

一种基于 Hilbert 数字滤波的无功功率测量方法

俎云霄, 庞 浩, 李东霞, 王赞基

(清华大学电机系, 北京市 100084)

摘要: 提出了一种基于 Hilbert 数字移相滤波的无功功率测量方法。该方法不仅能测量正弦电路中的无功功率, 而且在给定的定义下, 也适合于测量含有谐波的非正弦电路中的无功功率。由于该方法是在对电压、电流信号采样后, 通过直接进行移相滤波和简单的数值计算测量出无功功率, 避免了现有方法中通过测量电压、电流有效值和有功功率计算无功功率所带来的误差。此外, 由于所设计的 Hilbert 数字移相滤波器具有优越的频率响应特性, 即使对于相当高次谐波无功功率的测量, 也能获得很高的测量准确度。所测无功功率的正负值还可以直接用于判断负载的性质。该方法在将模拟电压、电流信号转化为数字采样信号之后所进行的处理工作都是数字化的, 设计简单、便于实现。文中所提出的方法已用于某种高精度数字多用表的设计中。

关键词: 无功功率测量; 谐波; Hilbert 滤波; 数字滤波

中图分类号: TM933.37; TN713

1 非正弦电路无功功率测量

无功功率的测量无论对供电部门还是对用户而言都是十分关心的问题。但是, 对于含有谐波的非正弦电路的无功功率还没有广泛认同的、科学且有权威性的定义^[1]。

文献[1]中介绍了几种常见的周期性非正弦电路的无功功率的定义, 其中最主要的定义有以下两种:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (1)$$

$$Q = \sum_{k=1}^N Q_k = \sum_{k=1}^N U_k I_k \sin \varphi_k \quad (2)$$

式中: S 为视在功率; P 为有功功率; Q 为无功功率; U_k, I_k 分别为第 k 次谐波电压、电流的有效值; N 表示考虑的最高谐波次数。

对正弦电路来说, 这两个公式是一致的, 但对非正弦电路而言, 它们的含义有所区别。

根据视在功率 $S = UI$, 若按照式(1)进行无功功率的测量, 需要测量 U, I, P 这 3 个量, 其中每一个量的测量精度都将影响到无功功率的测量精度。

本文根据式(2)的定义提出了一种测量无功功率的方法。这种方法只需对电压、电流瞬时值进行采样, 然后对其进行 Hilbert 移相滤波, 测量结果不受 U, I, P 测量值的影响。而且, 所测量的无功功率的正负值可以反映负载的性质。对三相电路来说, 各相可以分别测量, 不会相互影响。另外, 这种测量方法除了 A/D 转换部分之外, 其余部分均采用数字

方式实现, 具有很高的精度, 而且不仅能够测量基波的无功功率, 还能够测量基波及各次谐波的无功功率之和。

设在正弦电路中电压、电流的瞬时值表达式分别为:

$$u(t) = \sqrt{2}U \sin 2\pi ft$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(2\pi ft - \varphi)$$

按照式(2)的定义, 无功功率可以等效表示为:

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{2}U \sin(2\pi ft - 90^\circ) \sqrt{2}I \sin(2\pi ft - \varphi) dt \quad (3)$$

式(3)说明, 如果将单一频率的电压信号延时 $T/4$, 即移相 90° , 得到的信号与电流信号的乘积在一个周期 T 内进行积分并取平均, 即可得到所求的无功功率。

但是, 在含有谐波的非正弦电路中, 必须对基波及所有谐波电压信号都移相 90° , 才能保证测量结果是基波及各次谐波的无功功率之和。为实现这一目的, 本文采用 Hilbert 滤波的方法。

2 Hilbert 滤波的基本原理

理想的离散 Hilbert 变换^[2]的频域传递函数为:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j & 0 < \omega < \pi \\ j & -\pi < \omega < 0 \end{cases} \quad (4)$$

它是幅频特性为 1、负频率成分进行 90° 相移、正频率成分进行 -90° 相移的线性变换。

对于单输入、单输出的滤波系统, 通常采用由两

组数字滤波器 F1 和 F2 共同构成的 Hilbert 移相滤波系统^[3]。数字信号 $x(n)$ 并行输入到 F1 和 F2 两组滤波器后,获得在所关心的频带 $(\omega_0, \pi - \omega_0)$ 内幅频成分基本不变的两个输出信号 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 。这两个输出信号各个频率成分的相位之间都存在 90° 的相位差。F1 和 F2 两组滤波器的传递函数满足如下关系:

$$\frac{H_{F1}(e^{j\omega})}{H_{F2}(e^{j\omega})} = -j \quad \omega_0 < \omega < \pi - \omega_0 \quad (5)$$

3 Hilbert 滤波器的设计实现

F1, F2 两组滤波器可以根据不同类型滤波器的设计原理进行设计。文献[4, 5]给出了 FIR 型 Hilbert 滤波器的设计方法;文献[3, 6]介绍了如何根据全通滤波器设计 IIR 型 Hilbert 滤波器;文献[7, 8]介绍了由半带滤波器设计 IIR 型 Hilbert 滤波器的方法。对这些方法进行比较后发现,在所关心的频带内以及满足幅值精度和相移精度要求的情况下,采用由半带滤波器设计的 IIR 型 Hilbert 滤波器相对于其他方法获得的 Hilbert 滤波器具有阶次较低、计算量和数据存储器较小的优点。利用这种设计方法获得的 Hilbert 移相滤波系统中, F1, F2 模块是因果的、稳定的,其复频域传递函数形式^[7, 8]分别如下所示:

$$H_{F1}(z) = z^{-1} \prod_{a_i > 1} \frac{z^2 - a_i}{a_i z^2 - 1} \quad (6)$$

$$H_{F2}(z) = z^{-1} \prod_{a_i \leq 1} \frac{a_i z^2 - 1}{z^2 - a_i} \quad (7)$$

对于 50 Hz 工频基波信号,若考虑最高谐波次数为 18,则可以将 Hilbert 滤波器所关心的频率范围设计为 40 Hz~960 Hz。根据奈奎斯特采样定律,取采样频率 $F_s = 2$ kHz。在相移误差不大于 0.000 6 rad 的条件下,所要设计的两个数字移相滤波器 F1, F2 的频域传递函数 $H_{F1}(e^{j\omega})$, $H_{F2}(e^{j\omega})$ 的形式如下:

$$H_{F1}(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega} - 6.7919e^{-j3\omega} + 12.6146e^{-j5\omega} - 6.9468e^{-j7\omega}}{6.9468 - 12.6146e^{-j2\omega} + 6.7919e^{-j4\omega} - e^{-j6\omega}} \quad (8)$$

$$H_{F2}(e^{j\omega}) = \frac{0.0245 - 0.4441e^{-j2\omega} + 1.3169e^{-j4\omega} - e^{-j6\omega}}{1 - 1.3169e^{-j2\omega} + 0.4441e^{-j4\omega} - 0.0245e^{-j6\omega}} \quad (9)$$

根据设计出的 $H_{F1}(e^{j\omega})$, $H_{F2}(e^{j\omega})$, 可以计算出整个数字移相系统 $H_{F1}(e^{j\omega})/H_{F2}(e^{j\omega})$ 的幅频特性和相频特性,分别如图 1、图 2 所示。

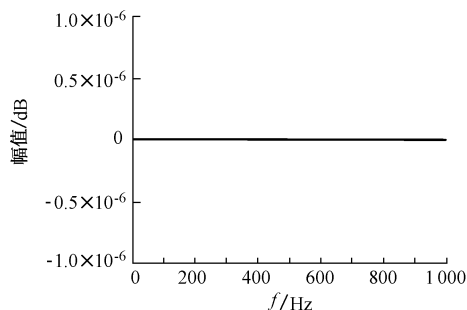


图 1 幅频特性
Fig. 1 Amplitude response

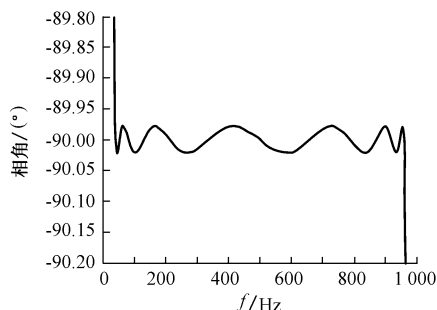


图 2 相频特性
Fig. 2 Phase response

由图 1、图 2 可以看出,在所关心的频率范围 (40 Hz~960 Hz) 内,整个移相系统满足:

$$20 \log \left| \frac{H_{F2}(e^{j\omega})}{H_{F1}(e^{j\omega})} \right| = 0$$

即通带增益特性非常接近 1;相频特性近似为 90° , 相移最大误差不超过 0.025° (0.000 436 rad)。所以,在所关心的频率范围内, F1, F2 两组数字移相滤波器基本满足: $H_{F1}(e^{j\omega})/H_{F2}(e^{j\omega}) = -j$ 。

4 基于 Hilbert 数字移相滤波的无功功率测量原理

基于 Hilbert 数字移相滤波的无功功率测量方法的原理框图如图 3 所示。

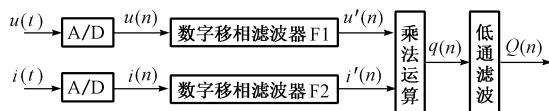


图 3 基于 Hilbert 移相滤波的无功功率测量原理框图
Fig. 3 Schematic diagram of reactive power measurement based on Hilbert phase-shift filter

首先,将电网上某相的电压、电流信号按相同的采样率进行 A/D 转换,得到离散的数字电压信号 $u(n)$ 和数字电流信号 $i(n)$;其次,将这一对数字信号分别经 F1 和 F2 滤波器进行移相处理,得到在所关心的频率范围内电压、电流的基波及各次谐波分量之间相位相差均为 90° 的复合数字信号 $u'(n)$

和 $i'(n)$;然后将这两个信号相乘,得到瞬时无功功率 $q(n)$;最后,对 $q(n)$ 进行低通滤波,就得到所求取的总无功功率 Q 。下面对各部分功能进一步加以说明。

4.1 A/D 转换

对工频 50 Hz 的电网来说,假设所关心的最高谐波次数为 N ,则最高次谐波所对应的频率为 $50N$ Hz。根据奈奎斯特采样定律,采样频率 F_s 应不小于 2 倍的最高次谐波频率,即: $F_s \geq 100N$ Hz。本文考虑 $N=18$,所以取 $F_s=2$ kHz。

4.2 数字移相滤波

数字移相滤波器 F1,F2 模块由式(8)、式(9)定义的 IIR 型 Hilbert 数字移相滤波器实现。若输入到 F1,F2 模块的电压、电流信号为非正弦的,则根据所设计的 F1,F2 模块的频率响应特性,均能使输出的电压、电流信号的基波及所关心的各次谐波分量之间的相位差相差 90° 。

4.3 无功功率计算

经过数字移相滤波后的信号 $u'(n), i'(n)$ 相乘即得到某一时刻的瞬时无功功率 $q(n)$,即

$$q(n) = u'(n)i'(n) \tag{10}$$

对 $q(n)$ 进行低通滤波,去掉波动部分,其直流成分即为所要测量的无功功率 $Q(n)$ 。考虑到工频信号的周期性,如果一个周期有 M 个采样点,则对 $q(n)$ 的低通滤波过程可以采用积分求平均值的计算方法,如下式所示:

$$Q(n) = \frac{1}{M} \sum_{i=n-M+1}^n q(i) \tag{11}$$

本文中采样频率 F_s 为 2 kHz,则工频 50 Hz 的一个基波周期对应 40 个采样点,所以积分求平均值的无功计算公式为:

$$Q(n) = \frac{1}{40} \sum_{i=n-39}^n q(i)$$

5 仿真实验

本文用 MATLAB 对提出的无功功率测量方法进行了仿真实验。作为示例,选取基波、18 次及以下谐波的电压、电流有效值,以及各次谐波电压、电流之间的相位差如表 1 所示。将合成的非正弦电压、电流信号输入到所设计的无功功率测量系统,仿真结果为 $Q(n)=0.872\ 02\ \text{var}$ 。由表 1 的数据直接计算基波及各次谐波的无功功率,总和为 $Q = \sum_{k=1}^{18} Q_k = 0.871\ 85\ \text{var}$ 。可见,两者之间的相对误差只有 0.020%。

表 1 仿真中电压、电流谐波含量
Table 1 Components of the harmonics in the simulation

谐波成分	U_k/V	I_k/A	$\varphi_k/(\text{^\circ})$	Q_k/var
基波	1.00	1.00	45	0.707 110 00
2 次谐波	0.20	0.30	-60	-0.051 962 00
3 次谐波	0.50	0.50	45	0.176 780 00
4 次谐波	0.10	0.50	-30	-0.025 000 00
5 次谐波	0.30	0.30	60	0.077 942 00
6 次谐波	0.10	0.20	-15	-0.005 176 40
7 次谐波	0.05	0.07	30	0.001 750 00
8 次谐波	0.05	0.07	-25	-0.001 479 20
9 次谐波	0.05	0.07	-30	-0.001 750 00
10 次谐波	0.05	0.07	15	0.000 905 87
11 次谐波	0.05	0.07	-45	-0.002 474 90
12 次谐波	0.05	0.07	-60	-0.003 031 10
13 次谐波	0.05	0.07	-50	-0.002 681 20
14 次谐波	0.05	0.07	25	0.001 479 20
15 次谐波	0.05	0.07	30	0.001 750 00
16 次谐波	0.05	0.07	45	0.002 474 90
17 次谐波	0.05	0.07	-30	-0.001 750 00
18 次谐波	0.05	0.07	-60	-0.003 031 10

注: U_k 为谐波电压有效值; I_k 为谐波电流有效值; φ_k 为谐波电压和电流的相位差; Q_k 为各次谐波的无功功率。

6 结语

本文提出了一种基于 Hilbert 数字移相滤波的无功功率测量方法。该方法不仅能测量正弦电路中的无功功率,而且在给定的非正弦电路无功功率定义,即总无功功率等于基波和各次谐波无功功率之和的定义下,也适用于测量含有谐波的非正弦电路中的无功功率。由于该方法是在对电压、电流信号采样后,通过直接进行移相滤波和简单的数值计算测量无功功率,避免了现有方法中通过测量电压、电流有效值和有功功率计算无功功率所带来的误差。此外,由于所设计的 Hilbert 数字移相滤波器具有优越的频率响应特性,即使对于相当高次的谐波无功功率的测量,如本文仿真中计算到 18 次谐波,仍可以获得很高的测量准确度。根据测量得到的无功功率的正负值还可以判断负载的性质。该方法在将模拟电压、电流信号转化为数字采样信号之后所进行的处理工作都是数字化的,设计简单、便于实现。本方法已经用于某种高精度数字多用表的设计中。

参 考 文 献

1 王兆安,杨 君,刘进军(Wang Zhao'an, Yang Jun, Liu Jinjun). 谐波抑制和无功功率补偿(Harmonic Exclusion and Reactive Power Compensation). 北京:机械工业出版社(Beijing: China Machine Press),1998
2 胡广书(Hu Guangshu). 数字信号处理——理论、算法与实现(Digital Signal Processing: Theory, Algorithm and Design). 北京:清华大学出版社(Beijing: Tsinghua University Press),1997

