析数学模型如下：

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \max_y \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} \max_{i \in I} h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \leq 0 \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = 0 \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

2)求解流程

首先，根据上述柔性约束条件分解思想可将优化柔性问题分解成 2 个子问题。

子问题 1:

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ & \max_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} v \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \leq v \quad i \in I \\ v \leq 0 \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

子问题 2:

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ & \phi(\delta) = \min_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} v \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \leq v \quad i \in I \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = 0 \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

对于子问题1，柔性参数 δ 是常数，同时令 v 取最大值临界值0时，则子问题1可简化为：

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \leq 0 \quad i \in I \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B4})$$

对于子问题 2，对其中的：

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \leq v \quad i \in I \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = 0 \\ \mathbf{y} \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B5})$$

构造原问题的拉格朗日函数：

$$\begin{aligned} L_o(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) = & \max_{\mathbf{x}, \mathbf{u}} f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) + \alpha^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \\ & + \beta^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (\text{B6})$$

以及对偶问题：

$$L_d(\alpha, \beta) = \min_{\alpha, \beta} \max_{x, u} f(x, u, y) + \alpha^T g(x, u, y) + \beta^T h(x, u, y) \quad (B7)$$

原问题提供了优化问题最优值的上界，而对偶问题则体现了K-T条件中的互补松弛约束，提供了优化问题最优值的下界。因此有如下的关系式成立：

$$L_d(x_0, u_0, y_0, \alpha, \beta) \leq L(x, u, y, \alpha, \beta) \leq L_o(x, u, y, \alpha_0, \beta_0) \quad (B8)$$

式中： $x_0, u_0, \alpha_0, \beta_0$ 分别表示各个变量和参数的初始值； x, u, α, β 表示各个变量和参数的最优值。上式的等号只有当 f, h, g 为凸函数成立，在电力系统分析中，在一定范围内可以近似认为 f, h, g 为凸函数。

所以：

$$f(x, u, y) + \alpha^T g(x, u, y) + \beta^T h(x, u, y) \leq f(x_0, u_0, y_0) + \alpha^T g(x_0, u_0, y_0) + \beta^T h(x_0, u_0, y_0) \quad (B9)$$

即

$$f(x, u, y) \leq f(x_0, u_0, y_0) + \alpha^T [g(x_0, u_0, y_0) - g(x, u, y)] + \beta^T [h(x_0, u_0, y_0) - h(x, u, y)] \quad (B10)$$

上式可以写成如下的形式：

$$f(x, u, y) \leq f_0 + \Delta f \quad (B11)$$

其中：

$$\Delta f = \alpha^T [g(x_0, u_0, y_0) - g(x, u, y)] + \beta^T [h(x_0, u_0, y_0) - h(x, u, y)] \quad (B12)$$

式（B11）代表在确定的参数 δ 下优化子问题（式（B4））的最优性条件。将式（B11）代入式（B2）中，则子问题2可以表示为：

$$\begin{aligned} \phi(\delta) = \min_{x, u} v \\ \text{s.t.} \begin{cases} f(x, u, y) \leq f_0 + \Delta f \\ h_i(x, u, y) \leq v \quad i \in I \\ g(x, u, y) = 0 \\ y \in T(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (B13)$$

通过对上述2个子问题（式（B4）和（B13））交叉迭代求解就可以得到原问题的解。本文采用序列线性化的方法计算求解，求解步骤如下。

1)给定初始条件 x_0, u_0, y_0 。

2)对式（B4）线性化，由等式约束可得：

$$\Delta x = -g_x^{-1} [g_0 + g_u \Delta u] \quad (B14)$$

代入到不等式约束中，形成线性规划问题并求解，可得参数 f_0 ， Δf 以及控制变量的修正量 Δu ，令

$$u = u_0 + \Delta u \quad (B15)$$

3)把 u 代入到式（26）中，并对式（26）进行线性化，由等式约束得：

$$\Delta x = -g_x^{-1} [g(x_0, u, y_0) + g_y \Delta y] \quad (B16)$$

代入到不等式约束中，形成线性规划问题并求解，得到 Δy ，并按下式进行修正：

$$y = y_0 + \Delta y \quad (B17)$$

4)把 $\mathbf{y}$ 代入到式 (B4) 中, 替换 $\mathbf{y}_0$, 并进行潮流计算, 更新状态变量 $\mathbf{x}$ 。上述两个子问题的交替求解, 当 $\Delta \mathbf{y} \approx \mathbf{0}$, $\Delta \mathbf{u} \approx \mathbf{0}$ 时迭代结束。