神经网络 α 阶逆系统控制方法的可行性

刘　军　戴先中

（东南大学自动控制系　210096　南京）

摘　要　证明满足一定条件的单输入单输出系统的 α 阶逆系统（与原系统复合起来可构成 α 阶积分或时延系统）存在且唯一，阐明静态多层网络加若干积分器或时延因子可以逼近这样的 α 阶逆系统，对神经网络 α 阶逆系统方法用于线性、非线性控制的可行性作了探讨。

关键词　神经网络　逆系统　可行性

0　引言

在非线性控制领域，由于存在大量的形形式式的非线性系统，迄今为止还没有普遍适用的控制方法。近年来神经网络用于线性、非线性系统的辨识与控制取得了较大的进展[1]。

目前提出的非线性系统的神经网络控制方法，一般用神经网络构成非线性系统的动力学模型及其逆系统的动力学模型，直接替代现有控制方法中的对应系统模型而构成有对应名字的神经网络控制方法，如 NN 直接逆控制[2]、NN 直接自适应控制[3]、NN 模型参考自适应控制[4]、NN 内模控制[5]、神经网络 α 阶逆系统控制[6]等。

这些方法的核心是各种逆动力学模型的建立与辨识，因而均以逆系统存在且工程可实现为前提条件。然而这些条件何时成立，即这些方法的适用范围和可行性，上述方法中均未讨论或很少讨论。

本文研究神经网络 α 阶逆系统方法用于控制线性、非线性系统的可行性。

1　α 阶逆系统与神经网络 α 阶逆系统控制方法

对单输入单输出连续系统的逆系统，本文采用文献[7]中的如下定义：

从泛函观点来看，一个控制系统的动力学模型可用一个输入映射到输出的算子来表示。给定一个系统（线性或非线性）Σ，其输入为 $u(t)$，输出为 $y(t)$，具有一组确定的初始状态 $\boldsymbol{X}(t_0)=\boldsymbol{X}_0$。记描述该映射关系的算子为 θ：$u\rightarrow y$，即

$$y(\cdot)=\theta[\boldsymbol{X}_0,u(\cdot)] \text{ 或简写为 } y=\theta u \tag{1}$$

设 Π 为另一个系统，表示其映射关系的算子为 $\bar{\theta}$：$y_d\rightarrow u_d$，其中 $y_d(t)$ 为某域内任给的 n 阶可微函数，并且在 t_0 处满足一定的初始条件，如要算子 $\bar{\theta}$ 满足式(2)

$$\theta\,\bar{\theta}\,y_d=\theta\,u_d=y_d \tag{2}$$

则称系统 Π 为系统 Σ 的单位逆系统，如图 1(a)所示。相应地，系统 Σ 称为原系统。

设 Π_α 为又一个系统，表示其传递关系的算子为 $\bar{\theta}_\alpha$：$\Phi\rightarrow u_d$，其中 Φ 为某域内任给的连续函数，并且在 t_0 处满足一定的初始条件，如果对于 $\Phi=y_d^{(\alpha)}(t)$，即 y_d 的 α 阶导数，算子 $\bar{\theta}_\alpha$ 满足下式：

$$\theta\,\bar{\theta}_\alpha\,\Phi=\theta\,\bar{\theta}_\alpha(y_d^{(\alpha)})=\theta\,u_d=y_d \tag{3}$$

则称系统 Π_α 为系统 Σ 的 α 阶积分逆系统，如图1(b)所示。实际上，当 $\alpha=0$ 时，α 阶逆系统就是单位逆系统，因此单位逆系统是 α 阶逆系统的特例。

当逆系统和原系统复合，形成伪线性系统时，有 $u_d=u$，$y_d=y$。

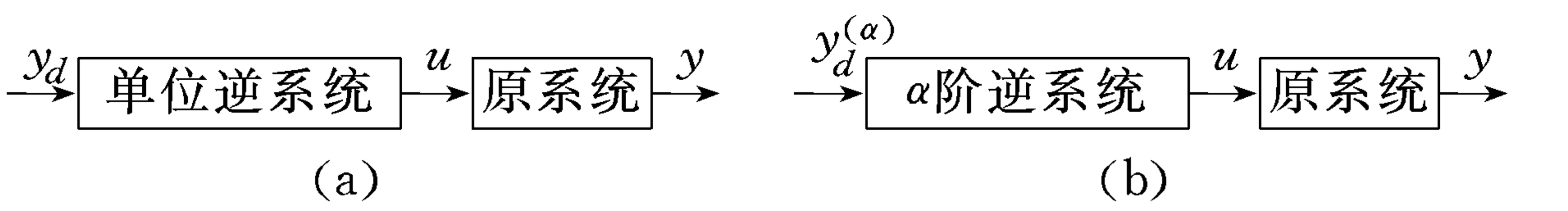

图1　单位逆系统(a)与α阶逆系统(b)示意图

Fig. 1　Unit inverse system (a) and αth-order inverse system (b)

对于给定系统 Σ，如果存在如上描述的逆系统 Π 或 Π_α（理论上两种逆系统可相互转换），则称系统 Σ 为可逆系统。

对单输入单输出离散系统，可类似定义单位逆系统与 α 阶时延逆系统。

1996－09－15 收稿，1996－11－20 改回。

国家自然科学基金(59637050)与电力部共同资助项目。

神经网络 α 阶逆系统控制方法[6]的主要内容在于：用静态神经网络加若干时延因子或积分器来实现 α 阶逆系统的功能，如图 2 (a)（离散系统）和图 3(a)（连续系统）中虚线框所示。其中静态神经网络仅用来逼近静态非线性函数，时延因子或积分器反映系统的动态特性；然后形成 α 阶伪线性复合系统，如图 2 (b)（离散系统）和图 3 (b)（连续系统）所示，并对该伪线性复合系统设计线性控制器；最后将神经网络 α 阶逆系统与线性控制器组合起来，构成复合控制器，实现对原非线性系统的有效控制。

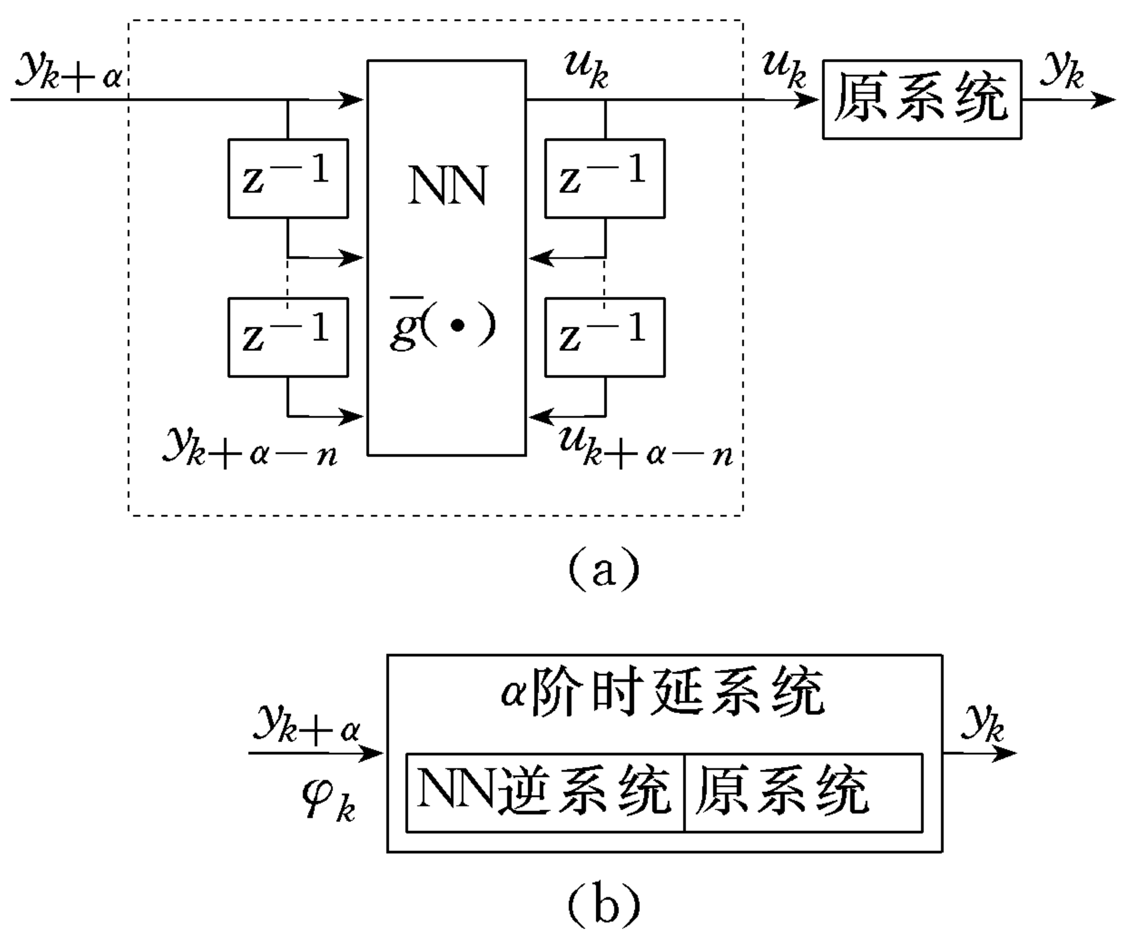

图2　离散系统的神经网络α阶逆系统（a）及相应的α阶时延伪线性系统（b）

Fig. 2　Neural network αth - order inverse system (a) and αth - order delay pseudo - linear system (b) for discrete systems

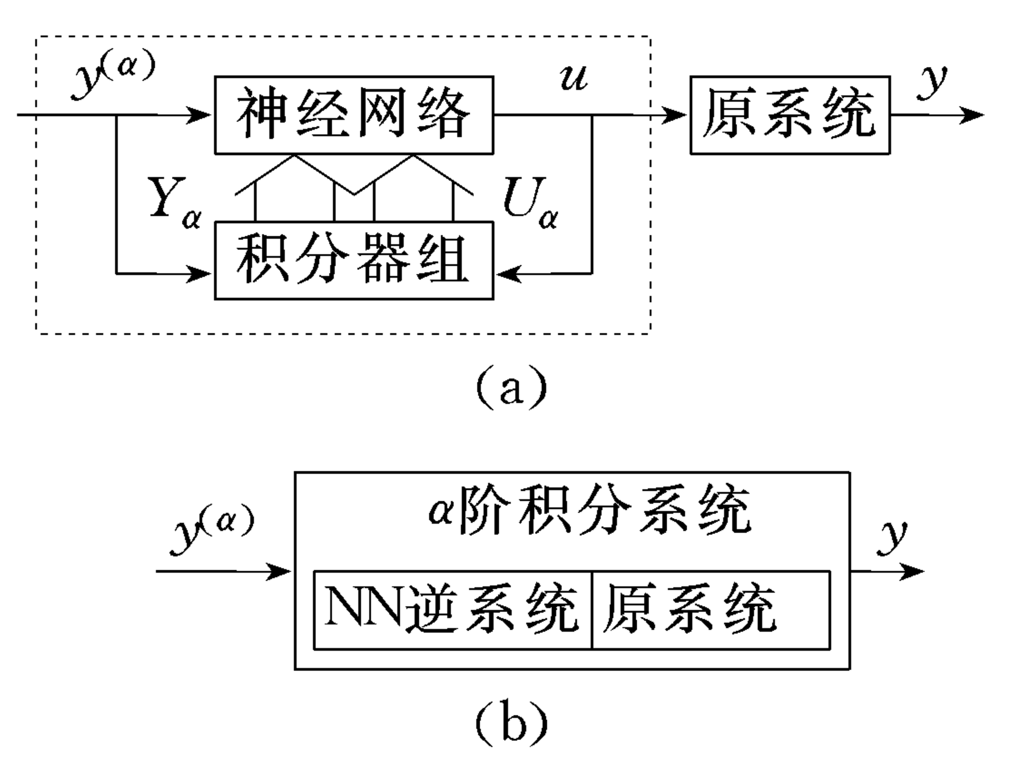

图3　连续系统的神经网络α阶逆系统（a）及相应的α阶积分伪线性系统（b）

Fig. 3　Neural network αth - order inverse system (a) and αth - order integral pseudo - linear system (b) for continuous systems

2　神经网络 α 阶逆系统控制方法的可行性

2.1　非线性离散系统

对于单输入单输出的非线性离散系统，考虑到被控系统中常含有纯时延环节，即一般情况下，系统的输出滞后于输入，具有时延特性，因而一般可表示为如下的差分方程形式：

$$y_{k+\alpha} = f(y_{k+\alpha-1}, \cdots, y_{k+\alpha-n}, u_k, \cdots, u_{k+\alpha-n}) \quad (4)$$

其中　u 为输入；y 为输出；$\alpha \geqslant 0$ 为系统的时延数，一般情况下 $\alpha \geqslant 1$。

定理 1：对于式(4)表示的系统，若 f 连续、无限可微且 $\partial f/\partial u_k \neq 0$，则有：① α 阶逆系统存在且唯一，②在 f 定义域内的任一闭集 A 上，神经网络 α 阶逆系统是可行的。

证明：

(1) 因为 f 连续、可微，且 $\partial f/\partial u_k \neq 0$，所以存在唯一的反函数 f^{-1}，使得

$$u_k = f^{-1}(y_{k+\alpha}, \cdots, y_{k+\alpha-n}, u_{k-1}, \cdots, u_{k+\alpha-n})$$

以 $y_{k+\alpha}$ 为输入，u_k 为输出，按上式构成的系统可与原系统组合成 α 阶时延系统，所以原系统的 α 阶逆系统存在。

又因为 f^{-1} 唯一，所以 α 阶逆系统存在且唯一。

(2) 因为 f 连续、无限可微，所以 $\partial f/\partial u_k$ 也连续。

又因为 $\partial f/\partial u_k \neq 0$，所以 $\partial f/\partial u_k$ 必定同号，否则至少存在一点使连续函数 $\partial f/\partial u_k = 0$，所以 f 对于 u_k 具有单调特性。

又因为单调连续函数的反函数也是单调连续的，所以 f^{-1} 对于 $y_{k+\alpha}$ 具有单调特性，所以在任一闭集 A 上，连续函数 f 与 f^{-1} 均有界，是输入输出稳定的，通过规一化处理，可将输入、输出值规范化到 $[0,1]$ 范围内，此时 f 与 f^{-1} 均为 $[0, 1]^{2n-\alpha+1}$ 空间到 R^1 空间的连续映射。由 Kolmogorov 定理可知，隐层神经元数目为 $2(2n - \alpha + 1) + 1$ 的三层感知器可以精确实现这样的映射 f 与 f^{-1}，又因为 α 阶逆系统是物理可实现的因果系统[6]，所以在 f 定义域内的任一闭集 A 上，神经网络 α 阶逆系统是可行的。证毕。

2.2　非线性连续系统

考虑用如下微分方程表示的单输入单输出非线性连续系统：

$$y^{(\alpha)} = f(y^{(\alpha-1)}, \cdots, y, \cdots, y^{(-m)}, u, u^{(-1)}, \cdots, u^{(-m)}) \quad (5)$$

其中　u 为系统的输入；y 为系统的输出；$m, n(m \leqslant n)$ 分别为输入输出的阶次；$\alpha = n - m$ 为系统的相对阶数；$y^{(\alpha)}$ 为 y 的 α 阶导数；$y^{(-m)}$ 为 y 的 m 阶积分；$u^{(-m)}$ 为 u 的 m 阶积分。

因为 α 阶逆系统的输入阶次不高于输出阶次，是正则的因果系统，是物理可实现的，所以有与定理 1 类似的下述定理。

定理 2：若 f 连续、无限可微且 $\partial f/\partial u_k \neq 0$，则式(5)表示的系统存在唯一的 α 阶逆系统，且在 f 定义域内的任一闭集 A 上，神经网络 α 阶逆系统是可行的。

证明略(与定理1同理)。

2.3 线性系统

单输入单输出线性时不变系统可用传递函数表示为式(6)(连续系统)或式(7)(离散系统):

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_0s^m+b_1s^{m-1}+\cdots+b_{m-1}s+b_m}{s^n+a_1s^{n-1}+\cdots+a_{n-1}s+a_n}=\frac{b_0+b_1s^{-1}+\cdots+b_ms^{-m}}{s^{n-m}+a_1s^{n-m-1}+\cdots+a_ns^{-m}} \tag{6}$$

$$G(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{b_0z^m+b_1z^{m-1}+\cdots+b_{m-1}z+b_m}{z^n+a_1z^{n-1}+\cdots+a_{n-1}z+a_n}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_mz^{-m}}{z^{n-m}+a_1z^{n-m-1}+\cdots+a_nz^{-m}} \tag{7}$$

令$\alpha=n-m$,改用微分、差分方程分别表示为:

$$y^{(\alpha)}=f(y^{(\alpha-1)},\cdots,y^{(-m)},u,\cdots,u^{(-m)})=a_1y^{(\alpha-1)}+\cdots+a_ny^{(-m)}+b_0u+\cdots+b_mu^{(-m)} \tag{8}$$

$$y_{k+\alpha}=f(y_{k+\alpha-1},\cdots,y_{k+\alpha-n},u_k,\cdots,u_{k+\alpha-n})=a_1y_{k+\alpha-1}+\cdots+a_ny_{k-m}+b_0u_k+\cdots+b_mu_{k-m} \tag{9}$$

当系统的相对阶数α已知时,式(8)、式(9)中$b_0\neq 0$,因而f连续、无限可微,且$\partial f/\partial u\neq 0$。所以由定理1和定理2可得以下推论。

推论1:单输入单输出线性时不变系统的α阶逆系统一定存在且唯一,在任一闭集上神经网络α阶逆系统是可行的。

2.4 神经网络α阶逆系统方法与传统(通常意义下)的逆系统方法在实际应用方面的差异

对于用输入输出方程表示的单输入单输出非线性离散系统(如式(4))和非线性连续系统(如式(5)),如果分别满足条件$\partial y_{k+\alpha}/\partial u\neq 0$和$\partial y^{(\alpha)}/\partial u\neq 0$,其$\alpha$阶逆系统存在且唯一,理论上无论采用传统的逆系统方法,还是采用其它方法(如神经网络α阶逆系统方法)都是可行的。但实际上,条件$\partial y_{k+\alpha}/\partial u\neq 0$或$\partial y^{(\alpha)}/\partial u\neq 0$只能表明$\alpha$阶逆系统存在,并未给出逆系统的表达式,因而依赖于具体逆系统表达式的传统的逆系统理论方法是难以应用的。然而神经α阶逆系统控制方法由于不依赖于逆系统的表达式,仅需知道α阶逆系统存在,再加上神经网络本身可以逼近逆系统中的非线性映射关系,因而是切实可行的,具体实现方案参见文献[6]。

对于用输入输出方程表示的单输入单输出未知线性系统,由推论可知,其α阶逆系统必存在且唯一,因而神经网络α阶逆系统是可行的,而依赖于具体逆系统表达式的逆系统理论方法同样难以应用。

总而言之,神经网络α阶逆系统控制方法无须知道原系统或逆系统的数学模型,只要其满足逆系统存在且唯一即可。而传统的逆系统方法不仅需要知道原系统的数学模型,而且需要知道逆系统的数学模型(而要知道逆系统的数学模型,也需要逆系统存在)。因而神经网络α阶逆系统控制方法具有较广的应用范围。

3 神经网络α阶逆系统控制方法的仿真应用

例1:被控对象为线性连续系统[8]

$$G(s)=\frac{2}{(s+1)(s+2)} \tag{10}$$

仿真时,假设系统模型未知,只知该线性系统的阶数($n=2$)和相对阶数($\alpha=2$)。由于是线性系统,所以2阶逆系统一定存在且唯一,神经网络2阶逆系统控制方法是可行的。神经网络2阶逆系统采用3-4-1结构,通过逆系统辨识获得。将其与原系统组合成2阶积分伪线性系统后采用极点配置的控制结构图如图4所示。

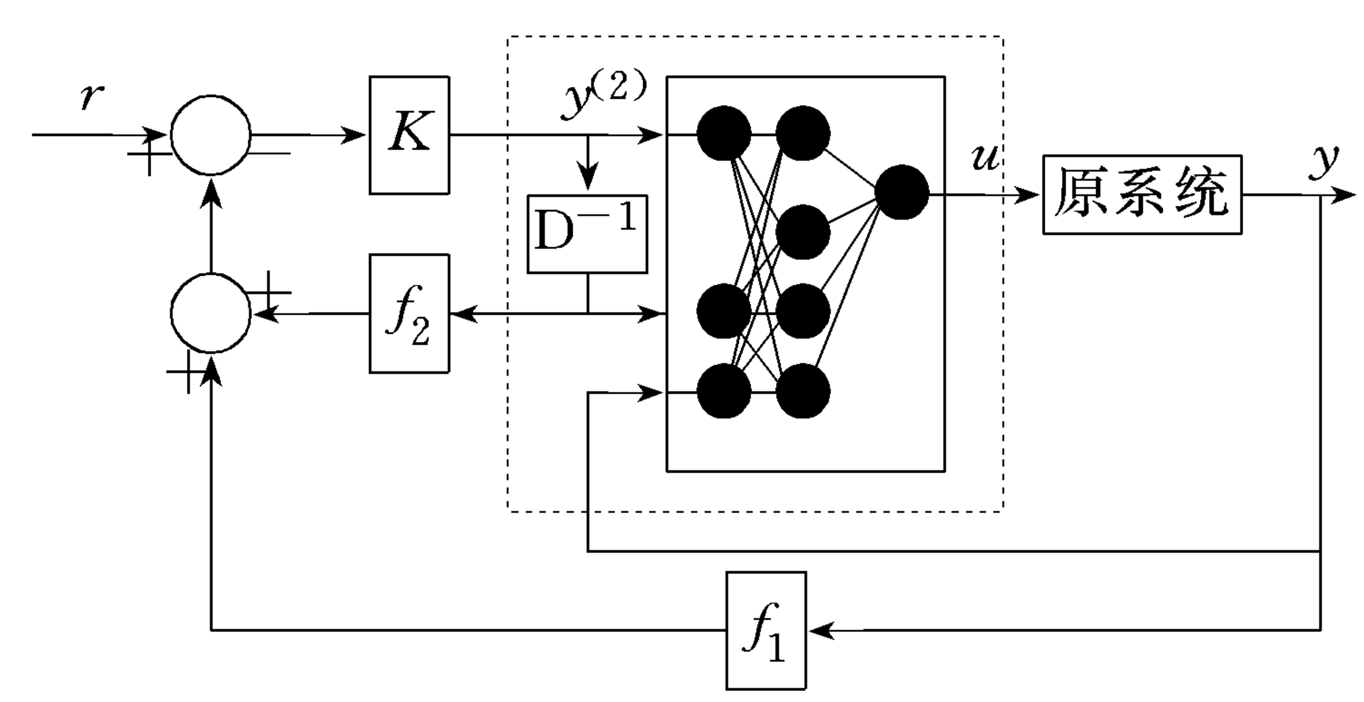

图4 对2阶伪线性复合系统采用极点配置示意图
Fig. 4 Pole assignment for second-order pseudo-linear composite system

当极点配置为$-3.2\pm j2.4$(即图4中$K=16$,$f_1=1$,$f_2=0.4$)时,控制系统对阶跃信号(幅值0.5)输入的输出响应如图5中实线所示(虚线为原系统的响应)。

例2:被控对象为非线性离散系统[9]

$$y_k=0.8y_{k-1}+0.1y_{k-2}u_k+u_{k-1} \tag{11}$$

仿真时,仍假设系统模型未知,只知该系统的阶数($n=2$)和相对阶数($\alpha=0$)。神经网络0阶逆系统(即单位逆系统)采用5-5-1结构,通过逆系统辨识获得[6]。将神经网络单位逆系统与原系统组合成伪线性单位系统后,串接一个低通滤波器(消除辨识时的噪声)。控制系统对不同幅值(1和0.5)的阶跃信号输入的输出响应如图6所示。实际上,在该系统中由于$\partial f/\partial u_k=0.1y_{k-2}$,因此当$y_{k-2}>0$时总有

$\partial f/\partial u_k \neq 0$，所以单位逆系统一定存在且唯一，神经网络 α 阶($\alpha=0$)逆系统控制方法是可行的。

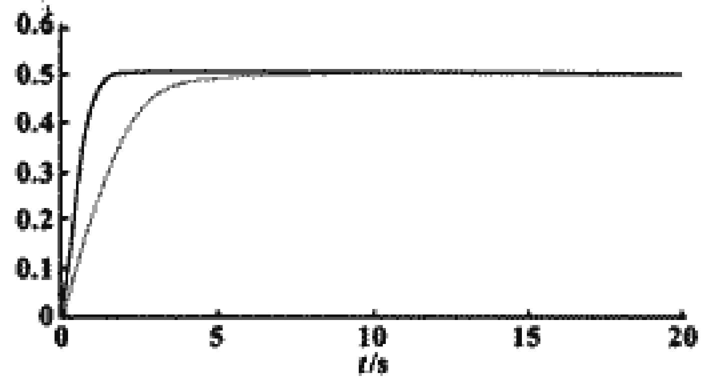

图5 对阶跃输入的响应特性，NN控制系统(实线)与原系统(虚线)

Fig. 5 Step responses of NN control system and original system, shown as solid line and dashed line respectively

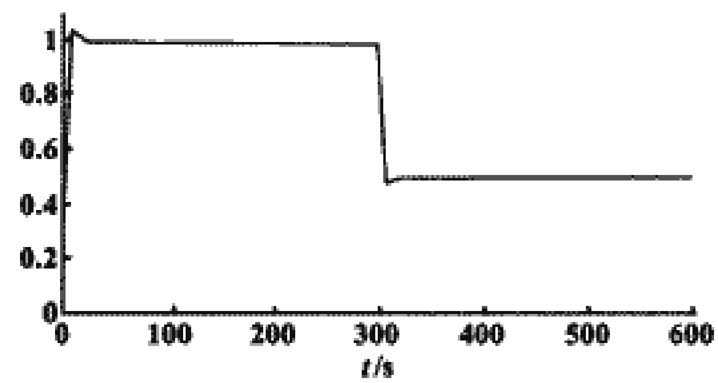

图6 神经网络单位逆控制系统响应曲线

Fig. 6 Step response of neural network unit inverse control system

4 结论

本文证明了在一定条件下，单输入单输出系统的 α 阶逆系统一定存在且唯一，静态多层网络加若干积分器或时延因子可以逼近这样的 α 阶逆系统，因而神经网络 α 阶逆系统方法在一定范围内可用于线性、非线性系统的控制。

5 参考文献

1 Hunt K J, Sbarbaro D, Zbikowski R & Gawthrop P J. Neural Networks for Control Systems—A Survey. Automatica, 1992, 28(6): 1083～1112

2 Nguyen D H and Widrow B. Neural Networks for Self-Learning Control Systems. IEEE Control Systems Magazine, 1990, 10(2): 18～23

3 Chen Fuchuang, Liu Chenchung. Adaptively Controlling Nonlinear Continuous-Time Systems Using Multilayer Neural Networks. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(6): 1306～1310

4 Ahmed M S. Block Partial Derivative and Its Application to Neural-Net-Based Direct-Model-Reference Adaptive Control. IEE Proc. —D: Control Theory Applications 1994, 141(5): 305～314

5 Hunt K J, Sbarbaro D. Neural Networks for Nonlinear Internal Model Control. IEE Proc. —D, 1991, 138(5): 431～438

6 戴先中，刘军，冯纯伯. 神经网络 α 阶逆系统在离散非线性系统控制中的应用. 控制与决策，1997，12(3)

7 李春文，冯元琨. 多变量非线性控制的逆系统方法. 清华大学出版社，1991

8 史国庆，赵庆生. 基于神经元网络的模型算法控制. 信息与控制，1994，23(3): 173～177

9 周超俊，蒋慰孙，藤井省三. 非线性系统的多模态ARMAX模型——一种基于插值理论的模型. 自动化学报，1995，21(2): 137～143

刘 军，男，1972年生，博士研究生，主要研究领域为人工神经网络、非线性控制、电力系统控制等。

戴先中，男，1954年生，博士，教授，博士生导师，自控系主任，主要研究领域为工程控制策略、计算机控制系统、人工神经网络、运动控制等。

FEASIBILITY OF NEURAL NETWORK αTH-ORDER INVERSE SYSTEM CONTROL METHOD

Liu Jun, Dai Xianzhong (Southeast University, 210096, Nanjing, China)

Abstract By proving that αth-order inverse system of single-input single-output system exists and is unique under certain conditions, and showing that static multi-layer neural network with integrators or time delay factors can approximate such αth-order inverse system, this paper focuses on the feasibility of neural network αth-order inverse system method in linear and nonlinear control.

Keywords neural network inverse system feasibility