电力系统安全校正中的卸负荷控制*

侯志俭 吴际舜
（上海交通大学电力工程系·200030）

【摘 要】 在电力系统安全分析有功校正对策中，可以通过发电机节点有功注入的再安排来消除支路的过负荷。近年来，较多地是采用线性规划（LP）的解算方法，借调节发电机功率为控制变量来进行安全校正控制。当预想事故比较严重或LP问题不可行时，增加卸负荷控制变量有可能获得可行解，但却导致了LP问题过大。为此，本文引用Dantzig—Wolfe分解原理，将原问题分解成两个较小的线性规划（即所谓的主问题和子问题）来进行有效的处理。经试验系统的数值分析证实，校正结果和耗用机时都比常规法优越。

【关键词】 安全校正 DW分解原理 卸负荷控制 线性规划

1 引言

在电力系统静态安全校正中，在支路开断和/或发电机开断及母线开断等预想事故下，当出现诸如线路越限时，可借助调节发电机出力来消除越限。近年来，较多地是采用线性规划（LP）的解算方法。如果预想事故比较严重，仅靠调节发电机出力作为控制变量，有时不能消除越限，而使问题成为不可解（如对单纯LP而言，其解中含有人工变量；对对偶单纯LP而言，会给出对偶问题无界等）。此时，一种策略是使某些或所有线路的限值松弛，然后重新求解LP问题。这样有可能获得可行解。从而表现为紧急状态下支路潮流将在较大的短时定额下工作。但是如果其过负荷是不可接受的，则所增加的支路限值只能提供有用的诊断信息。然而在某些情况下，发电量限值也可略有增加，以表示紧急状态下的载荷水平或代表了实施控制措施的允许时间有所增加。另一种策略是对问题增加更多的可控变量，如增加更多的可调发电机组或进而考虑卸除负荷。在这一情况下，常规的解决方法是从一开始就包含所有的可控变量，只是藉对低优先权的控制量给予较重的成本，以便不鼓励低优先权的控制量（如所卸的负荷）参与有功功率的重新安排。

由于现代电力系统规模宏大，上述问题是一个大规模的数学规划问题。如果将调节发电机出力和卸负荷一并作为控制措施，问题的求解时间将会因控制变量的增加而延长。为此，在本文中利用了Dantzig—Wolfe分解原理，将原问题分解成两个较小的线性规划，以便作更有效的处理。即将调整发电机出力和卸负荷分别作为两个规模较小的LP问题来考虑。这样，先以调节发电机出力进行某一预想事故下的校正计算。若发现问题为不可行时，再增加可卸负荷作为可控变量，继续进行校正计算。由于每个较小的LP问题中可控变量较少，有可能获得机时的节约。

2 D—W 分解原理[1]

当LP问题过大或某些约束具有特殊结构（例如具有块对角形式）时，可利用Dantzig—Wolfe分解原理将问题转变成易处理的较小问题。即将该线性规划问题分别在两个分开的规划上进行运算：一个在一般约束组上，一个在特殊约束组上。信息在两个线性规划间来回通过，直到达到获

---

* 1994年8月收稿。

侯志俭，男，1942年生，副教授，从事电力系统安全控制、配电系统自动化的研究。
吴际舜，男，1929年生，教授，从事电力系统安全控制、配电系统自动化的研究。

得原问题的解为止。一般约束的线性规划称为主问题，而特殊约束的线性规划称为子问题。主问题传送一组新的成本系数到子问题，并接收一个基于这些成本系数的新列。

考虑下列的线性规划，其中 X 是代表特殊结构约束（例如本文的块对角形式）的多面集。$[A]$ 是 $m \times n$ 矩阵，$[b]$ 是 m 向量：

$$\left.\begin{aligned}&\min \quad [c][x]\\&\text{S. T.} \quad [A][x]=[b]\\&[x]\in X\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

设

$$\left.\begin{aligned}&[x]=\sum_{j=1}^{t}\lambda_j[x_j]\\&\sum_{j=1}^{t}\lambda_j=1\\&\lambda_j\geqslant 0 \qquad (j=1,2,\cdots,t)\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中 $[x_j]$—X 的极点。

取代 $[x]$，上述的最优问题可变换成以变量 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_t$ 表示的下列问题：

$$\min \sum_{j=1}^{t}([c][x_j])\lambda_j \tag{3.1}$$

$$\text{S. T.} \sum_{j=1}^{t}([A][x_j])\lambda_j=[b] \tag{3.2}$$

$$\sum_{j=1}^{t}\lambda_j=1 \tag{3.3}$$

$$\lambda_j\geqslant 0 \qquad (j=1,2,\cdots,t) \tag{3.4}$$

可考虑用修订单纯形法求解上述问题。假定有基本可行解 $[\lambda]=([\lambda_B],[\lambda_N])$ 。令对应于式(3.2)和(3.3)的对偶变量为 $[w]$ 和 α 。通过下列计算：$z_k-\hat{c}_k=\max\limits_{1\leqslant j\leqslant t} z_j-\hat{c}_j=\max\limits_{1\leqslant j\leqslant t}([w],\alpha)\begin{bmatrix}[A][x_j]\\1\end{bmatrix}-[c][x_j]=\max\limits_{1\leqslant j\leqslant t}[w][A][x_j]+\alpha-[c][x_j]=\max\limits_{1\leqslant j\leqslant t}([w][A]-[c])[x_j]+\alpha$ 来判断修订单纯形法当前解是最优解，或是决定在增加一非基本变量下继续进行。

也就是给出一基本可行解 $([\lambda_B],[\lambda_N])$，在对偶变量 $([w],\alpha)$ 下，解下列线性子问题。

$$\left.\begin{aligned}&\max([w][A]-[c])[x]+\alpha\\&\text{S. T.}\,[x]\in X\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

如果 $z_k-\hat{c}_k=0$ ，则基本解 $([\lambda_B],[\lambda_N])$ 是最优的。否则，如 $z_k-\hat{c}_k>0$ ，则变量 λ_k 进入基底。离开基的变量 λ_{Br} ，由通常的最小比值试验所决定。由于 X 的特殊结构(块对角形式)，通常可以很容易地由修订单纯形法求解这一子问题[1]。

3 数学模型

当在某一预想事故后，仅靠调节发电机出力还不足以消除支路过载时，则应考虑卸除部分负荷作为可控变量的附加控制措施。取节点 i 卸负荷 $\triangle P_{Li}$ 为正，并忽略线损，则此时的校正对策分析列式可写作[2]：

$$\min \quad F=\sum_{i=1}^{gm}c_{Gi}\triangle P_{Gi}+\sum_{i=1}^{km}c_{Li}\triangle P_{Li} \tag{5.1}$$

$$\text{S.T.} \quad \sum_{\substack{i=1\\ i\neq s}}^{gm} \triangle P_{\mathrm{G}i} + \sum_{i=1}^{km} \triangle P_{\mathrm{L}i} + \triangle P_{\mathrm{G}s} = 0 \tag{5.2}$$

$$\begin{bmatrix} D_{\mathrm{G}}^{P} & \cdots & D_{\mathrm{L}}^{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \triangle P_{\mathrm{G}} \\ \cdots \\ \triangle P_{\mathrm{L}} \end{bmatrix} \geqslant [L_{b}^{\mathrm{limit}}] \tag{5.3}$$

$$[\triangle P_{\mathrm{G}}^{\min}] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{G}}] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{G}}^{\max}] \tag{5.4}$$

$$\triangle P_{\mathrm{G}s}^{\min} \leqslant \triangle P_{\mathrm{G}s} \leqslant \triangle P_{\mathrm{G}s}^{\max} \tag{5.5}$$

$$[0] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{L}}] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{L}}^{\max}] \tag{5.6}$$

式中 gm —发电机数；km —可卸负荷数。

$[\triangle P_{\mathrm{G}}] = [\triangle P_{\mathrm{G1}}, \cdots, \triangle P_{\mathrm{G}i}, \cdots, \triangle P_{\mathrm{G}gm}]^{\mathrm{T}} \in R^{(gm-1)\times 1}$，为发电机调节量向量，其中不包含平衡机的 $\triangle P_{\mathrm{G}s}$ 。

$[\triangle P_{\mathrm{L}}] = [\triangle P_{\mathrm{L1}}, \cdots, \triangle P_{\mathrm{L}i}, \cdots, \triangle P_{\mathrm{L}km}]^{\mathrm{T}} \in R^{km\times 1}$，为可卸负荷量向量。其中，由式 $[D_{\mathrm{L}}^{P}][\triangle P_{\mathrm{L}}] = [L_{b\mathrm{L}}^{\mathrm{limit}}]$ 中选 $D_{\mathrm{L}i}^{P}$ 较大者及其对应的负荷最大值 $\triangle P_{\mathrm{L}i}^{\max}$ 乘积 $\sum_{i=1}^{km} D_{\mathrm{L}i}^{P} \cdot \triangle P_{\mathrm{L}i}^{\max} \geqslant L_{b\mathrm{L}}^{\mathrm{limit}}$ 来确定 km 的值。

$[D_{\mathrm{G}}^{P}]$，$[D_{\mathrm{L}}^{P}]$ 分别为与发电机和负荷有关的灵敏度系数矩阵。

$C_{\mathrm{G}i}$，$C_{\mathrm{L}i}$ 分别为发电机及负荷的成本系数。

$[L_{b}^{\mathrm{limit}}]$ 为越限支路所需的校正量矩阵，其中 $L_{ij}^{\min} \triangleq P_{ij}^{\min} - P_{ij}^{o}$，$L_{ij}^{\max} \triangleq P_{ij}^{\max} - P_{ij}^{o}$；而 P_{ij}^{o} 为越限支路 ij 的初始有功功率。

上式中的目标函数 (5.1) 为控制变量的调整量最小；式 (5.2) 为有功功率平衡约束；式 (5.3) 为支路有功潮流过载的安全校正约束；式 (5.4)、(5.5)、(5.6) 为各发电机有功功率增量和可卸负荷量的限值。通常，总取 $|c_{\mathrm{G}i}| \ll |c_{\mathrm{L}i}|$，这样，可保证 $\triangle P_{\mathrm{G}i}$ 先于 $\triangle P_{\mathrm{L}i}$ 受到调节。

为了利用分解算法有效地处理上述问题，须将式 (5) 转换成一个具有分解结构的表达式：

$$\min F = [c_{\mathrm{G}}][\triangle P_{\mathrm{G}}] + [c_{\mathrm{L}}][\triangle P_{\mathrm{L}}] \tag{6.1}$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{S.T.} \quad \sum_{\substack{i=1\\ i\neq s}}^{gm} \triangle P_{\mathrm{G}i} + \sum_{i=1}^{km} \triangle P_{\mathrm{L}i} \leqslant P_{\mathrm{G}s}^{(0)} - P_{\mathrm{G}s}^{\min} \\ &-\Big(\sum_{\substack{i=1\\ i\neq s}}^{gm} \triangle P_{\mathrm{G}i} + \sum_{i=1}^{km} \triangle P_{\mathrm{L}i}\Big) \leqslant -(P_{\mathrm{G}s}^{(0)} - P_{\mathrm{G}s}^{\max}) \end{aligned}\right\} \tag{6.2}$$

$$[D_{\mathrm{G}}^{P}][\triangle P_{\mathrm{G}}] \geqslant [L_{b\mathrm{G}}^{\mathrm{limit}}] \tag{6.3}$$

$$[D_{\mathrm{L}}^{P}][\triangle P_{\mathrm{L}}] \geqslant [L_{b\mathrm{L}}^{\mathrm{limit}}] \tag{6.4}$$

$$[\triangle P_{\mathrm{G}}^{\min}] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{G}}] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{G}}^{\max}] \tag{6.5}$$

$$\triangle P_{\mathrm{G}s}^{\min} \leqslant \triangle P_{\mathrm{G}s} \leqslant \triangle P_{\mathrm{G}s}^{\max} \tag{6.6}$$

$$[0] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{L}}] \leqslant [\triangle P_{\mathrm{L}}^{\max}] \tag{6.7}$$

式中 $P_{\mathrm{G}s}^{(0)}$ 为平衡机有功出力当前值；$P_{\mathrm{G}s}^{\max}$,$P_{\mathrm{G}s}^{\min}$ 分别为平衡机有功出力的上限和下限。其中，式 (6.2) 称为主约束；式 (6.3) 为对应于 $[\triangle P_{\mathrm{G}}]$ 的子约束；式 (6.4) 为对应于 $[\triangle P_{\mathrm{L}}]$ 的子约束。

式 (6) 具有块对角的分解结构，它可以用 D—W 分解算法求解。其中包含两个小线性规划：一个是对应于 $[\triangle P_{\mathrm{G}}]$ 的小规划，其约束为式 (6.3)，(6.5) 和式 (6.6)；一个是对应于 $[\triangle P_{\mathrm{L}}]$ 的小规划，其约束为式 (6.4) 和式(6.7)。

以单纯形线性规划算法为例，给出确定 $L_{b\mathrm{G}}^{\mathrm{limit}}$ 和 $L_{b\mathrm{L}}^{\mathrm{limit}}$ 的规则如下：

首先仅调发电机为控制手段，进行预想事故下的校正计算，以求得一个 LP 的解。如问题为不可解，则所得的解中含有人工变量值 $[X_A]$（$[X_A] \neq [0]$）。人工变量的特征记录及其值 $[X_A]$ 即表示有哪些越限无法全部消除以及还剩多少无法消除。我们将调节发电机出力无法消除的这一部分越限 $[X_A]$ 留给卸负荷来予以校正。即对引入关键约束集合的某一支路 i，有：

· 若支路 i 的越限可籍调节 $[\triangle P_G]$ 消除，从而导得：

$$L_{bGi}^{limit} = L_{bi}^{limit}\text{；和 } L_{bLi}^{limit} = 0$$

$i \in$ {违限已消除的支路子集}

· 若支路 i 的越限无法籍调节 $[\triangle P_G]$ 消除，从而导得：

$$L_{bGi}^{limit} = L_{bi}^{limit} - X_{Ai}\text{；} L_{bLi}^{limit} = X_{Ai}\text{。}$$

$i \in$ {违限未消除的支路子集}

然后，进入 D－W 分解算法求解，以求得发电机的调整量及所卸负荷的个数和所卸负荷量。在此，取 $[D_L^P]$ 的最大值 D_{Li}^P 及其对应的负荷最大值 $\triangle P_{Li}^{max}$ 乘积 $\sum_{i=1}^{km} D_{Li}^P \cdot \triangle P_{Li}^{max} \geqslant L_{bL}^{limit}$ 来确定所卸负荷的个数 km（参看式(6.4)）。

4　计算流程图

计算流程图如图 1 所示。

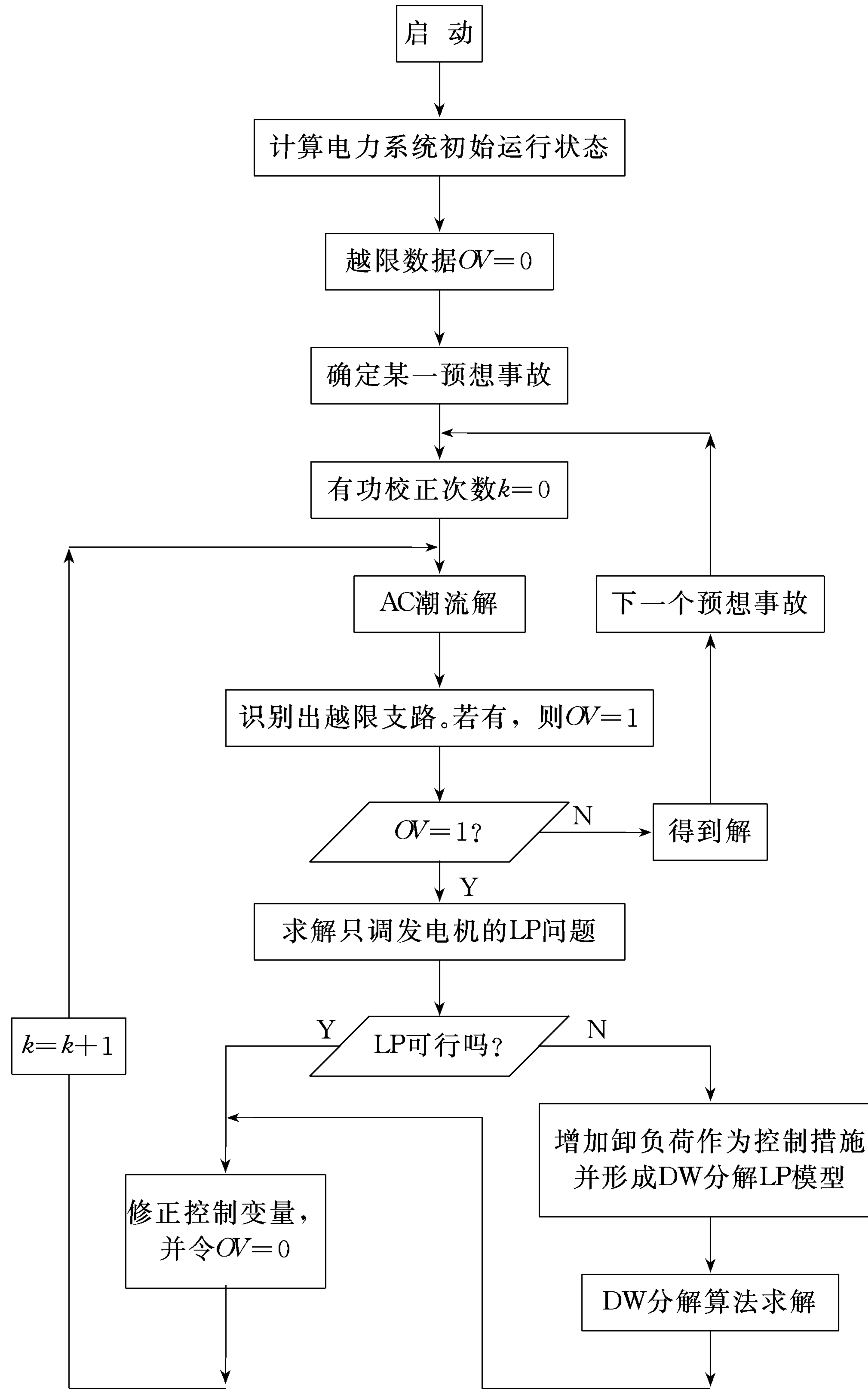

图1　算法流程图

Fig. 1　Flow chart for the algorithm

5　数值试验结果及分析讨论

对华东 34 节点试验系统进行数值试验。在试验系统中人为地降低某些线路限值以造成该线路越限，于是进入安全分析有功校正对策。然后，借助调节发电机出力或/和卸负荷控制等校正控制来消除越限。其结果如表 1。

表 1 中常规算法，是指联合调节发电机出力和可卸负荷共同作为控制措施，经 LP 后求得的解；本文方法是指首先调节发电机出力进行 LP 解，当 LP 解不可行时，再应用 DW 分解原理，求得发电机出力调整量及可卸负荷量的解。

表 1　本方法与常规算法所得结果比较

Table 1　Testing results obtained by the algorithm compared with those obtained by the conventional LP method

比较项目 \ 算例			算例 1	算例 2	算例 3
条件			2230：$I_{\max}=460$ 2559：$I_{\max}=60$	2237：$I_{\max}=300$ 2559：$I_{\max}=60$	2233： $I_{\max}=500$
常规算法	发电机调节	个数 |总值|	6 312.2 MW	8 391.9 MW	4 65.8 MW
	卸负荷	个数 |总值|	4 143.7 MW	2 48.1 MW	/ /
	有功校正次数 k		3	2	1
	LP 迭代次数（NLP）		$k=1$ 下，NLP＝4 $k=2$ 下，NLP＝7 $k=3$ 下，NLP＝4	$k=1$ 下，NLP＝8 $k=2$ 下，NLP＝6	NLP＝3
本文方法	发电机调节	个数 |总值|	9 445 MW	10 505 MW	4 65.8 MW
	卸负荷	个数 |总值|	3 120 MW	1 32 MW	/ /
	有功校正次数 k		2	1	1
	LP 迭代次数（NLP）		k＝1 下，仅调发电机 NLP＝2，进入 DW 后，NLP＝6； $k=2$ 下，仅调发电机 NLP＝1，进入 DW 后，NLP＝6。	仅调发电机 NLP＝6；进入 DW 后，NLP＝6	NLP＝2

算例 1：将连接发电机（新安江厂）与发电机（富春江厂）间线路 2230 的限值降低为 $I_{\max}=460$ 及将连接发电机（谏壁厂）与负荷（龙山）间线路 2559 的限值降低为 $I_{\max}=60$ 而进行的数值试验。当采用常规算法，经过连续三次有功校正（指一次校正后进入 AC 潮流，发现出现新的支路越限而继续校正），迭代次数分别为 4、7、4 共 15 次及共调节 6 个发电机出力（绝对值总和 312.2 MW）和卸 4 个负荷（总值 143.7 MW）后消除越限；采用本文方法，首先仅调发电机出力经 2 次迭代后得不可行解而进入 DW 法，经 6 次迭代后得可行解。进入 AC 潮流后，发现出现新的越限，再进入第二次校正，仅调发电机出力经 1 次迭代得不可行解而进入 DW 法，经 6 次迭代后消除越限。即总共 15 次迭代及共调节 9 个发电机出力（绝对值总和 445 MW）和卸 3 个负荷（总值 120 MW）后消除越限。

算例 2：将连接发电机（富春江厂）与负荷（闸墅）间线路 2237 的限值降低为 $I_{\max}=300$ 及将连接发电机（谏壁厂）与负荷（龙山）间线路 2559 的限值降低为 $I_{\max}=60$ 而进行的数值试验。当采用常规算法，经过连续二次有功校正，迭代次数分别为 8、6 共 14 次及共调节 8 个发电机出力（绝对值总和 391.9 MW）和卸 2 个负荷（总值 48.1 MW）后消除越限；采用本文方法，首先仅调发电机出力经 6 次迭代后进入 DW 法，经 6 次迭代即共 12 次迭代及共调节 10 个发电机出力（绝对值总和 505 MW）和卸 1 个负荷（总值 32 MW）后消除越限。

算例 3：将连接发电机（新安江厂）与负荷（杭州）间线路 2233 的限值降低为 $I_{\max}=500$ 而进行的数值试验。当采用常规算法，经过 1 次校正、迭代 3 次共调节 4 个发电机（绝对值总和 65.8 MW）后消除越限；采用本文方法，仅调 4 个发电机出力（绝对值总和 65.8 MW）经 2 次迭代的 1 次校

正即消除越限。这是由于常规算法将可卸负荷和发电机一并作为控制变量，增加了可控变量，故迭代次数较本方法多。

表2　本文方法与常规方法所得的校正前后支路潮流值

Table 2　The corrected branch power flow obtained by the proposed method and the conventional LP method

算例	支路名称	原越限潮流 $P+jQ$	常规法校正后潮流 $P+jQ$	本文方法校正后潮流 $P+jQ$
1	2230	217.5+j42.6	160.8+j41.8	160.5+j34.4
	2559	32.2+j21.1	8.4+j6.0	0+j15.3
2	2237	150.1+j4.4	112.7+j5.9	112.3+j17.2
	2559	32.2+j21.1	8.4+j6.3	0+j15.8
3	2233	204.9+j10.7	190.5+j10.3	190.5+j10.3

表2为采用常规算法及本文方法下，在不同算例中，原越限支路潮流与经校正越限消除后支路潮流的相互比较。

由以上算例可见，将DW分解原理用于校正对策中的卸负荷控制，其结果是令人满意的。即不但能更多地调整发电机出力而减少所卸负荷数和卸负荷量，并且由于LP的迭代次数及校正次数都减少，从而明显加快了求解速度。

参　考　文　献

1　Bazaraa M S, Jarris J J. Linear Programming and Network Flows. 1977

2　吴际舜编著. 电力系统静态安全分析. 上海交通大学出版社，1985

LOAD SHEDDING SCHEDULING FOR POWER SYSTEM SECURITY CONTROL

Hou Zhijian, Wu Jishun (Shanghai Jiao Tong University)

Abstract　For the security control of power systems, the line overload violations can be alleviated by the active power rescheduling, in which the corrective control is executed by adjusting outputs of generators. These outputs are considered as control variables in the Linea Programming method. But, the solution obtained by the LP method may be infeasible, if the contingencies are very severe. In order to acquire a feasible solution, load shedding scheduling can be introduced into the rescheduling as an additional control measure. It causes that the size of the LP problem becomes so larger that the CPU time needed is increased. For this reason, a novel algorithm using the Dantzig－Wolfe decomposition principle is proposed here. As a result, the originnal LP problem is decomposed into one master problem and one subproblem, each problem has much smaller size than the original one . Numerical testing result indicates that the aspects of solution effectiveness and computational time saving are superior to those given by the conventional LP method.

Keywords　security control　Dantzig－Wolf decomposition principle　load shedding scheduling　linear programming