

# 小波分析及其在电力系统中的应用

## (二) 理论基础

石志强

(重庆大学电气工程系 630044)

任震 黄雯莹

(华南理工大学电力学院 510641 广州)

**摘要** 较为详尽地介绍了小波、连续小波变换与 Gabor 变换的差异, 二进小波变换、多分辨分析、小波基、小波包、快速小波变换、信号的奇异性检测以及信号的多尺度边缘回复等基本内容。此外, 根据小波分析的理论基础, 提出了 B\_ 小波的一些滤波性质, 并构造了新的小波基, 结果表明比 Morlet 小波具有更高的计算精度。上述理论是小波分析在电力系统诸多领域应用必要的基础。

**关键词** 小波变换 多分辨分析 小波基 多尺度边缘回复

## 0 引言

文献[1]阐述了小波分析在电力设备状态监视、故障诊断、电力系统谐波分析、电力系统动态安全分析、神经网络和专家系统、抗电磁干扰、输电线路故障定位、电力系统短期负荷预测、高压直流输电系统等诸多领域的应用。针对上述应用, 本文将介绍相关的理论基础。至于将上述基本理论应用到电力系统的具体方法和步骤, 将在后续论文中讨论。

本文在介绍小波、连续小波变换<sup>[2,3]</sup>以及它与 Gabor 变换<sup>[4]</sup>最本质的差异之后, 引入二进小波变换的概念。将连续小波离散化, 不仅大大减少了计算工作量, 而且非常适用于计算机应用, 它为小波的实际应用奠定了基础。多分辨分析是从计算机视觉理论发展起来的又一基础理论, 它不仅为小波基的构造和小波系数的计算提供了依据, 而且它也是著名的 Mallat 塔式算法的基础<sup>[5]</sup>。小波包及快速小波变换更是工程实际应用必不可少的基本内容<sup>[6]</sup>。本文还介绍有关数据压缩和重构的理论基础——信号的奇异性检测以及信号的多尺度边缘回复<sup>[7]</sup>。我们在从事小波分析的研究中, 结合电力设备状态监视的具体情况, 从理论上提出了 B\_ 小波的一些滤波性质, 并提出了新的小波基, 结果证明比 Morlet 小波具有更佳的计算效果。

由于篇幅所限, 以上有关小波分析的内容, 仅

仅是在工程应用中, 特别是在电力系统的应用中要用到的基本理论。

## 1 小波及小波变换

定义 1: 函数  $\Psi(t) \in L^2(R)$  若满足如下允许性条件 (admissible condition)

$$C_\Psi = \int_0^{+\infty} |\hat{\Psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega} < \infty \quad (1)$$

则函数  $\Psi(t)$  称为一个小波, 但小波也常常被理解为由以上函数通过伸缩平移而生成的一族函数  $\{\Psi_{a,b}(t)\}$

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

$$b \in R, a \in R - \{0\}$$

为了区别, 把前者称为基小波或母小波, 后者称为子小波或子波。

由式(1)可知  $\int_R \Psi(t) dt = 0$ , 因此  $\Psi(t)$  具有一定振荡性, 即它包含着某种频率特性。函数  $\Psi_{a,b}(t)$  的振荡性随  $|a|$  的减小而增大, 因此,  $a$  是频率参数, 而  $b$  显然是时间参数。在实际应用中, 函数  $\Psi(t)$  常常是紧支撑的或指数衰减的, 也就是函数  $\Psi(t)$  在时间和频率空间同时具有局部化的性质。以下将会介绍它与 Gabor 变换的不同点。

### 1.1 连续小波变换

对某一基小波  $\Psi(t)$ , 信号  $f(t) \in L^2(R)$  关于该基小波的连续小波变换(CWT)

$$(W_\Psi f)(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3)$$

$$b \in R, a \in R - \{0\}$$

性质 1：令  $\Psi(t)$  是一个小波，它定义一个连续小波变换  $W_\Psi$ ，那么对任何  $f \in L^2(R)$  和  $f$  连续的点  $t \in R$  有

$$f(t) = \frac{1}{C_\Psi} \iint_{R^2} [(W_\Psi f)(a, b)] \Psi_{a,b}(t) \frac{da}{a^2} db \quad (4)$$

我们可以由(3)式看出连续小波变换同 Gabor 变换的两个不同点。首先，子小波随着尺度参数的减少，时间窗自动变窄。具有窄时域窗的子小波能捕捉到高频瞬变信号，宽时窗的子小波反映了信号的低频分量即信号的趋势。这体现出小波变换具有极敏感的“变焦”特性。从而小波分析在分析和处理非平稳、瞬变的信号时，比 Gabor 变换效果更佳，进一步的研究表明，子小波的频窗宽度和频率中心虽然随尺度参数变化，但两者的比值却是不变的，是一个与基小波有关的常数，因而小波分析是一种“常数  $Q$ ”频率分析。其次，小波变换用的基小波不是固定的，可以根据数据压缩、图像处理、奇异信号检测等不同目的，选用不同的母小波。以奇异信号检测为例，选择基小波  $\Psi(t)$  为 Hardy 小波，那么信号  $f(t)$  在小波  $\Psi(t)$  下的小波变换具有对信号的奇异性特别敏感的特性。利用这个特性，可以很灵敏地检测出信号的奇异点的位置和奇异度的大小。

## 1.2 二进小波及其变换

定义 2：函数  $\Psi(t) \in L^2(R)$  若满足以下稳定性条件(stability condition)

$$A \leq \sum |\hat{\Psi}(2^{-k} \omega)|^2 \leq B \quad \text{a.e.} \quad (5)$$

其中  $A, B$  为满足条件  $0 < A \leq B < \infty$  的两常数，则把函数  $\Psi(t)$  称为是一个二进小波(dyadic wavelet)。显然二进小波一定满足允许性条件，当然也一定是小波。函数  $\Psi^*(t) \in L^2(R)$ ，若满足

$$\sum_k \hat{\Psi}(2^k \omega) \overline{\hat{\Psi}^*(2^k \omega)} = 1 \quad (6)$$

则称函数  $\Psi^*(t)$  为二进小波  $\Psi(t)$  的对偶。

若  $\Psi(t)$  为二进小波，函数序列  $\{W_k^\Psi f(x)\}_{k \in \mathbb{Z}}$  称为信号  $f(t)$  的二进小波变换，其中

$$W_k^\Psi f(x) = 2^{-k} \int_R f(t) \Psi(2^{-k}(x-t)) dt \quad (7)$$

性质 2：信号  $f(t) \in L^2(R)$  可由它的二进小波变换重构，即

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \{(W_k^\Psi f)(b)\} \{2^k \Psi^*(2^k(x-b))\} db \quad (8)$$

其中  $\Psi^*$  为  $\Psi$  的二进对偶。

该性质是性质 1 的进一步深化，它表明只要选择的小波基满足平稳性条件，就可由信号的小波变换在一列尺度参数下的信息重构原信号，从而需要的计算更少，数据压缩比更大。

## 2 多分辨分析(MRA)

空间  $L^2(R)$  中的一系列闭子空间  $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ ，如果下面诸条件满足：

- (1) 单调性： $V_j \subset V_{j-1}$ ，对任意  $j \in \mathbb{Z}$ ；
- (2) 逼近性： $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$ ， $\overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(R)$ ；
- (3) 伸缩性： $u(x) \in V_j \Leftrightarrow u(2x) \in V_{j-1}$ ；
- (4) 平移不变性： $u(x) \in V_0 \Leftrightarrow u(x-k) \in V_0$ ，对任意  $k \in \mathbb{Z}$ ；

(5) Riesz 基：存在  $u \in V_0$ ，使得  $\{u(x-k) | k \in \mathbb{Z}\}$  构成  $V_0$  的 Riesz 基。

则称闭子空间  $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$  为  $L^2(R)$  的一个多分辨分析或逼近。

由以上  $u(x)$  通过正交化可以得到该多分辨分析的尺度函数  $\varphi(x)$ ，继而得到正交小波基  $\Psi(t)$ ，多分辨分析的意义就在于它给出了获取正交小波基的一条常规途径。

此外，多分辨分析也是 Mallat 塔式算法的基础。通常我们在某一特定的分辨率下来认识信号，因此仅需了解信号在  $L^2(R)$  中的某一闭子空间  $V_j$  (其中充分小) 中的正交投影  $f_j$ ，而信号中频率更高、变化更快的分量并不影响研究的结果。此后在将  $f_j$  逐次投影到  $V_{j+1}, V_{j+2} \dots$  以及  $W_{j+1}, W_{j+2} \dots$  (其中  $W_i$  为  $V_{j+1}$  在  $V_{j+1}$  中的正交补)，得到  $f_{j+1}, f_{j+2} \dots$  以及  $g_{j+1}, g_{j+2} \dots$ 。随着  $j$  的增大， $f_{j+1}$  越来越表现出  $f$  大的趋势，粗的轮廓、精确的细节也逐渐被平滑，而不明显起来，函数  $g_{j+1}$  显示出信号在各个不同的尺度下的细致结构，因此小波可以聚焦信号的任意尺度(当然不可能聚焦到比采样率更高的尺度上)，可以观测到信号的任意细节，这就是人们常把小波比喻成显微镜的原因。

虽然多分辨分析在理论上是很完善的，但距实际应用却相差很远，其中最大的障碍在于计算量过大。首先，信号在空间  $V_j$  中的正交基上的投影系数

$$d_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi_{j,k}(t) dt, \text{ 若假定小波是紧支撑的，求}$$

积分的数值过程中离散间隔不变，则  $g_{j+1}$  的计算量将是  $g_j$  的一倍，同时，考虑到空间  $V_{j+1}$  比空间  $V_j$  的正交基少一半，可使计算信号在每个空间中的投影的计算量都相同，因而得出计算量是随分解层数的增加而线性增长的。其次，若小波基有解析形式，以上积分也还较易实现，若小波基是由递归方法等得到的，那么随着分解层次的增多，小波基的精度也要加大，从而计算量也会有一定程度的增加。

### 3 小波基

#### 3.1 B\_小波

对于每个正整数  $m$ ，令  $\chi_{[0, \frac{1}{2}]}^m$  表示区间  $[0, \frac{1}{2}]$  的特征函数。那么  $m$  阶 B\_小波用公式给出

$$\Psi_m(x) = \frac{1}{(2m-1)!} \sum_{j=0}^{4m-3} (-1)^j s_j^{4m-3} \cdot \int_0^x dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \cdots \int_0^{x_{m-2}} \chi_{[0, \frac{1}{2}]}^m \left( X_{m-1} - \frac{j}{2} \right) dx_{m-1} \quad (9)$$

其中  $s_j^{4m-3}$  线性 Pascal 三角形算法求得<sup>[3]</sup>。

B\_小波是以上这类小波基的总称，它具有如下性质：

**性质 3** 所有小波  $\Psi_m$ 、 $\widetilde{\Psi}_m$  与  $\Psi_{1,m}$  对于偶数  $m$  对称，而对于奇数  $m$  反对称，因此它们都具有广义线性相位。

**性质 4** 余弦信号关于偶阶 B\_小波的小波变换为

$$W_f(a, b) = \sqrt{a} \operatorname{Re}(\hat{\Psi}_1(a\omega_0)) \cos(\omega_0 b) \\ a, b \in R, \text{ 且 } a > 0 \quad (10)$$

即原信号与其小波变换在固定尺度的输出信号或者同相或者反相。

**性质 5** 余弦信号关于奇阶 B\_小波的小波变换为

$$W_f(a, b) = \sqrt{a} \operatorname{Im}(\hat{\Psi}_1(a\omega_0)) \sin(\omega_0 b) \\ a, b \in R, \text{ 且 } a > 0 \quad (11)$$

即原信号与其小波变换在固定尺度的输出相差  $90^\circ$ 。

通过以下引理 1 可证明性质 4、5：

**引理 1：**当  $a$  固定、 $b$  变化时，余弦函数的小波变换  $W_f(a, b)$  仍为同频的余弦函数，仅是初相和幅值有所改变。

#### 3.2 Hardy 小波

若小波  $\Psi(t)$  ( $t \in R$ ) 的 Fourier 变换  $\hat{\Psi}(\omega)$  对  $\omega < 0$  恒为零，那么称小波  $\Psi(t)$  为 Hardy 小波。信号  $s(t) \in L^2(R)$ ,  $Z_s(t) = A_s(t) \exp(j\Phi_s(t))$  是它的

解析信号(analytic signal)，其中  $A_s(t) \geq 0$ ,  $\Phi_s(t) \in [0, 2\pi]$ ,  $\Psi(t)$  为 Hardy 小波，则下式成立

$$\langle s, \Psi \rangle = \frac{1}{2} \langle Z_s, \Psi \rangle \quad (12)$$

Morlet 小波  $g(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} e^{j\omega_0 t}$  的 Fourier 变换为  $\hat{g}(\omega) = \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2}\right)$ ，其中参数  $\omega_0 \geq 0$ 。若参数  $\omega_0$  充分大，则可把 Morlet 小波的 Fourier 变换的负频函数值视为零，当然，有时这个误差还是较大，为进一步减少误差，本文提出一个新的小波：

$$\Psi'(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (it + \omega_0) \exp\left(-\frac{t^2}{2} + j\omega_0 t\right) \quad (13)$$

其中 参数  $\omega_0 \geq 0$ ，它具有如下优良的性质。

**性质 6** 虽然 Morlet 小波不是基小波，但  $\Psi'(t)$  是基小波，满足允许条件。

**性质 7** Morlet 小波和这个新小波有如下关系

$$\int_{-\infty}^0 (|g(t)| - |\Psi'(t)|) dt > 0 \quad (14)$$

上式表明作为 Hardy 小波用于计算，新小波基  $\Psi'(t)$  较 Morlet 小波的误差更小。

### 4 小波包

假定  $h = \{h_n\}_{n \in Z}$  满足：

$$\sum h_{n-2k} h_{n-2l} = \delta_{k,l}, \quad \sum h_n = \sqrt{2} \quad (15)$$

$$\text{令 } g_k = (-1)^k h_{1-k} \quad (16)$$

定义如下递归函数：

$$\begin{cases} W_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum h_k W_n(2t - k) \\ W_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum g_k W_n(2t - k) \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{其中 } W_0(t) = \varphi(t) \quad (18)$$

称由(17)式定义的一族函数  $\{W_n(t)\}_{n \in Z}$  为由尺度函数  $\varphi(t)$  确定的小波包。

小波分析中，空间  $V_j$  随着  $j$  的减小，小波基函数的空间局部性越好，即空间分辨率越高，而其频域局部性就越差，即频谱分辨越粗。为克服这个缺陷，小波包以空间局部性换取进一步的频滤局部性，将原本较为粗糙的频谱空间进一步细分，获得较高的频谱分辨率。由于该方法兼顾时频两方面的分辨率，从而对非平稳信号的频域分析有重要价值。

### 5 快速小波变换(FWT)

在现代工程技术中常常会遇到稠密矩阵作用于

矢量或积分算子作用于函数的计算。以离散为例,  $N \times N$  的矩阵作用于  $N$  维矢量计算复杂度为  $N^2$ , 当  $N$  很大时, 运算量极大。因此, 在工程计算中要尽可能避免稠密矩阵计算。对于相当广泛的一类算子, 例如 Calderon-Zygmund 算子、伪微分算子等, 离散化后得到的  $N \times N$  阶矩阵在小波基下的表示是准对角矩阵, 从而作用到  $N$  维矢量上的运算复杂度减少为与  $N$  同阶, 这种方法被称为快速小波变换 (FWT)。利用此方法, 可把工程中的大量稠密矩阵化简为准对角的稀疏矩阵, 从而大大加快运算速度。

## 6 信号奇异点和奇异度的数值测定

假定小波函数  $\Psi(t)$  是实值连续可微的, 且有  $|\Psi(t)| < O\left(\frac{1}{1+t^2}\right)$ , 那么由小波分析的基本理论可知如下结论成立。

**性质 8** 若  $\alpha > 0$ , 而  $\alpha$  不为整数, 函数  $f(t)$  是  $(a, b)$  上的一致 Lipschitz  $\alpha$  的充要条件是: 存在常数  $K > 0$ , 使得  $|W_{2^j} f(t)| \leq K(2^j)^\alpha$  (19)

若  $\alpha < 0$ , 有限阶调和分布  $f(t)$  是  $(a, b)$  上的一致 Lipschitz  $\alpha$  的充要条件是:  $K > 0$ , 使得

$$|W_{2^j} f(t)| \leq K(2^j)^\alpha \quad (20)$$

性质 8 告诉我们, 在具体测定信号的奇异位置及奇异度(即 Lipschitz 指数) $\alpha$  时, 通常是先对其小波变换实行二进离散化。具体地说, 在数值计算中, 总是对一个有限指标集  $J$  来作二进小波变换, 即实际求得的值为

$$\{W_{2^j} f(t_0)\}_{j \in J} \quad J \text{ 为有限整数集}$$

现令  $a_j = |W_{2^j} f(t)|_{j \in J}$ , 并假定  $2^j$  充分小时, 有  $|W_{2^j} f(t_0)| = K_0 2^{ja_0}$ ,  $K_0$ 、 $a_0$  为常数。定义目标函数为  $E(a, K) = \sum_{j \in J} (a_j - K 2^{ja})^2$  (21)

则目标函数应在  $(a_0, K_0)$  达到最小, 因此, 利用(3) 式可确定  $K_0$  及  $a_0$ , 进而确定  $t_0$ 。

## 7 信号的多尺度边缘回复

前面简要介绍了信号的奇异点及在该点的奇异度大小可以由信号的二进小波变换在该点的值随尺度参数变换的趋势而测定, 即当尺度参数趋于零时, 奇异点所对应的小波变换值将是局部最大值。对于信号而言, 奇异点往往构成信号的边缘, 而边缘往往包含着比其它位置更多的信息, 因此, 通过信号在小波变换下的不同尺度的模的极大值信息来重构

信号本身, 能保留信号的主要特征。

设实值函数  $f(t) \in L^2(R)$ ,  $\{W_{2^j} f(t)\}$  为其二进小波变换, 我们可将由  $\{W_{2^j} f(t)\}$  取极大值点的位置及在这些点的值  $W_{2^j} f(t)$  重构  $f(t)$  这个问题分两步来解决。首先由  $|W_{2^j} f(t)|$  取极大值点的位置及在这些点的值  $W_{2^j} f(t)$  构造  $f$  的小波变换  $W_{2^j} f(t)$ ; 然后, 由  $f$  的小波变换  $W_{2^j} f(t)$  重构  $f(t)$ , 而这是易办到的。

首先, 我们试图寻找某函数  $h(t) \in L^2(R)$ , 使得它的二进小波变换  $W_{2^j} h(t)$  与  $W_{2^j} f(t)$  有相同的极值特性。即若  $|W_{2^j} f(t)|$  在点  $\{t_n^j\}_{n \in Z}$  取极大值, 则

- (a)  $|W_{2^j} h(t)|$  在  $\{t_n^j\}_{n \in Z}$  也取极大值,
- (b)  $W_{2^j} h(t_n^j) = W_{2^j} f(t_n^j)$ 。

我们通过反复投影的方法求出  $h(t)$  的二进小波变换, 然后, 由它重构  $f(t)$  的近似函数。设  $T$  为由满足下列条件的函数序列  $\{g_j(t)\}_{j \in Z}$  构成的空间:

$$\| \{g_j(t)\} \|_1^2 = \sum_{j \in Z} \left[ \| g_j \|_1^2 + 2^{2j} \| \frac{dg_j}{dt} \|_1^2 \right] < \infty \quad (22)$$

令  $V$  为一切  $L^2(R)$  中函数的二进小波变换序列所构成的空间, 这里假定二进小波函数  $\Psi(t)$  及  $[\mathrm{d}\Psi(t)]/\mathrm{d}t \in L^2(R)$ 。由(7)式、(8)式和(10)式知  $V \in T$ , 令  $\Gamma$  表示由  $T$  中满足条件

$$g_j(t_n^j) = W_{2^j} f(t_n^j) \quad n, j \in Z \quad (23)$$

的元素  $\{g_j(t)\}$  所构成的子集, 易见  $\Gamma$  是  $T$  的闭凸子集, 且满足条件(b) 的二进小波函数列全体:

$$\Lambda = V \cap T \quad (24)$$

因此, 我们的任务转化为在  $\Lambda$  中找到范数()式取极小值的元素。从数学的角度说, 令  $E_j = \{p_i^j; 1 \leq i \leq n_j, p_i^j = (x_i^j, y_i^j), x_i^j \text{ 是 } W_{2^j} f \text{ 的极值点}, y_i^j = W_{2^j} f(x_i^j)\}$ , 则我们可以由  $\{E_j\}_{j \in J}$  回复出  $\{W_{2^j} f(t_n^j)\}_{j \in Z}$ 。具体如下: 令  $P_V: \Gamma \rightarrow V$  是一正交投影算子,  $P_T: T \rightarrow \Gamma$  是一最佳投影算子, 即任取  $h \in T$ , 令  $P_T h \in \Gamma$  满足:

$$\| P_T h - h \|_1 = \min_{g \in \Gamma} \| g - h \|_1 \quad (25)$$

记  $P = P_T \cdot P_V$ , 任取  $g_0 \in \Gamma$  作为初始函数, 则由凸逼近的理论可知

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \| P^n g_0 - Wf \|_1 = 0 \quad (26)$$

于是, 我们可以由  $g_0$  通过算子  $P$  迭代而获得  $f$  的二进小波变换  $\{W_{2^j} f\}$ , 进而由二进小波的重构公式可以得到  $f$  本身。

$P_V$  的算法是对  $\Gamma$  空间的任一元素作二进小波逆变换, 再对所得结果作二进小波变换即可。 $P_\Gamma$  的算法较为复杂。对

$$P_\Gamma : \{g_j(t)\}_{j \in Z} \in T \rightarrow \{h_j(t)\}_{j \in Z} \in \Gamma \quad (27)$$

记  $\epsilon_j(t) = h_j(t) - g_j(t)$

选取  $h_j(t)$ , 使得

$$\sum_{j \in Z} \left[ \|\epsilon_j\|^2 + 2^{2j} \left\| \frac{d\epsilon_j}{dt} \right\|^2 \right] \quad (28)$$

为最小, 该最优化的解为

$$\epsilon_j(t) = \alpha e^{2^{-j}t} + \beta e^{-2^{-j}t} \quad (29)$$

其中 参数  $\alpha$  和  $\beta$  由以下边界条件确定

$$\begin{cases} \epsilon_j(t_0) = W_{2^j} f(t_0) - g_j(t_0) \\ \epsilon_j(t_1) = W_{2^j} f(t_1) - g_j(t_1) \end{cases} \quad (30)$$

## 8 结论

小波分析是近年来发展起来的信号处理方法, 从其诞生起, 就显示出强大的生命力, 现已在许多领域结出丰硕的果实, 这往往得益于其在理论上较以往的信号处理方法有明显的优势, 具体表现在:

- (1) 小波分析能随信号频率的变化自动调节时域—频域窗口, 能敏感信号的变化;
- (2) 多分辨分析可以以任意精度表示出信号;
- (3) 利用小波包可得到信号在时域—频域空间的最佳分解;
- (4) 利用快速小波变换可快速进行矩阵运算;
- (5) 利用多尺度边缘回复理论, 能以较高的压缩比压缩数据。

## 9 参考文献

- 1 任震, 黄雯莹, 何建军等. 小波分析及其在电力系统中的应用: (一) 概论. 电力系统自动化, 1997, 21 (1)
- 2 Meyer Y. Wavelets Algorithms & Applications, Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, 1993
- 3 Daubechies I. Orthonormal Base of Compactly Supported Wavelets. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1988, XL I : 909~996
- 4 Delprat N, Escudie B, Guillemain P et al. Asymptotic Wavelet and Gabor Analysis: Extraction of Instantaneous Frequencies. IEEE Transactions on Information Theory, 1992. 3, 38 (2)
- 5 崔锦泰著. 小波分析导论. 程正兴译, 西安交通大学出版社, 1995
- 6 Mallat S, Whang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets. IEEE Transactions on Information Theory, 1992. 3, 38 (2)
- 7 Beylkin G, Coifman R, Rokhlin V. Fast Wavelet Transforms and Numerical Algorithms I. Communications on Pure and Mathematics, 1991, XL IV : 141~183

---

石志强, 男, 1970 年生, 在读硕士生, 主要研究方向为小波分析理论。

任震, 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 国务院学位委员会电工学科评议组成员, IEEE 高级会员, 主要研究方向为高压直流技术、可靠性工程、小波分析及其应用等。

黄雯莹, 女, 1939 年生, 教授, 主要研究方向为可靠性数学、小波分析等。

# WAVELET ANALYSIS AND APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS PART TWO THEORY FUNDAMENT

Shi Zhiqiang (Chongqing University, 630044, Chongqing, China)

Ren Zhen, Huang Wenying (South China University of Technology, 510641, Guangzhou, China)

**Abstract** The wavelets, difference between continue wavelet transform and Gabor Transform, dyadic wavelet transform, multiresolution analysis, wavelet basis, wavelet packets, singularity detection and multiscale edge reconstruction of signals are in detail introduced in this paper. Based on the basic theory of wavelet analysis, the filtering features on B-Wavelet and a new wavelet base with better precision than Morlet wavelet are presented. The theories mentioned above are important background for applications to the areas of power systems using wavelet analysis.

**Keywords** wavelet transform multiresolution analysis wavelet basis reconstruction of multiscale edge