

# 时滞环节对电力系统小扰动稳定性的影响

贾宏杰，陈建华，余晓丹

(天津大学电气与自动化工程学院，天津市 300072)

**摘要：**简单回顾了含时滞环节的微分动力系统小扰动稳定性研究方法；利用一单机-无穷大系统研究了时滞常数 $\tau$ 对系统小扰动稳定性的影响，研究发现时滞常数较大时，可能会完全改变电力系统小扰动稳定性的性态，如导致系统特征值出现较大偏差、改变其主导频率甚至主导特征值等。文中的研究工作，对于在电力系统稳定性分析和进行控制设备设计时合理考虑时滞环节影响具有一定的帮助。

**关键词：**小扰动稳定性；时滞；电力系统

**中图分类号：**TM712

## 0 引言

在自然界中，系统状态的未来发展趋势往往既取决于当前运行状态，也与过去的状态直接相关，这类现象称为时滞现象<sup>[1]</sup>。时滞现象在电力系统控制回路中普遍存在，但因传统控制器往往只基于本地量实施控制，在这种情况下，量测和通信环节中的延时很小，对系统稳定性分析和控制效果的影响也较小，为简单起见，在研究中一般都忽略时滞环节的影响<sup>[2]</sup>。

但随着互联电力系统运行情况的日趋复杂，充分利用广域量测系统所能提供的远方设备信息<sup>[3~7]</sup>，进行系统协同控制，无疑是电力系统稳定性控制未来的发展方向。而广域量测信息中存在明显的延时，不能完全忽略，因此研究时滞环节对系统稳定性的影响，具有十分重要的现实意义。

以往针对电力系统时滞影响的研究主要集中在以下方面：①评估时滞环节对控制器控制效果的影响，并寻找合理的补偿方法以减少时滞造成的负面影响，如文献[8~11]分别讨论了在研制广域PSS控制和TCSC，SVC等FACTS元件时如何科学考虑时滞环节的影响；②时滞环节产生机理分析，寻求减少量测环节延时的有效办法<sup>[12,13]</sup>；③将时滞反馈控制<sup>[14,15]</sup>用于消除电力系统中存在的周期振荡和混沌现象，达到系统镇定的目的。在电力系统稳定

性研究方面，文献[16]给出了时滞系统稳定分析的模型，但至今缺乏对时滞环节影响的系统研究。

本文利用单机无穷大系统，分析和讨论了单时滞环节延时常数 $\tau$ 对系统小扰动稳定性的影响。

## 1 时滞系统稳定性

具有时滞环节的动力系统模型可表示为如下微分方程：

$$\dot{x} = f(x, x_{\tau_1}, x_{\tau_2}, \dots, x_{\tau_k}) \quad (1)$$

式中： $x \in \mathbf{R}^n$  为系统状态变量； $x_{\tau_1} = x(t - \tau_1)$ ,  $x_{\tau_2} = x(t - \tau_2)$ , ...,  $x_{\tau_k} = x(t - \tau_k)$  为系统时滞变量； $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$  均大于 0，为系统时滞常数。

系统(1)的平衡点是满足如下方程的解：

$$0 = f(x, x_{\tau_1}, x_{\tau_2}, \dots, x_{\tau_k}) \quad (2)$$

设  $x_0$  是系统(1)的一个平衡点，在该点处对式(1)进行线性化，可得如下线性化微分方程：

$$\dot{\Delta x} = A_0 x + A_1 x_{\tau_1} + A_2 x_{\tau_2} + \dots + A_k x_{\tau_k} \quad (3)$$

式中： $A_0 = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0}$ ,  $A_1 = \frac{\partial f}{\partial x_{\tau_1}} \Big|_{x_0}$ , ...,  $A_k = \frac{\partial f}{\partial x_{\tau_k}} \Big|_{x_0}$  为系统对状态变量和时滞变量的雅可比矩阵，在该点处系统的特征值方程为：

$$\Gamma(\lambda) = \det(\lambda I - A_0 - \sum_{i=1}^k A_i e^{-\lambda \tau_i}) = 0 \quad (4)$$

求解式(4)，得到时滞系统(1)在平衡点  $x_0$  处的全部特征值  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]^T$ 。定理 1 描述了系统在该点处的小扰动稳定性。

**定理 1<sup>[1]</sup>** 系统(1)在平衡点  $x_0$  处的特征值的实部全部小于 0，则在该点处系统是小扰动稳定的；反之，若至少存在一个特征值实部大于 0，系统在该点处则是小扰动不稳定的。

收稿日期：2005-11-05。

国家重点基础研究发展计划（973 计划）资助项目  
(2004CB217904)；国家自然科学基金重大项目(50595413)；  
全国优秀博士学位论文作者资助项目(200439)；教育部科学  
技术重点项目(105047)；新世纪优秀人才支持计划。

为简化问题的讨论,本文只研究具有一个时滞环节的情况,此时式(1)中的 $k$ 取值为1。

## 2 算例系统<sup>[17]</sup>

考虑图1所示的单机-无穷大系统。

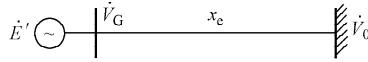


图1 单机-无穷大系统

Fig. 1 Single machine infinite bus power system

在考虑系统励磁环节后,系统模型可表示为如下4阶微分方程:

$$\dot{\delta} = \omega_B \omega \quad (5)$$

$$M\dot{\omega} = -D\omega + P_m - P_G \quad (6)$$

$$T_{d0}'\dot{E}' = -E' + (x_d - x_d')I_d + E_{fd} \quad (7)$$

$$T_A\dot{E}_{fd} = -K_A(V_G - V_{ref}) - (E_{fd} - E_{fd0}) \quad (8)$$

式中: $\delta, \omega, E', E_{fd}$ 分别为发电机功角、角速度、电抗后电势和励磁电势; $P_m, D$ 分别为原动机输出功率和发电机阻尼系数; $\omega_B$ 为系统额定转速; $T_{d0}', T_A$ 分别为发电机定子和励磁回路时间常数; $K_A$ 为励磁回路放大系数; $E_{fd0}, V_{ref}$ 分别为励磁电势和机端电压的参考值; $x_d, x_d'$ 分别为发电机稳态和暂态电抗; $x_e$ 为线路电抗; $V_0$ 为无穷大节点电压;发电机输出功率 $P_G$ ,机端电压 $V_G$ 和纵轴电流 $I_d$ 分别由下式给出:

$$P_G = \frac{E'V_0 \sin \delta}{x_e + x_d'} \quad (9)$$

$$V_G = \frac{\sqrt{(x_d' + x_e E' \cos \delta)^2 + (x_e E' \sin \delta)^2}}{x_e + x_d'} \quad (10)$$

$$I_d = \frac{E' - V_0 \cos \delta}{x_e + x_d'} \quad (11)$$

将式(9)~式(11)代入式(5)~式(8),得到如下微分方程:

$$\dot{x} = f(x, p) \quad (12)$$

式中: $x = [\delta, \omega, E', E_{fd}]^T$ 为系统的状态变量; $p$ 为系统的分岔变量。

在现代电力系统中,因励磁控制回路的控制参数可取自系统远端母线<sup>[2]</sup>,使得 $V_G$ 量测值中可能存在一定的时滞,为此将式(8)改写为如下形式:

$$T_A\dot{E}_{fd} = -K_A(V_G(t - \tau) - V_{ref}) - (E_{fd} - E_{fd0}) \quad (13)$$

式中: $\tau$ 为发电机机端电压取值的延时时间。

考虑到时滞环节的存在,式(12)将变为如下形式:

$$\dot{x} = f(x, x_\tau, p) \quad (14)$$

下面将利用第1节所介绍的方法,研究延时时间 $\tau$ 对系统小扰动稳定性的影响。本文研究中各参数的取值如下<sup>[17]</sup>: $M$ 为10.0; $D$ 为1.0; $x_d$ 为1.0; $x_d'$ 为0.4; $T_{d0}'$ 为10.0; $x_e$ 为0.5; $E_{fd0}$ 为2.0; $V_{ref}$ 为1.05; $K_A$ 为190.0; $V_0$ 为1.0; $\omega_B$ 为377.0;在本文中分岔变量取为 $P_m$ 。

## 3 时滞对系统小扰动稳定性影响分析

### 3.1 不考虑系统时滞时的小扰动稳定性分析

图2给出不考虑机端电压时滞影响时系统特征值随 $P_m$ 变化的曲线,图中箭头所示为 $P_m$ 增大的方向(共轭特征值只绘出实轴以上部分,下同)。可以看到此时系统存在2对共轭特征值,在 $P_m$ 增大时,特征值①向左运动,特征值②向右运动,并在 $P_m = 1.1056$ 时穿越虚轴,导致系统出现Hopf分岔而失去小扰动稳定性,此刻曲线②对应的特征值是系统的主导特征值。

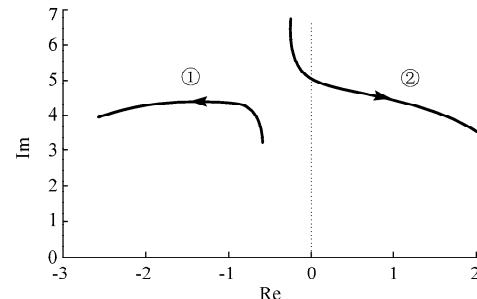


图2 不计时滞环节影响时系统特征值的变化曲线

Fig. 2 System eigenvalue loci without considering the effect of time lag

### 3.2 系统时滞对小扰动稳定性的影响

图3给出了 $\tau$ 在0.01 s~0.09 s之间取值时,系统特征值曲线随 $P_m$ 变化的曲线。

为研究两者之间的差距,定义特征值曲线间的误差如下:

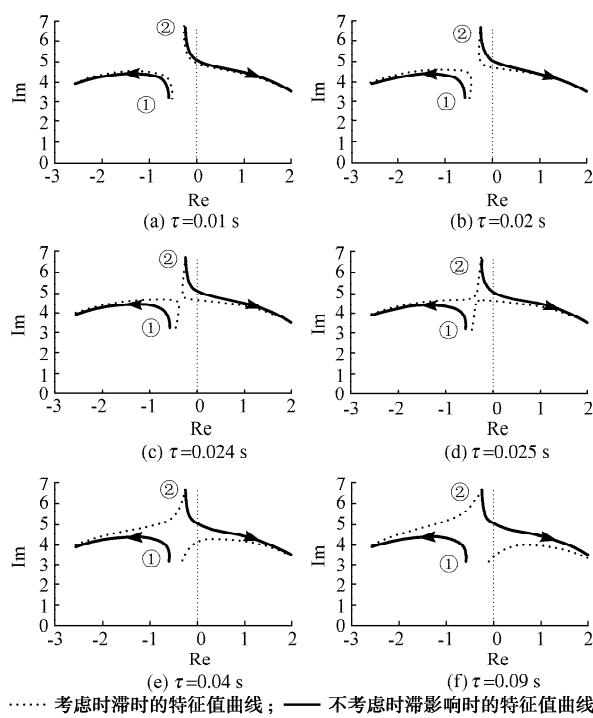
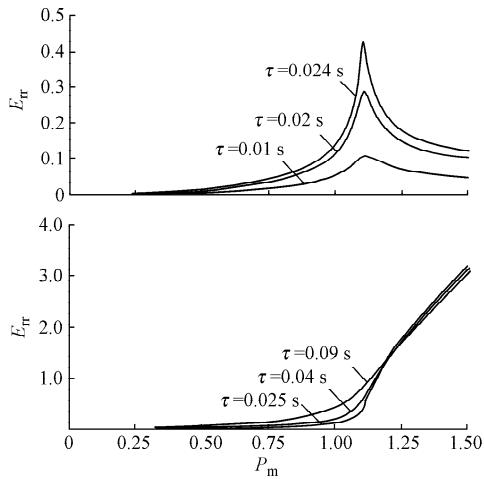
$$E_{rr} = \sqrt{(\text{Re}(\tau) - \text{Re}(0))^2 + (\text{Im}(\tau) - \text{Im}(0))^2} \quad (15)$$

式中: $\text{Re}(\tau), \text{Im}(\tau)$ 分别为考虑时滞环节时系统特征值的实部和虚部; $\text{Re}(0), \text{Im}(0)$ 分别为不计时滞影响时系统特征值的实部和虚部。

因此 $E_{rr}$ 给出了在考虑时滞环节影响前后,系统特征值的绝对误差。

图4绘出了图3中6个时滞常数对应的系统关键特征值曲线②的绝对误差随 $P_m$ 变化的情况。

从图3和图4可以看出,时滞环节的存在,对系统小扰动稳定性的影响显著,具体表现在:

图 3  $\tau$  取不同值时系统的特征值曲线Fig. 3 System eigenvalue loci when  $\tau$  has different values图 4  $\tau$  取不同值时系统特征曲线②误差曲线Fig. 4 Differences of the eigenvalue loci ② when  $\tau$  has different values

1)  $\tau$  取值较小时, 其对系统小扰动稳定性的影响也较小, 如  $\tau < 0.01$  s 时, 其对系统特征值的影响基本可忽略(如  $\tau = 0.01$  s 时, 最大绝对误差也小于 0.1), 但  $\tau$  取值较大时, 其影响必须考虑。

2) 随着  $\tau$  取值的增大, 时滞系统的特征值曲线与不考虑时滞时系统的特征值曲线之间的差别越来越大(见图 3、图 4)。例如: 不考虑时滞时, 系统在  $P_m = 1.1056$  时出现 Hopf 分岔, 对应的关键特征值为:  $\lambda = \pm 5.0779i$ ; 在  $\tau = 0.01$  s 时, Hopf 分岔点发

生在  $P_m = 1.1188$ , 主导特征值变为  $\lambda = \pm 4.9254i$ ; 而在  $\tau = 0.02$  s 和  $\tau = 0.024$  s 时, Hopf 分岔分别出现在  $P_m = 1.1268$  和  $P_m = 1.1275$ , 主导特征值分别为:  $\lambda = \pm 4.7393$  和  $\lambda = \pm 4.6594$ , 可见 Hopf 分岔处的特征值变动尤为显著, 在此过程中, 由于时滞的存在, 系统的主振荡频率产生了很大变化。

3) 在  $\tau = 0.024$  s 和  $\tau = 0.025$  s 之间, 系统关键特征值发生了改变: 当  $\tau \leq 0.024$  s 时, 是由于特征值曲线②穿越虚轴, 导致 Hopf 分岔的产生, 因此曲线②所对应的特征值为主导特征值; 而  $\tau \geq 0.025$  s 后, 变为特征值曲线①穿越虚轴, 引发 Hopf 分岔, 系统的振荡模式因主导特征值改变而随之变化。主导特征值的改变使得特征值曲线②的误差更大, 这一点从图 4 误差曲线中可清楚地看到。

### 3.3 时滞导致系统特征值曲线正交的现象

由图 3 可观察到, 在  $\tau = 0.024$  s 和  $\tau = 0.025$  s 之间, 系统关键特征值出现了变更, 因此在  $\tau = 0.024$  s 和  $\tau = 0.025$  s 之间, 系统 2 对共轭特征值会出现正交, 经深入分析, 发现相交点发生在  $\tau = 0.024839$  s 时刻, 图 5 绘出了此时系统特征值的变化曲线。由图可以清楚地看到, 系统的 2 个特征值曲线在复平面上的  $(-0.35628, 4.67919)$  点处发生正交, 当  $\tau > 0.024839$  s 后, 系统主导特征值由曲线②换为曲线①。

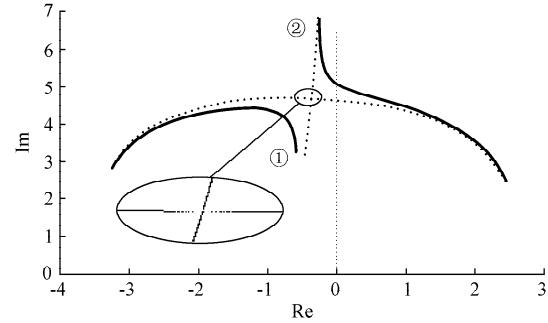
图 5  $\tau = 0.024839$  s 时系统特征值出现正交Fig. 5 System eigenvalue curves intersect at  $\tau = 0.024839$  s

图 5 的正交情况与电力系统中出现的奇异诱导分岔情况类似<sup>[18]</sup>, 不同之处在于, 在奇异诱导分岔点处, 一对共轭特征值在实轴上相交后蜕变为一对实特征值, 特征值的性质发生了根本变化(复特征值变为实特征值); 而在图 5 中, 时滞环节导致系统 2 对共轭特征值在复平面左侧相交, 而特征值的性质并未发生本质变化。

通过本节分析可知, 时滞环节对电力系统小扰动稳定性存在显著影响, 尤其是延时常数较大时, 甚至会导致系统稳定性状况发生根本的变化。因此,

在设计电力系统控制器时,需要深入研究时滞环节可能导致系统控制律漂移甚至失效的情况,在基于广域量测信息实施的协调控制中,因延时较长则更应该关注时滞环节的影响。

## 4 结语

本文利用一个简单电力系统研究分析了时滞环节对系统小扰动稳定性的影响,研究表明,较小的延时对系统小扰动稳定性的影响较小,忽略延时造成的误差也较小;而在延时较长的情况下,时滞环节的存在可能会根本改变系统小扰动稳定性的状况(如导致主导频率和主导特征值改变),因此在进行电力系统稳定性分析和控制器设计时,需要深入研究时滞环节的不良影响。

## 参 考 文 献

- [1] 廖晓昕. 动力系统的稳定性理论和应用. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- LIAO Xiao-xin. Theory and Application of Stability for Dynamic Systems. Beijing: National Defense Industry Press, 2000.
- [2] WU Hong-xia, HEYDT G T. Design of Delayed-input Wide Area Power System Stabilizer Using Gain Scheduling Method. In: Proceedings of IEEE Power Engineering Society General Meeting, Vol 3. Toronto (Canada): 2003. 1704—1709.
- [3] 韩英铎, 王仲鸿, 林孔兴, 等. 电力系统中的三项前沿课题——柔性输电技术, 智能控制, 基于 GPS 的动态安全分析与监测系统. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(7): 1—6.
- HAN Ying-duo, WANG Zhong-hong, LIN Kong-xing et al. Three New Front Subjects in Power Systems: FACTS, Intelligent Control and Dynamic Security Analysis and Monitor System Based on GPS. Journal of Tsinghua University (Science & Technology), 1997, 37(7): 1—6.
- [4] CHAUDHURI B, MAJUMDER R, PAL B C. Wide-area Measurement-based Stabilizing Control of Power System Considering Signal Transmission Delay. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19(4): 1971—1979.
- [5] CHAUDHURI B, MAJUMDER R, PAI B C. Wide-area Measurement-based Stabilizing Control of Power System Considering Signal Transmission Delay. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19(4): 1971—1979.
- [6] HEYDT G, LIN C, PHADKE A et al. Solutions for the Crisis in Electric Power Supply. IEEE Computer Applications in Power, 2001, 14(3): 22—30.
- [7] 江全元, 邹振宇, 曹一家, 等. 考虑时滞影响的电力系统分析和时滞控制研究进展. 电力系统自动化, 2005, 29(3): 2—7.
- JIANG Quan-yuan, ZOU Zhen-yu, CAO Yi-jia et al. Overview of Power Systems Stability Analysis and Wide-area Control in Consideration of Time Delay. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(3): 2—7.
- [8] KAMWA I, GRONDIN R, HEBERT Y. Wide-area Measurement Based Stabilizing Control of Large Power Systems—A Decentralized/Hierarchical Approach. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(1): 136—153.
- [9] WU H X, TSAKALIS K S, HEYDT G T. Evaluation of Time Delay Effects to Wide-area Power System Stabilizer Design. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19(4): 1935—1941.
- [10] 江全元, 白碧蓉, 邹振宇, 等. 计及广域测量系统时滞影响的 TCSC 控制器设计. 电力系统自动化, 2004, 28(20): 21—25.
- JIANG Quan-yuan, BAI Bi-rong, ZOU Zhen-yu et al. TCSC Controller Design in Consideration of Time Delay in Wide-area Measuring System. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(20): 21—25.
- [11] SAAD M S, HASSOUNEH M A, ABED E H et al. Delaying Instability and Voltage Collapse in Power Systems Using SVCs with Washout Filter-aided Feedback. In: Proceedings of the 2005 American Control Conference, Vol 6. Portland (OR, USA): 2005. 4357—4362.
- [12] 赵红嘎, 薛禹胜, 高翔, 等. 量测量的时延差对状态估计的影响及其对策. 电力系统自动化, 2004, 28(21): 12—16.
- ZHAO Hong-ga, XUE Yu-sheng, GAO Xiang et al. Impacts of the Difference Between Measurement Transmission Delays on State Estimation and the Countermeasures. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(21): 12—16.
- [13] 胡志祥, 谢小荣, 童陆园. 广域阻尼控制延迟特性分析及其多项式拟合补偿. 电力系统自动化, 2005, 29(20): 29—34.
- HU Zhi-xiang, XIE Xiao-rong, TONG Lu-yuan. Characteristic Analysis and Polynomial Fitting Based Compensation of the Time Delays in Wide-area Damping Control System. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(20): 29—34.
- [14] 张强, 王宝华. 应用延时反馈控制电力系统混沌振荡. 电网技术, 2004, 28(7): 23—26.
- ZHANG Qiang, WANG Bao-hua. Controlling Power System Chaotic Oscillation by Time-delayed Feedback. Power System Technology, 2004, 28(7): 23—26.
- [15] CHEN H K, LIN T N, CHEN J H. Dynamic Analysis, Controlling Chaos and Chaotification of a SMIB Power System. Chaos, Solitons Fractals, 2005, 24(5): 1307—1315.
- [16] VENKATASUBRAMANNAN V, SCHATTLER H, ZABORSKY J. A Time-delay Differential-algebraic Phasor Formulation of the Large Power System Dynamics. In: Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems. London (England): 1994. 49—52.
- [17] JI W, VENKATASUBRAMANIAN V. Hard-limit Induced Chaos in a Fundamental Power System Model. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 1996, 18(5): 279—295.
- [18] VENKATASUBRAMANIAN V, SCHATTLER H. Local Bifurcations and Feasibility Regions in Differential-algebraic Systems. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(12): 1992—2013.

贾宏杰(1973—),男,博士,副教授,主要研究方向为电力系统安全与稳定性。E-mail: hjjia@tju.edu.cn

陈建华(1977—),男,硕士研究生,主要进行电力系统稳定性方面的研究工作。

余晓丹(1973—),女,硕士,讲师,主要研究方向为电力系统安全与稳定性。

(下转第 17 页 continued on page 17)



(上接第 8 页 continued from page 8)

## **Impact of Time Delay on Power System Small Signal Stability**

*JIA Hong-jie, CHEN Jian-hua, YU Xiao-dan*(Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Theory on dynamic system stability with time-delay is briefly reviewed. A single-machine-infinite-bus system is employed to analyze the impact of time-delay on the system small signal stability. It is found that when the constant of time delay is big, the system small signal stability can be completely changed, such as the oscillation mode and the system key eigenvalues. Studies in this paper are helpful to appropriately consider the effect of time-delay in power system controller design and small signal stability studies.

This work is supported by the Special Fund of the National Basic Research Program of China (No. 2004CB217904), Grand Project of National Natural Science Foundation of China (No. 50595413), Foundation for the Author of National Excellent Doctoral Dissertation (No. 200439), Key Project of Science and Technology of Ministry of Education, China (No. 105047) and Program for New Century Excellent Talents in University (NCET) of China.

**Key words:** small signal stability; time delay; power systems