电力市场中发电公司间默契合谋机理的研究

马新顺[1]，文福拴[2]，刘建新[1]
(1. 华北电力大学电力工程系，河北省保定市 071003；2. 香港大学电机电子工程学系，香港)

摘要： 电力现货市场所具有的无限重复拍卖特征使参与市场竞争的发电公司之间有可能形成默契合谋，从而影响市场的正常和有效运营。在完全信息非合作无限重复博弈理论的框架内，对默契合谋形成的机理进行了定性研究。首先建立了由两家完全对称的发电公司参与、采用统一价格结算的电力市场中的单时段静态博弈模型，给出了纳什均衡解的存在性定理。以此为基础，在考虑了负荷周期性变化的前提下，研究了在无限重复拍卖的电力市场中两家对称的发电公司间的默契合谋问题，得到了合谋均衡可维持性的充要条件。通过理论分析与数值模拟，研究了合谋均衡可维持性与发电公司装机容量以及负荷变化的关系，考察了线性与二次两种不同形式的发电生产成本函数对合谋均衡解的影响，得到了一些有意义的结论。

关键词： 电力市场；非合作博弈；默契合谋；周期性负荷变化

中图分类号： TM73；F123.9

0 引言

由于电力工业所具有的特征，如因发电行业的投资规模大而使市场进入壁垒强、电力不可大量储存和严格的容量限制等，在可预见的未来，电力市场不可能是完全竞争的，而是更接近于寡头垄断。在这样的市场中，发电公司具有行使市场势力的能力和动机。在分析电力市场中发电公司所具有的市场势力的严重程度和抑制措施方面，国内外已经做了大量的研究工作[1]。另一方面，在以日前市场(day-ahead market)为主要交易形式的电力现货市场中，以 1 h 或 0.5 h 为单位的无限重复拍卖为发电公司之间形成默契合谋(也称默契共谋或心照不宣的勾结)提供了有利的环境和条件[2]，因为这种每日一次、日复一日的重复拍卖过程使得发电公司能够通过多次报价逐步了解竞争对手的报价行为以及他们之间的相互影响关系。默契合谋也可以看做是一种动态市场势力，可以提高市场电价，影响电力市场的正常运营。虽然很多人认识到了研究电力市场中发电公司间默契合谋问题的重要性，但这方面的研究开展得并不多，总体上尚处于起步阶段。

合谋是企业间协调其相互竞争关系以使共同利润最大化的行为，是经济学领域研究的重要问题之一。在规范的市场环境下，企业间公开的合谋通常是不合法的，因此合谋常以隐含的或者默契的方式存在，亦即所谓的默契合谋[3]。在无限重复非合作博弈理论的框架内，经济学家 Friedman 成功地证明了无名氏定理 (Folk Theorem)[4,5]，即在无限重复博弈中，只要参与者有足够的耐心，某种形式的默契合谋一定是一个精练的纳什均衡结果。无名氏定理为研究默契合谋问题奠定了理论基础。自 20 世纪 80 年代以来，国内外学者从经济理论和实证分析的角度对默契合谋问题进行了广泛的研究。文献[6]研究了拍卖中的合谋问题，并就强、弱卡特尔(cartel)两种情况下企业间的竞争策略问题进行了特征化分析。文献[7]采用实证分析方法，探讨了统一价格拍卖下的合谋问题。文献[8]研究了需求不确定情况下企业间的默契合谋问题，构造了企业间暗中削价的重复博弈模型。该文证明了当需求随机波动时，永久转向 Bertrand 价格的惩罚不是最优的，默契合谋难以实现和维持。文献[9]则研究了需求随机变化的快慢程度对合谋价格的影响。在很多工业领域如电力系统，需求呈现周期性的变化，因而研究这种情况下的合谋问题具有重要的实际意义。文献[10]针对这一问题进行了研究，结果表明：在企业具有线性生产成本函数且不考虑生产容量约束的条件下，企业间的默契合谋在需求下降期较增长期更易形成和维持。然而，文献[9,10]的研究工作的局限性比较强且并不适用于电力市场，因为它是在假设生产成本为线性且没有容量约束 (从而报价最低的企业占据整个市场)的前提下进行的，而这两个假设相当强且在电力市场中并不成立。

收稿日期：2004-11-17；修回日期：2005-02-19。
香港政府研究资助局(RGC)资助项目(7173/03E)；香港大学“种子”基金资助项目(10205245/38689/14300/301/01)。

具体到电力市场,文献[11,12]指出在采用统一市场清算价(MCP)拍卖或结算的电力市场中,发电公司间会形成默契合谋;文献[13,14]基于大量数据通过实证分析,分别发现在英国和西班牙电力市场中发电公司间存在默契合谋行为。最近,在假设发电公司具有线性生产成本函数的前提下,文献[15]在无限重复博弈理论的框架内基于 Bertrand-Edgeworth 模型研究了发电公司之间的默契合谋问题,结果表明采用统一价格结算比按实际报价结算更容易引起发电公司间的默契合谋。然而,文献[15]所采用的统一价格为由文献[16]所提出的最高可接受价格(MAP),而非通常意义下的 MCP。事实上,发电公司一般具有二次或更复杂的成本结构,且实际运营的电力市场中一般采用 MCP 而非 MAP 结算,这样,文献[15]的研究工作与实际运营的电力市场的特征并不十分吻合。

因此,本文以发电公司的生产成本为凸函数且采用 MCP 结算的电力市场为背景,同时考虑了电力负荷呈周期性变化这一重要特征,对在无限重复拍卖的电力市场中发电公司间的默契合谋问题进行了研究,得到了纳什均衡的存在性定理以及合谋均衡可维持性的充要条件。最后用算例做了说明。本文的研究扩展和深化了文献[9,10,15]所报道的研究工作,主要贡献在于研究了生产成本为非线性函数且存在生产容量约束这样更现实情形下的默契合谋问题,并得到了一些具有普遍意义的研究结果。

1 电力市场交易模型

1.1 研究背景

假设有两家完全对称的发电公司(即装机容量和成本等完全相同的发电公司)参与采用 MCP 结算的电力市场,且为论述方便起见,假设每家发电公司只拥有一台发电机组或一台等值发电机组,其容量为 k。发电生产成本函数为 $C(q)$,q 为发电出力,$q\geqslant 0$。假设 $C(q)$ 二阶连续可微,且 $C(0)=0$,$C'(q)>0$, $C''(q)>0$,亦即 $C(q)$ 为单调递增的严格凸函数。当 $C(q)$ 为二次函数时具有如下形式:

$$C(q) = bq + \frac{1}{2}cq^2 \tag{1}$$

式中:b 和 c 为常数。

设负荷 D 为电价 p 和时间 t 的函数,且 $D(p,t)=Q(t)-\alpha p$。其中:α 为非负常数,反映了负荷对电价的弹性;$Q(t)>0$,反映了负荷随时间变化的特性。此外,作为初步的研究工作,本文假设市场规约要求发电公司采用单段报价,即对所拥有的全部发电容量只申报一个单位容量价格。

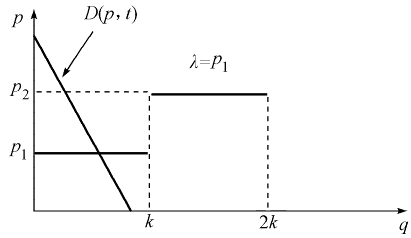
1.2 市场清除过程

设两家发电公司的报价策略组合为 $s=(p_1, p_2)$。假设发电公司的报价不小于其满负荷出力时的边际成本,即 $p_i\geqslant C'(k)(i=1,2)$。对于时段 t,由 λ 表示的 MCP 由下式确定:

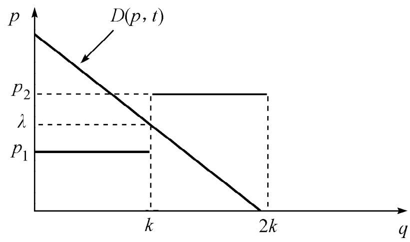
$$\lambda = \min\left\{p \,\middle|\, \sum_{i\in G(p)} k \geqslant D(p,t)\right\} \tag{2}$$

式中:$G(p)$ 为报价小于或等于 p 的发电公司的集合。

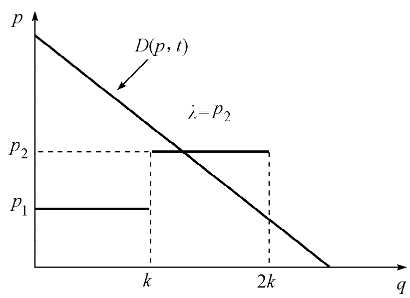
图 1 分别表示 3 种情况下的 MCP。



(a) $\lambda=p_1$



(b) $p_1<\lambda<p_2$



(c) $\lambda=p_2$

图 1 3 种情况下的 MCP
Fig. 1 The MCP under three different cases

这样,发电公司 i 在交易时段 t 内获得的利润为:

$$\pi_i(s,t) = \lambda q_i - C(q_i) \tag{3}$$

式中:λ 和 q_i 均为 s 和 t 的函数。$q_i=q_i(s,t)$ 由下式确定:

$$q_i(s,t) = \begin{cases} \min\{D(\lambda,t),k\} & p_i < p_j \\ \min\{\dfrac{D(\lambda,t)}{2},k\} & p_i = p_j = \lambda \\ \max\{D(\lambda,t)-k,0\} & p_i > p_j \end{cases} \tag{4}$$

式中:$i=1,2;j\neq i$。

对任意时段 t,由 1.1 节的假设条件可知存在惟一的 $p^{\mathrm{m}}(t)$,使得:

$$p^{\mathrm{m}}(t)=\max\{\arg\max_{p}[pD(p,t)-C(D(p,t))],D_p^{-1}(2k,t)\} \tag{5}$$

当 $D(C'(k),t)>k$ 时,存在惟一的 $p^{\mathrm{r}}(t)$,使得:

$$p^{\mathrm{r}}(t)=\max\{\arg\max_{p}\{p[D(p,t)-k]-C(D(p,t)-k)\},D_p^{-1}(2k,t)\} \tag{6}$$

式中:D_p^{-1} 为 D 关于 p 的反函数;$\arg\max_{p} R(p)$ 表示使得函数 $R(p)$ 取最大值时的 p;$p^{\mathrm{m}}(t)$ 和 $p^{\mathrm{r}}(t)$ 分别称为垄断价格和剩余垄断价格。

2 发电公司单时段报价的博弈分析

2.1 博弈模型

为书写简便,以下叙述中将函数的变量 t 省略,例如将 $\pi_i(s,t)$,$p^{\mathrm{m}}(t)$ 和 $p^{\mathrm{r}}(t)$ 分别简写为 $\pi_i(s)$,p^{m} 和 p^{r}。由于本节的研究工作是针对单个时段的,这样处理不会引起混淆。定义 $\pi^{\mathrm{m}}=p^{\mathrm{m}}D(p^{\mathrm{m}})/2-C(D(p^{\mathrm{m}})/2)$ 和 $\pi^{\mathrm{r}}=p^{\mathrm{r}}[D(p^{\mathrm{r}})-k]-C(D(p^{\mathrm{r}})-k)$。对以利润最大化为目标的理性发电公司而言,其最大报价不会超过 p^{m},最小报价不会小于其边际成本 $C'(k)$,这样,每家发电公司的策略集为 $A_i=\{p_i\,|\,p_i\in[C'(k),p^{\mathrm{m}}]\}$ $(i=1,2)$。

构造发电公司在单时段报价的博弈模型如下:

$$\Gamma=[(A_i,\pi_i);i=1,2] \tag{7}$$

在发电生产成本信息公开的前提下,发电公司单时段最优报价策略问题就对应于由式(7)所表示的博弈问题的纳什均衡,可为纯策略也可为混合策略。关于纯策略或混合策略纳什均衡的概念参见文献[17]。下面研究该博弈问题的纳什均衡的存在性问题。

2.2 纳什均衡的存在性

由于两家发电公司是完全对称的,它们的利润函数具有下述特性:

$$\pi_1(p_1,p_2)=\pi_2(p_2,p_1) \tag{8}$$

式中:$p_i\in A_i(i=1,2)$。

因此,由式(7)所表示的博弈问题为对称博弈问题。由式(3)和式(4)易知 $\pi_i(i=1,2)$ 关于 s 不连续。为研究该对称博弈均衡解的存在性,先给出下面一个引理[17]。

引理 若对称博弈问题 $\Gamma=[(A_i,\pi_i);i=1,2]$ 满足如下条件:① $A_i\subset\mathbf{R}^+$ 为闭区间;② 函数 $\pi_i:\to\mathbf{R}^+(i=1,2)$ 除点集 $\Delta=\{(p_1,p_2)\,|\,p_1,p_2\in A_i,p_1=p_2\}$ 外,处处连续;③ $\pi_1+\pi_2$ 关于 $s=(p_1,p_2)\in A_1\times A_2$ 上半连续(upper semi-continuous);④ $\pi_i(p_1,p_2)$ 关于 $p_i(i=1,2)$ 有界并且弱下半连续(lower semi-continuous),则该博弈问题存在对称混合策略纳什均衡。

关于上半连续和弱下半连续的定义参见文献[17]。该引理表明对具有不连续利润函数的博弈问题,必须附加有界性和某种半连续性条件方能保证均衡策略的存在性。基于该引理,下面证明两家对称发电公司的报价博弈问题(即式(7))的均衡解的存在性。

定理1 由式(7)所表示的发电公司单时段静态博弈问题存在对称纳什均衡纯策略或混合策略。

证明:下面分3种情况论证。

1) 当 $D(C'(k))\leqslant k$ 时,$s^*=(C'(k),C'(k))$,即为一个对称纯策略纳什均衡。这是由于此时任何一方的报价如偏离此值(即大于 $C'(k)$),则其仅能获得剩余垄断利润(此时为0)。

2) 当 $D(C'(k))>k$ 且 $p^{\mathrm{r}}=D^{-1}(2k)$ 时,$s^*=(p^{\mathrm{r}},p^{\mathrm{r}})$ 为惟一的纯策略纳什均衡,均衡结果为 $\pi^{\mathrm{N}}=(\pi^{\mathrm{r}},\pi^{\mathrm{r}})$,这里 $\pi^{\mathrm{r}}=p^{\mathrm{r}}[D(p^{\mathrm{r}})-k]-C(D(p^{\mathrm{r}})-k)=p^{\mathrm{r}}k-C(k)$。此时任何一方如果微量削价不会增加其利润,而抬高报价则会导致利润减少,这样任何一方偏离这个报价策略不会使其利润增加。因此,$s^*=(p^{\mathrm{r}},p^{\mathrm{r}})$ 为一纯策略纳什均衡。下面证明在这种情况下纳什均衡是惟一的。

对任何其他对称策略 $(\tilde{p},\tilde{p})$ $(\tilde{p}\neq p^{\mathrm{r}})$,若 $\tilde{p}>p^{\mathrm{r}}=D^{-1}(2k)$,则双方的利润均为 $\pi(\tilde{p})=\tilde{p}D(\tilde{p})/2-C(D(\tilde{p})/2)$,因 $k>D(\tilde{p})/2$,不难得到 $\tilde{p}k-C(k)>\pi(\tilde{p})$。这样,当有一方微量削价时,其利润可由 $\pi(\tilde{p})$ 增加到 $\tilde{p}k-C(k)$;若 $\tilde{p}<p^{\mathrm{r}}=D^{-1}(2k)$,此时双方都可以通过抬高报价增加利润,所以 $(\tilde{p},\tilde{p})$ 不可能构成纳什均衡。这就证明了 $s^*=(p^{\mathrm{r}},p^{\mathrm{r}})$ 为惟一的纯策略纳什均衡。

3) 当 $D(C'(k))>k$ 且 $p^{\mathrm{r}}>D^{-1}(2k)$ 时,纯策略纳什均衡不存在,但存在混合策略纳什均衡,其均衡结果为 $\pi^{\mathrm{N}}=(\pi^{\mathrm{r}},\pi^{\mathrm{r}})$。

设 $(\tilde{p},\tilde{p})$ 为纯策略纳什均衡。若 $\tilde{p}=p^{\mathrm{r}}$,则双方的利润均为 $\pi(\tilde{p})=\tilde{p}D(\tilde{p})/2-C(D(\tilde{p})/2)$。由于 $\tilde{p}=p^{\mathrm{r}}>D^{-1}(2k)$,这样,$D(\tilde{p})/2<k$,显然一方的单独削价会使其被调度的发电出力增加到满负荷出力 k,进而利润增加;若 $\tilde{p}=D^{-1}(2k)$,显然一方增加报价至 p^{r} 可增加其利润(此时为剩余垄断者利润 π^{r});若 $D^{-1}(2k)<\tilde{p}<p^{\mathrm{r}}$ 或 $\tilde{p}>p^{\mathrm{r}}$,此时一方的削价可增加其利润。这说明任何对称纯策略都不是纳什均衡策略,即证明了纯策略纳什均衡不存在。

下面证明混合策略纳什均衡的存在性,为此需要证明由式(7)所表示的发电公司单时段静态博弈问题满足上述引理中的所有条件。

首先,已知策略集 $A_1 = A_2 \equiv A$ 为闭区间,利润函数 $\pi_i(i=1,2)$ 有界,且仅在点集 $\Delta = \{(p_1, p_2) \mid p_1 = p_2, \forall p_1, p_2 \in A\}$ 上不连续。前已述及,当 $p^{\mathrm{r}} > D^{-1}(2k)$ 时,两家发电公司中任意一家的微量削价都可增加其利润,因此 $\pi_1(p_1, p_2)$ 和 $\pi_2(p_1, p_2)$ 都是弱下半连续函数。这样就仅需证明是否满足上述引理中的条件 3,进而就仅需证明 $\pi_1(s) + \pi_2(s)$ 在 Δ 上上半连续。

任取 $s_0 = (p_0, p_0) \in \Delta$,此时 $\pi_1(s_0) + \pi_2(s_0) = \lambda D(\lambda) - 2C(D(\lambda)/2)$,这里 $\lambda = p_0$。在 s_0 的邻域 $O(s_0)$ 内任取 $s = (p_1, p_2) \in O(s_0)$,不妨设 $p_1 < p_2$,则有 $\pi_1(s) = \lambda \min\{D(\lambda), k\} - C(\min\{D(\lambda), k\}) + \varepsilon_1$。其中 ε_1 为无穷小量,即 $\lim\limits_{s \to s_0} \varepsilon_1 = 0$。当 $D(\lambda) \geqslant k$ 时,$\pi_2(s) = \lambda[D(\lambda) - k] - C(D(\lambda) - k) + \varepsilon_2$,$\varepsilon_2$ 也为无穷小量,即 $\lim\limits_{s \to s_0} \varepsilon_2 = 0$。由于 $C(q)$ 为严格凸函数,这样,$C(k) + C(D(\lambda) - k) > 2C(D(\lambda)/2)$ 成立。因此下式成立:

$$\lim_{s \to s_0} \sup[\pi_1(s) + \pi_2(s)] \leqslant \pi_1(s_0) + \pi_2(s_0) \qquad (9)$$

当 $D(\lambda) < k$ 时,$\pi_2(s) = 0$。由于 $C(0) = 0$,所以 $C(D(\lambda)) > 2C(D(\lambda)/2)$ 成立,此时易知式(9)也成立,这样 $\pi_1(s) + \pi_2(s)$ 上半连续。至此,已经证明了式(7)所表示的博弈问题满足上述引理中的所有条件,所以其存在对称混合策略纳什均衡。下面证明纳什均衡结果为 $\pi^{\mathrm{N}} = (\pi^{\mathrm{r}}, \pi^{\mathrm{r}})$。

设对称混合策略纳什均衡为 $\mu(p) = P(r \leqslant p)$,$\mu(p)$ 为随机纯策略 r 的概率分布函数。设 r 的概率密度函数的非零定义区间为 $(\underline{p}, p^{\mathrm{r}})$ 或 $[\underline{p}, p^{\mathrm{r}})$,满足 $\mu(\underline{p}) = 0$。从数学上讲,区间 $(\underline{p}, p^{\mathrm{r}})$ 或 $[\underline{p}, p^{\mathrm{r}})$ 为两家发电公司纯策略 r 的概率密度函数(即 $\mu'(p)$)的公共支集。

定义 $U(p) = p[D(p) - k] - C(D(p) - k)$。当发电公司 $i(i=1,2)$ 选择纯策略 $p \in (\underline{p}, p^{\mathrm{r}})$ 或 $p \in [\underline{p}, p^{\mathrm{r}})$ 而其对手选择混合策略 $\mu(p)$ 时,其所得利润为:

$$\pi_i(p, \mu) = \int_{\underline{p}}^{p} U(p) \mathrm{d}\mu(r) + \int_{p}^{p^{\mathrm{r}}} (rk - C(k)) \mathrm{d}\mu(r) = U(p)\mu(p) + \int_{p}^{p^{\mathrm{r}}} (rk - C(k)) \mathrm{d}\mu(r) \qquad (10)$$

定义 $H(p) = \int_{p}^{p^{\mathrm{r}}} (rk - C(k)) \mathrm{d}\mu(r)$,有

$$\pi_i(p, \mu) = U(p)\mu(p) + H(p) \qquad (11)$$

当发电公司 i 也选择混合策略 $\mu(p)$ 时,其利润为:

$$\pi_i(\mu, \mu) = \int_{\underline{p}}^{p^{\mathrm{r}}} \pi_i(p, \mu(p)) \mathrm{d}\mu(p) = \int_{\underline{p}}^{p^{\mathrm{r}}} (U(p)\mu(p) + H(p)) \mathrm{d}\mu(p) \qquad (12)$$

对式(12)应用分部积分,并经整理得:

$$\pi_i(\mu, \mu) = U(p^{\mathrm{r}}) - \int_{\underline{p}}^{p^{\mathrm{r}}} F(p, \mu(p), \mu'(p)) \mathrm{d}p \qquad (13)$$

式中:$F(p, \mu(p), \mu'(p)) = U'(p)\mu^2(p) + \mu(p) \cdot \mu'(p)[U(p) + C(k) - pk]$。

混合策略纳什均衡 μ 必为下述优化问题的解:

$$\max_{\mu} \pi_i(\mu, \mu) \qquad i = 1, 2 \qquad (14)$$

由于 $U(p^{\mathrm{r}})$ 与 μ 的选择无关,式(14)等价于:

$$\min_{\mu} \pi_i \int_{\underline{p}}^{p^{\mathrm{r}}} F(p, \mu(p), \mu'(p)) \mathrm{d}p \qquad (15)$$

经整理,可得式(15)所对应的欧拉方程为:

$$\mu(p)\{D(p) + [p - C'(D(p) - k)]D'(P)\} = 0 \qquad (16)$$

由于 $D(p) + [p - C'(D(p) - k)]D'(P) = Q + C'(D(p) - k)\alpha > 0$,所以由式(16)可得 $\mu(p) = 0$。这样由式(13)可知,混合策略纳什均衡利润为 $\pi_i^{\mathrm{N}} = U(p^{\mathrm{r}}) = \pi^{\mathrm{r}} (i = 1, 2)$,亦即纳什均衡结果为 $\pi^{\mathrm{N}} = (\pi^{\mathrm{r}}, \pi^{\mathrm{r}})$。

综上所述,定理得证。

该定理为研究采用 MCP 结算的电力市场中发电公司间的默契合谋问题奠定了基础。

3 发电公司之间的默契合谋

3.1 重复博弈框架

设 $\Gamma(\delta) = [(A_i, w_i; \delta); i = 1, 2]$ 为以式(7)所表示的单时段博弈为基础的无限重复博弈。其中,$\delta \in (0, 1)$ 为贴现因子(假设两个发电公司的 δ 相同),w_i 为利润函数。在 $\Gamma(\delta)$ 中,发电公司 i 的报价策略为一无穷序列 $\{p_i(t) |_{t=1}^{\infty}\}$。$p_i(1)$ 为已知的初始报价,$p_i(t)(t > 1)$ 为时段 t 的报价。记 $s(t) = (p_1(t), p_2(t))$ 为两家发电公司在时段 t 的报价策略组合。在无限重复博弈 $\Gamma(\delta)$ 中,发电公司 i 自第 τ 时段起的利润 w_i 为:

$$w_i(\tau) = \sum_{t=\tau}^{\infty} \delta^{t-\tau} \pi_i(s(t)) \qquad (17)$$

即为从第 $\tau(\tau = 1, 2, \cdots)$ 个时段开始的无限多个时段利润贴现值的总和。

与单时段博弈问题不同,在研究无限重复博弈 $\Gamma(\delta)$ 的均衡解时,需要考虑各个发电公司在什么时候选择什么报价策略的相机行动战略问题。

3.2　触发战略

研究默契合谋时通常以包含对背离合谋状态者进行惩罚威胁的触发战略（trigger strategies）[5]为基础。这里，对发电公司 i 引入如下触发战略：当 $t=1$ 时，$p_i(1)=p_i^c(1)$；当 $t\geqslant 2$ 时，

$$p_i(t)=\begin{cases} p_i^c(t) & \lambda(s(\tau))=\lambda(s^c(\tau)) \text{ 且} \\ & q_i(s(\tau))=q_i(s^c(\tau)) \\ p_i^N(t) & \text{其他} \end{cases} \tag{18}$$

式中：$\tau=1,2,\cdots,t-1$；$p_i^c(\tau)$ 和 $s^c(\tau)$ 分别表示在合谋时段 τ 时发电公司 i 的报价和两家发电公司报价策略的组合；$\lambda(s(\tau))$ 和 $q_i(s(\tau))$ 分别表示时段 τ 的市场电价及发电公司 i 在该时段被调度的发电出力；$p_i^N(t)$ 为时段 t 的对称纳什均衡中第 i 个发电公司的策略。

上述触发战略的含义为：两家发电公司从维持一个较高的合谋利润的合作期开始，如果中途有一家发电公司背离合谋行为，则以后的博弈将永远是不合作的，亦即双方均采用纳什均衡策略。在无限重复非合作博弈中，如果由子博弈精练纳什均衡所获得的利润严格大于任何由纳什均衡所获得的利润，则称该子博弈精练纳什均衡为合谋均衡，它所对应的发电公司的利润称为合谋均衡利润。

下面研究合谋均衡问题，先讨论负荷的周期性变化问题，之后研究发电公司合谋均衡的可维持性条件。

3.3　负荷变化的周期性

前已述及，负荷为电价和时间的函数，其表达式为 $D(p,t)=Q(t)-\alpha p$。

假设 $Q(t)$ 为离散周期函数，即存在一个正整数 T，使得对任意时段 t 时下式成立：

$$Q(t+T)=Q(t) \tag{19}$$

式中：T 为 $Q(t)$ 的周期。

假设在一个周期 T 内 $Q(t)$ 单峰，即存在 $\bar{t}(1<\bar{t}<T)$，使得：

$$Q(1)<Q(2)<\cdots<Q(\bar{t})>\cdots> Q(T)>Q(T+1)=Q(1) \tag{20}$$

这意味着在一个周期 $[1,T]$ 内，$Q(t)$ 在 $\bar{t}$ 处取得最大值。

3.4　合谋均衡条件

在任意时段 t 的单步纳什均衡利润为 $\pi_i^N(t)=\pi_i(p_i^N,t)$，合谋均衡利润为 $\pi_i^c(t)=\pi_i(s^c(t))$；发电公司 i 在时段 t 背离合谋均衡状态时，所得利润为 $\pi_i^D(t)=\sup\limits_{p_i\in A_i}\pi(p_i,p_j^c(t))$。这样，由式(18)所表示的触发战略构成合谋均衡的充分必要条件为：

$$\psi_i(t)\leqslant\varphi_i(t,\delta) \tag{21}$$

式中：$t=1,2,\cdots$；$i=1,2$；$\psi_i(t)$ 为发电公司 i 在时段 t 背离合谋状态所得利润的增加值，$\varphi_i(t,\delta)$ 为由于该背离所造成的长期损失，它们分别为：

$$\psi_i(t)=\pi_i^D(t)-\pi_i(s^c(t)) \tag{22}$$

$$\varphi_i(t,\delta)=\sum_{\tau=t+1}^{\infty}\delta^{\tau-t}\pi_i(s^c(\tau))-\sum_{\tau=t+1}^{\infty}\delta^{\tau-t}\pi_i^N(\tau)= \sum_{\tau=t+1}^{\infty}\delta^{\tau-t}[\pi_i(s^c(\tau))-\pi_i^N(\tau)] \tag{23}$$

式(21)被称为合谋均衡激励相容条件，其含义为：如果在任意时段 t 背离合谋均衡状态，则由该背离所获得的利润的增加量不超过由此所引起的长期利润损失。

定理2　对于博弈 $\Gamma(\delta)$，必存在一个 $\bar{\delta}\in(0,1)$，使得 $\delta\in(\bar{\delta},1)$ 时式(21)成立。

证明：令 $L_i(\tau)=\pi_i(s^c(\tau))-\pi_i^N(\tau)$，由式(19)和式(20)所表示的负荷周期性变化条件可知，$L_i(\tau)$ 也具有周期性，即

$$L_i(t+T)=L_i(t)\quad t=1,2,\cdots;i=1,2 \tag{24}$$

从而，式(23)可写为：

$$\varphi_i(t,\delta)=\sum_{\tau=t+1}^{\infty}\delta^{\tau-t}L_i(\tau)=\sum_{k=1}^{T}\sum_{n=0}^{\infty}\delta^{k+nT}L_i(t+k)= \sum_{k=1}^{T}\frac{\delta^k}{1-\delta^T}L_i(t+k)= \frac{1}{1-\delta^T}\sum_{k=1}^{T}\delta^k L_i(t+k) \tag{25}$$

对于给定的 t，由式(25)可得 $\lim\limits_{\delta\to 1}\varphi_i(t,\delta)=\infty$，$\dfrac{\partial\varphi_i(t,\delta)}{\partial\delta}>0$。由 $\dfrac{\partial\psi_i(t)}{\partial\delta}=0$ 以及 $\varphi_i(t,\delta)$ 在 $\delta\in(0,1)$ 内的连续性可知，存在 $\hat{\delta}(t)\in(0,1)$，使得当且仅当 $\delta\geqslant\hat{\delta}(t)$ 时 $\psi_i(t)\leqslant\varphi_i(t,\delta)$ 成立。这样，对于 $\bar{\delta}=\max\{\hat{\delta}(t)\mid t=1,2,\cdots,T\}$，当且仅当 $\delta\in(\bar{\delta},1)$ 时 $\psi_i(t)\leqslant\varphi_i(t,\delta)$ 成立。定理得证。

定理2中的 $\bar{\delta}\in(0,1)$ 称为临界贴现因子。该定理表明，存在 $\bar{\delta}\in(0,1)$ 使得当 $\delta>\bar{\delta}$ 时，式(21)对任何时段 t 都成立，这样合谋均衡就能够得以维持。发电公司维持其合谋均衡的临界贴现因子与其发电容量 k、发电生产成本以及负荷特性等因素有关。第4节将用数值方法分析一些市场参数对发电公司间形成默契合谋的影响。

4　算例分析

设负荷需求函数中的系数 $\alpha=15$，$Q(t)$ 的变化周期 $T=8$，且 $\{Q(t)\mid t=1,2,\cdots,8\}=\{100,110,130,135,140,135,130,110\}$，单位为 MW，这样式(20)中的 $\bar{t}=5$。下面研究发电生产成本分别为一次和二次函数两种情况：① $b=3.00$，$c=0$；② $b=$

3.00, $c=0.02$。分析为维持一个可实现垄断利润的合谋均衡,发电公司的临界贴现因子与其发电容量 k 的相关性。

$\pi_i^{\mathrm{N}}(t)$, $\pi_i^{\mathrm{D}}(t)$ 和 $\pi_i^{\mathrm{C}}(t)$ 分别为:

$$\begin{cases}\pi_i^{\mathrm{N}}(t)=p^{\mathrm{r}}(t)[D(p^{\mathrm{r}}(t),t)-k]- \\ \qquad C(D(p^{\mathrm{r}}(t),t)-k) \\ \pi_i^{\mathrm{D}}(t)=p^{\mathrm{m}}(t)k-C(k) \\ \pi_i^{\mathrm{c}}(t)=p^{\mathrm{m}}(t)\dfrac{D(p^{\mathrm{m}}(t),t)}{2}-C\left(\dfrac{D(p^{\mathrm{m}}(t),t)}{2}\right)\end{cases} \tag{26}$$

式中,当 $D(C'(k),t)\leqslant k$ 时, $p^{\mathrm{r}}(t)=C'(k)$。

4.1 在线性和二次生产成本函数下为维持合谋均衡所需要的临界贴现因子比较

在 b,c,α 和 $Q(t)$ 给定的前提下,由定理2及式(26)可知,为维持合谋均衡发电公司需要的临界贴现因子 $\bar{\delta}$ 仅与 k 有关,记为 $\bar{\delta}=\bar{\delta}(k)$。对于不同的 k,不难由式(26)计算出相应的 $\bar{\delta}(k)$,见图2。

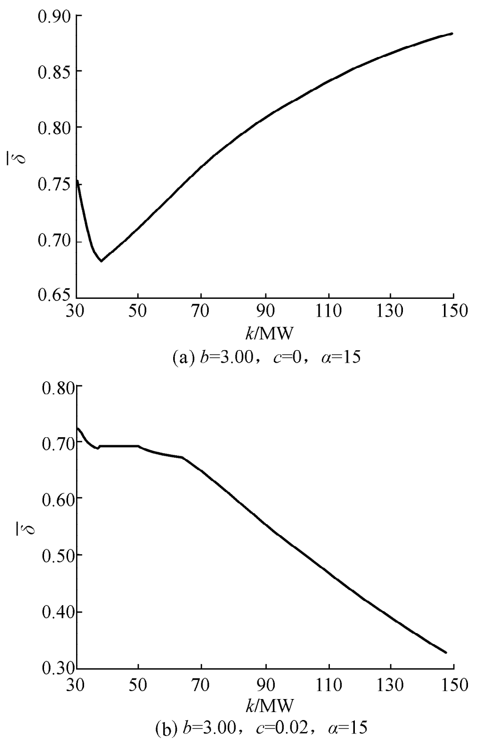


图2 临界贴现因子 $\bar{\delta}$ 随发电容量 k 的变化关系

Fig. 2 Changes of $\bar{\delta}$ with respect to k

从图2可以看出,为维持一个可实现垄断利润的合谋均衡,对于两种不同形式的生产成本函数,发电公司需要的临界贴现因子不同。当生产成本函数为线性时,发电公司的装机容量越大,合谋均衡越难维持;当生产成本函数为二次时,结果恰好相反。这是因为当生产成本函数为线性时,由于其边际成本为常数,发电公司背离合谋状态能获得的利润增加量与其容量(进而可能的发电出力)成正比,因此容量越大合谋就越难维持。而当发电生产成本函数为二次时,发电容量 k 越大(进而可能的发电出力越大)其边际成本越大,发电公司背离合谋状态所能获得的利润就越小,因此容量越大合谋越容易维持。由于发电生产成本函数更接近于二次函数,因此一般而言发电容量越大,默契合谋就越容易形成和维持。

4.2 负荷需求的周期性变化对维持发电公司间合谋均衡的影响

由式(22)和式(26)可知,发电公司 i 在负荷需求周期性变化的不同时期背离合谋状态时,获得的利润增加值 $\psi_i(t)$ 不同,换言之,维持合谋均衡所需的临界贴现因子不同,记为 $\bar{\delta}(t,k)$。下面分析负荷需求变化的一个周期内的两个不同时期,即负荷增长期(时段1至时段5)和负荷下降期(时段5至时段8),为维持默契合谋所需的 $\bar{\delta}(t,k)$。以 $t=3$ 和 $t=7$ 为例,采用式(26)分别求出当 k 取不同值时所需的临界贴现因子,即 $\bar{\delta}(3,k)$ 和 $\bar{\delta}(7,k)$,见图3。

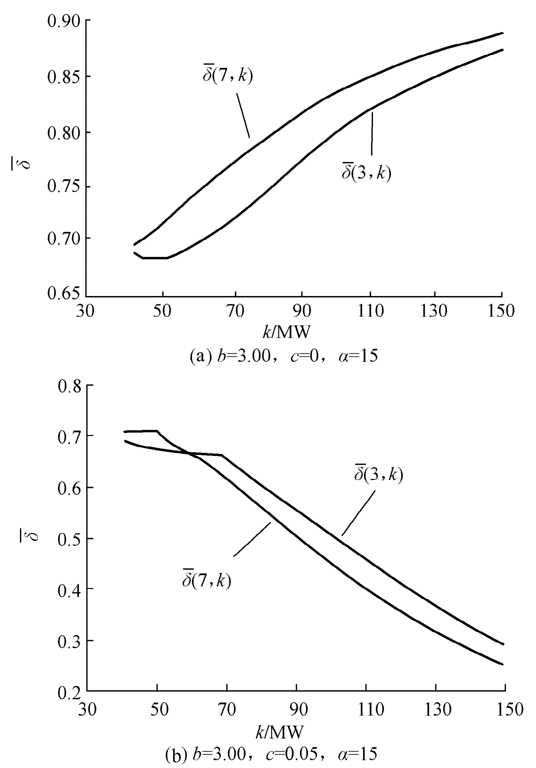


图3 $t=3$ 和 $t=7$ 时所需的临界贴现因子 $\bar{\delta}$ 与发电容量 k 的关系

Fig. 3 The critical discount factor with respect to k for the cases of $t=3$ and $t=7$

从图3可以得到下述结论:

1) 当发电生产成本函数为线性时,在负荷增

长时期维持合谋状态较在负荷下降时期所需要的贴现因子小，即发电公司的默契合谋在负荷增长时期较在负荷下降时期更容易形成和维持。这是由于在有容量约束的前提下，发电公司在负荷增长时期背离合谋状态所引起的长期损失较负荷下降时期大。文献[10]在没有考虑容量约束的情况下得到了相反的结论，这说明容量约束对默契合谋的形成与维持具有重要影响。

2)当发电生产成本函数为二次时,情况恰恰相反。这是由于发电公司在负荷增长时期背离合谋状态所引起的长期利润损失较负荷下降时期小,因而在负荷增长时期默契合谋状态更难形成和维持。

5　结语

在没有考虑输电容量约束并假设市场规约要求发电公司采用单段报价的前提下，本文研究了两家完全对称的发电公司在以统一市场出清价结算的电力市场中可能发生的默契合谋问题。首先针对一般的具有凸性的发电生产成本函数和线性负荷需求函数，研究了单时段拍卖中发电公司间的博弈问题，给出了纳什均衡存在性定理。之后，在无限重复非合作博弈理论的框架内，研究了发电公司间的默契合谋问题，计及了负荷需求变化的周期性，得到了默契合谋均衡可维持性的充分必要条件。在此基础上，针对线性和二次生产成本函数两种情况，采用数值方法分析了为维持默契合谋状态所需要的临界贴现因子与发电容量的关系，以及在负荷周期性变化的不同时期合谋均衡的可维持性。结果表明：不同形式的发电生产成本函数对合谋均衡解的影响不同；在成本函数为二次且满足一定条件的情况下，合谋均衡解一定存在且其可维持性随着发电公司装机容量的增加而增加;对于周期性变化的负荷,发电公司在负荷下降时段较上升时段更容易形成默契合谋。需要指出,虽然本文的研究工作是针对电力市场中的默契合谋问题进行的,但所采用的研究方法和一些研究结果具有普遍意义,并不仅仅局限于电力市场。

电力市场中发电公司间的默契合谋是一个重要但很困难的研究问题,本文仅做了初步的、探索性的研究工作，仍有很多问题有待研究或进一步研究，如不对称发电公司间的默契合谋问题、采用多段报价以及计及输电容量约束情况下发电公司间的默契合谋问题等。

参 考 文 献

[1] DAVID A K, WEN Fu-shuan. Market Power in Electricity Supply. IEEE Trans on Energy Conversion, 2001, 16(4): 352—360.

[2] 徐楠,文福拴.电力市场中发电公司间心照不宣的勾结浅析.电力系统自动化,2005,29(8):10—15.
XU Nan, WEN Fu-shuan. Preliminary Analysis of Tacit Collusion Among Generation Companies in Electricity Markets. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(8): 10—15.

[3] TIROLE J. The Theory of Industrial Organization. Cambridge (MA,USA): MIT Press, 1998.

[4] FRIEDMAN J W. A Non-cooperative Equilibrium for Supergames. Review of Economic Studies, 1971, 38(1): 1—12.

[5] FRIEDMAN J W. Game Theory with Applications to Economics. New York (USA): Oxford University Press, 1986.

[6] MCAFEE R P, MCMILLAN J. Bidding Rings. American Economic Reviews, 1992, 82(3): 579—599.

[7] GOSWAMI G, NOE T H, REBELLO M J. Collusion in Uniform Price Auction: Experimental Evidence and Implications for Treasury Auctions. The Review of Financial Studies, 1996, 9(3): 757—785.

[8] GREEN E J, PORTER R H. Noncooperative Collusion Under Imperfect Price Information. Econometrica, 1984, 52(1): 87—100.

[9] BAGWELL K, STAIGER R W. Collusion over the Business Cycle. RAND Journal of Economics, 1997, 28(1): 82—106.

[10] HALTIWANGER J, HARRINGTON J. The Impact of Cyclical Demand Movements on Collusive Behavior. RAND Journal of Economics, 1991, 22(1): 89—106.

[11] ARMSTRONG M, COWAN S, VICKERS J. Regulatory Reform——Economic Analysis and British Experience. Cambridge (MA,USA): MIT Press, 1994.

[12] BORENSTEIN S, BUSHNELL J, WOLAK F. Diagnosing Market Power in California's Restructured Wholesale Electricity Market. http://www.nber.org/paper/w7868.

[13] MACATANGAY R E A. Tacit Collusion in the Frequently Repeated Multi-unit Uniform Price Auction for Wholesale Electricity in England and Wales. European Journal of Law and Economics, 2002, 13(3): 257—273.

[14] FABRA N, TORO J. Price Wars and Collusion in the Spanish Electricity Market. http://www2.fundation-centra.org/pdfs/E200105.pdf.

[15] FABRA N. Tacit Collusion in Repeated Auctions: Uniform Versus Discriminatory. The Journal of Industrial Economics, 2003, 51(3): 271—293.

[16] FHER V D N H, HARBORD D. Competition in Electricity Spot Markets: Economic Theory and International Experience. http://econwpa.wustl.edu/eps/io/papers/0203/0203006.pdf.

[17] DASGUPTA P, MASKIN E. The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Games (Ⅰ): Theory. Review of Economic Studies, 1986, 53(1): 1—26.

马新顺(1964—),男,博士研究生,主要从事电力市场方面的研究工作。E-mail: xsma@eee.hku.hk

(下转第27页　continued on page 27)

(上接第 7 页　continued from page 7)

文福拴(1965—)，男，博士，主要从事电力市场及电力系统故障诊断方面的研究工作。E-mail：fswen@eee.hku.hk

刘建新(1962—)，男，教授，主要从事电工理论与新技术及电力市场方面的研究工作。E-mail：dicncepu@heinfo.net

An Investigation on the Mechanism of Tacit Collusions Among Generation Companies in Electricity Markets

MA Xin-shun[1], *WEN Fu-shuan*[2], *LIU Jian-xin*[1]

(1. North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

(2. The University of Hong Kong, Hong Kong, China)

Abstract: The infinitely repeated auctions in electricity markets facilitate the forming of tacit collusions among generation companies which certainly have negative effects on the normal and efficient operation of electricity markets. In the framework of infinitely repeated non-cooperative game theory under complete information, an effort is made for examining the mechanism of tacit collusions among generation companies. A single-period static gaming model is first developed for two symmetrical generation companies in an electricity market with the market clearing price (MCP) employed for settlement, and the existence of a Nash equilibrium state is proved. On this basis, the mechanism of the tacit collusion among two generation companies in infinitely repeated auctions is next investigated with cyclical demand fluctuations taken into consideration, and a sufficient as well as necessary condition is obtained concerning the sustainability of a tacit collusion equilibrium state. The relationships between the sustainability of the tacit collusion and generation installed capacities of generation companies as well as the cyclical load fluctuations are analyzed through both theoretical and numerical studies, and the impacts of linear and quadratic production cost functions on the tacit collusion equilibrium state are examined.

This work is jointly supported by the Research Grant Committee (RGC) of Hong Kong Government (No. 7173/03E) and a seed funding project from the University of Hong Kong (No. 10205245/38689/14300/301/01).

Key words: electricity market; noncooperative game; tacit collusion; cyclical demand fluctuation