一种高精度的改进傅里叶测频算法

磨少清[1]，李啸骢[2]

（1. 广西民族学院物电系，广西壮族自治区南宁市 530006；2. 广西大学电气工程学院，广西壮族自治区南宁市 530004）

摘要：通过严谨的理论推导，揭示了传统傅里叶测频算法存在的误差，并由此提出了一种能有效消除这种误差的改进测频算法。数字仿真和实际应用表明，该算法的计算精度高，而且能实现宽范围的测频，可以满足电力系统控制装置和安全装置对频率测量的要求。

关键词：频率测量；电力系统；傅里叶变换；相角差

中图分类号：TM935.1

0　引言

频率对电力系统的运行、控制和保护起着重要作用。人们已研究出多种频率测量算法[1~6]，其中基于傅里叶算法的频率测量算法[2]滤波能力强，有较好的应用性。其基本原理为求出2个相邻数据窗间的相角差，当频率变化时，可根据相角差求出频率的变化。该方法假定采样频率不变，而实际上，在信号周期 $T(=1/f)$ 不等于采样周期 $T_s(=1/(Nf))$ 的整数倍（即 $T\neq NT_s$）时，在频率测量中就会出现微小的误差，本文提出了消除此误差的简便近似方法。

1　测频的基本算法及改进

假设电压信号仅含基频分量，系统的额定基频为 f_0（采样频率为 Nf_0），系统的实际频率为 f，$f=f_0+\Delta f$，则信号为：

$$u(t)=U_m\sin(2\pi ft+\varphi_0)=U_m\sin(2\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)\qquad(1)$$

令 $\varphi(t)=2\pi\Delta ft+\varphi_0$，则

$$\frac{d\varphi(t)}{dt}=2\pi\Delta f\qquad(2)$$

用离散的差分方程代替式(2)的求导，并取时间步长为1个测量周期 $T_0(=1/f_0)$，可得：

$$\Delta\varphi=2\pi\Delta f\Delta t=2\pi\Delta fT_0\qquad(3)$$

则

$$f=f_0+\Delta f=f_0+\frac{\Delta\varphi}{2\pi T_0}\qquad(4)$$

式(2)～式(4)就是基本的测频计算公式。只要能准确地计算出 $2\pi\Delta f\,T_0$（即 $\Delta\varphi$），就能得到频率偏差 Δf，从而完成测频任务。

在第1周期，即时窗 $[0,T_0]$ 内，电压的实部模值 U_R 和虚部模值 U_I 的时域表达式分别为：

$$U_R=\frac{2}{T_0}\int_0^{T_0}u(t)\sin(2\pi f_0t)dt=\frac{2U_m}{T_0}\int_0^{T_0}\sin(2\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)\sin(2\pi f_0t)dt=\frac{1}{T_0}U_m\cdot\left[\int_0^{T_0}\cos(2\pi\Delta ft+\varphi_0)dt-\int_0^{T_0}\cos(4\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)dt\right]=\frac{2U_mf_0}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\cdot\cos(\pi\Delta fT_0+\varphi_0)\sin(\pi\Delta fT_0)\qquad(5)$$

$$U_I=\frac{2}{T_0}\int_0^{T_0}u(t)\cos(2\pi f_0t)dt=\frac{2U_m}{T_0}\int_0^{T_0}\sin(2\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)\cos(2\pi f_0t)dt=\frac{U_m}{T_0}\cdot\left[\int_0^{T_0}\sin(4\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)dt+\int_0^{T_0}\sin(2\pi\Delta ft+\varphi_0)dt\right]=\frac{2U_m(f_0+\Delta f)}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\cdot\sin(\pi\Delta fT_0+\varphi_0)\sin(\pi\Delta fT_0)\qquad(6)$$

故有：

$$\varphi_1=\arctan\frac{U_I}{U_R}=\arctan\frac{f_0+\Delta f}{f_0}\frac{\sin(\pi\Delta fT_0+\varphi_0)}{\cos(\pi\Delta fT_0+\varphi_0)}\qquad(7)$$

经过1个周期（N 个采样点）后，即在时窗 $[T_0,2T_0]$ 内，相应的实部 U_R'、虚部 U_I' 为：

$$U_R'=\frac{2}{T_0}\int_{T_0}^{2T_0}u(t)\sin(2\pi f_0t)dt=\frac{2U_m}{T_0}\int_{T_0}^{2T_0}\sin(2\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)\cdot\sin(2\pi f_0t)dt=\frac{U_m}{T_0}\left[\int_{T_0}^{2T_0}\cos(2\pi\Delta ft+\varphi_0)dt-\int_{T_0}^{2T_0}\cos(4\pi f_0t+2\pi\Delta ft+\varphi_0)dt\right]=\frac{2U_mf_0}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\cos(3\pi\Delta fT_0+\varphi_0)\cdot\sin(\pi\Delta fT_0)\qquad(8)$$

收稿日期：2002-05-17；修回日期：2002-08-09。

$$U_I' = \frac{2}{T_0}\int_{T_0}^{2T_0} u(t)\cos(2\pi f_0 t)\mathrm{d}t = \frac{2U_m}{T_0}\int_{T_0}^{2T_0}\sin(2\pi f_0 t + 2\pi\Delta f t + \varphi_0)\cdot\cos(2\pi f_0 t)\mathrm{d}t = \frac{U_m}{T_0}\left[\int_{T_0}^{2T_0}\sin(4\pi f_0 t + 2\pi\Delta f t + \varphi_0)\mathrm{d}t + \int_{T_0}^{2T_0}\sin(2\pi\Delta f t + \varphi_0)\mathrm{d}t\right] = \frac{2U_m(f_0+\Delta f)}{\pi T_0\Delta f(2f_0+\Delta f)}\sin(3\pi\Delta f T_0 + \varphi_0)\cdot\sin(\pi\Delta f T_0) \tag{9}$$

则

$$\varphi_2 = \arctan\frac{U_I'}{U_R'} = \arctan\frac{f_0+\Delta f}{f_0}\cdot\frac{\sin(3\pi\Delta f T_0+\varphi_0)}{\cos(3\pi\Delta f T_0+\varphi_0)} \tag{10}$$

至此可以看出，事实上：

$$\arctan\frac{U_I'}{U_R'} - \arctan\frac{U_I}{U_R} = \arctan\frac{f_0+\Delta f}{f_0}\frac{\sin(3\pi\Delta f T_0+\varphi_0)}{\cos(3\pi\Delta f T_0+\varphi_0)} - \arctan\frac{f_0+\Delta f}{f_0}\frac{\sin(\pi\Delta f T_0+\varphi_0)}{\cos(\pi\Delta f T_0+\varphi_0)} \neq 2\pi\Delta f T_0 = \Delta\varphi \tag{11}$$

而且，其误差大小与频率偏移程度有关，在初相角相等的条件下，误差随着 Δf 的增大而增大。

现在对算法做如下修正。首先，令：

$$\arctan\frac{U_I'}{U_R'} = \arctan\frac{U_I}{U_R} = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\phi \tag{12}$$

利用式(12)计算所得的相角差 $\Delta\phi$ 来预估算频差：

$$\Delta f' = \frac{f_0\Delta\phi}{2\pi} \tag{13}$$

令

$$r = \frac{f_0}{f_0+\Delta f'} \tag{14}$$

利用 r 对式(11)进行修正，得：

$$\Delta\varphi = \arctan\left(\frac{U_I'}{U_R'}r\right) - \arctan\left(\frac{U_I}{U_R}r\right) \tag{15}$$

最后得频率为：

$$f = f_0 + \Delta f = f_0 + \frac{f_0\Delta\varphi}{2\pi} \tag{16}$$

在式(13)、式(14)、式(16)中，由于系统的实际频率未知，在第 1 次计算时取 f_0 为系统额定频率，经过第 1 次计算获得系统的实际频率后，在随后的计算中 f_0 依次取为上一次计算所得的频率(f_1)，并即时调整采样频率为 Nf_1。

2　算法仿真及分析

为了验证改进算法的测频效果，表 1 给出了改进算法和传统算法在各频率下的测量值比较。仿真信号模型为：$u(t)=10\sin(2\pi ft+\pi/7)+2\sin(2\times 2\pi ft)+3\sin(3\times 2\pi ft)$。实际频率为 45 Hz～55 Hz，令测量频率初始值 $f_0=50$。

表 1　改进算法和传统算法对不同频率信号的测量值比较
Table 1　Comparison of the results using improved algorithm and traditional algorithm

实际频率/Hz	2 周期①		4 周期②	
	传统算法	改进算法	传统算法	改进算法
45	46.086 9	45.581 3	44.923 5	44.994 5
49	49.064 0	49.023 5	49.001 0	49.000 0
50	50.000 0	50.000 0	50.000 0	50.000 0
51	51.011 8	51.004 0	51.000 0	51.000 0
55	54.477 2	54.960 1	54.987 6	54.999 2

注：①表示 2 个周期后的测量结果；②表示 4 个周期后的测量结果。

从表 1 中可以看到，在各频率下改进算法的测量精度提高了很多。本算法已成功应用在基于 Intel 80C 196KC 芯片的电量变送器中。

参 考 文 献

1　Meil Waing S A, Tindall C E, Mcclay W. Frequency Tracking for Power System Control. IEE Proc-C, 1986, 133(2)

2　胡艳婷，李本藩(Hu Yanting, Li Benfan). 一种供安全自动装置用的新的频率测量算法(A New Algorithm for Frequency Measurement Using in Safe-and-automatic Mechanism). 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems), 1987, 11(6)

3　Terzija V, Djuric M, Kovcevic B, et al. A New Self-tuning Algorithm for the Frequency Estimation of Distorted Signals. IEEE Trans on Power Delivery, 1995, 10(4): 1779～1785

4　Phadk A G, Thorp J S, Adamiak M G. A New Measurement Technique for Tracking Voltage Phaseoes, Local System Frequency, and Rate of Change of Frequency, IEEE Trans on Power Apparatus & Systems, 1983, 102(3)

5　李振然(Li Zhenran). 利用傅立叶变换实现电力系统频率的测量(Using Fourier Transform and Adaptive Sampling to Realize Measurement of Power System Frequency). 广西大学学报(自然科学版)(Journal of Guangxi University (Natural Science Ed)), 1996, 21(4)

6　Girgis A A, Peterson W L. Adaptive Estimation of Power System Frequency Deviation and Its Rate of Change for Calculating Sudden Power System Overloads. IEEE Trans on Power Delivery, 1990, 5(2): 585～594

磨少清(1974—)，女，硕士，主要研究方向为智能控制及其算法的实用化。E-mail：msq99@163.com

李啸骢(1959—)，男，博士研究生，副教授，主要从事励磁控制的研究。

(下转第 54 页　continued on page 54)

（上接第 49 页　continued from page 49）

AN IMPROVED HIGH-ACCURACY ALGORITHM FOR FREQUENCY MEASUREMENT BASED ON FOURIER TRANSFORM

Mo Shaoqing[1]，*Li Xiaocong*[2]
（1. Guangxi University for Nationalities，Nanning 530006，China）
（2. Guangxi University，Nanning 530004，China）

Abstract：Based on theoretic derivation，this paper reveals the causes of error existing in the traditional Fourier frequency-tracking algorithm. Furthermore，an improved algorithm，which can eliminate the error，is proposed in the paper. Digital simulation and field applications show that this algorithm improves the output-data accuracy，can track the variations of the frequency in a wide range and has met the requirement of frequency measurement for power system automation devices.

Key words：frequency measurement；power systems；Fourier transform；phase-angle difference