第 39 卷　第 12 期　2015 年 6 月 25 日
DOI：10.7500/AEPS20140707008
电力系统自动化
Automation of Electric Power Systems
Vol.39 No.12 June 25，2015

基于 Allan 方差的磁光玻璃型光学电流互感器噪声分析

李岩松，欧阳进，刘　君，曹丽欣
（华北电力大学电气与电子工程学院，北京市 102206）

摘要：为了更有效地提高光学电流互感器（OCT）的信噪比，针对 OCT 的噪声特性，提出一种基于 Allan 方差的噪声分析方法。应用所提方法结合光电探测器结构以及实验采集得到的噪声性质将噪声分为 6 类：量化噪声、高斯白噪声、$1/f$ 噪声、指数相关噪声、温度相关噪声以及正弦噪声。进一步得到含有 6 类噪声项的 OCT 随机噪声模型。针对实测数据，计算辨识了磁光玻璃型 OCT 随机噪声模型中各主噪声源的噪声系数。实验结果表明所提方法能有效地辨识出磁光玻璃型 OCT 的各个噪声项系数。通过该方法得到的噪声模型能够提高输出信噪比，为 OCT 应用实时滤波算法提高测量精度奠定了基础。

关键词：磁光玻璃；光学电流互感器；Allan 方差；噪声分析；测量精度

0　引言

基于法拉第磁光效应的光学电流互感器（OCT）一直是新型电流互感器的研究热点，相比于传统的电磁式电流互感器，它具有无饱和、绝缘性能好、抗电磁干扰、易于同微机保护接口、动态响应能力与电流大小无关等优点[1-3]。OCT 传感部分通常采用抗磁性材料，能够有效减小非线性误差以及各谐波引起的畸变，但在测量小电流时，得到的光电信号往往小于内部噪声信号。同时，干扰信号与被测信号具有频段相重叠的特点，故障时还可能出现“强噪声、弱信号”现象[4]，导致输出信噪比低、测量精度低、难于还原的问题，这使得很难从频域的角度，用传统的滤波器来消除噪声的影响。而从时域的角度采用粒子滤波[5]能够有效地克服传统方法的不足，有效提高 OCT 的输出信噪比和测量精度。但是粒子滤波算法是一种基于状态转移和量测模型的非线性非高斯算法[6]，其计算精度依赖于模型的精确性。因此，准确地对噪声建模与辨识是提高 OCT 的输出信噪比和测量精度必须解决的问题。

Allan 方差法是一种基于时域的分析方法，可用于分析精密仪器的误差特性[7]。文献[7]证明了 Allan 方差噪声建模理论在 FOCT 噪声特征分析方面的可行性，但是没有对 OCT 本身的噪声进行建模和辨识噪声项系数。本文采用 Allan 方差法，针对磁光玻璃型 OCT 提出一种基于 Allan 方差的 OCT 噪声分析方法。应用该方法得到了含有 6 类噪声项的 OCT 随机噪声模型，通过分析实验室 OCT 硬件平台所采集得到的数据，计算辨识了 OCT 随机噪声模型中各主噪声源的噪声系数。

1　OCT 的基本原理

法拉第效应原理如图 1 所示。

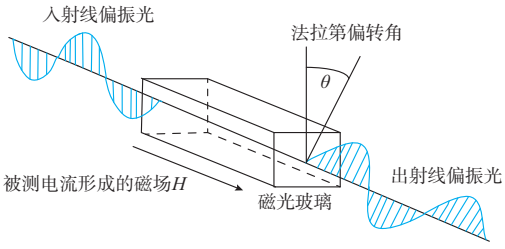

图 1　法拉第效应原理
Fig.1　Principle of Faraday magneto-optical effect

根据法拉第磁光效应，磁光材料中的线偏振光，在通过加有外界磁场的透明介质时（外界磁场由载流导体产生，其方向平行于光的传播方向），其偏振面将发生偏转，偏转角为出射后的线偏振光与入射时的偏振平面所构成的夹角，满足如下关系[8]：

$$\theta=\mu V\int H\,\mathrm{d}l \tag{1}$$

式中：μ 为介质磁导率；V 为材料的费德尔常数；H 为外界磁场的磁场强度；l 为偏振光在介质中的光程。

当光传播的路线围绕载流导体形成 N 个闭合

收稿日期：2014-07-07；修回日期：2014-10-28。
国家自然科学基金资助项目（51277066）。

回路时，则由安培环路定律可知：

$$\theta = VNI \tag{2}$$

因此要测量电流 I，只需要测量出 θ。但 θ 不能被直接测量，根据马吕斯定律一般将偏转角信号转换为光强信号，再将光强信号转换为可测的电信号进行信号处理，在这个过程中产生了内部噪声[9]。

OCT 的噪声有很多来源，像机械、散光这样外部因素导致的噪声较易消除。系统内部如光电探测器中产生的固有噪声，具有随机性，只能根据其统计规律进行滤波，是影响 OCT 精度的重要因素[10]。

2　OCT 的 Allan 方差噪声分析

Allan 方差是一种基于时域的分析方法[11]，能够较容易地表征和辨识出 OCT 中的各类误差源和整个噪声统计特性，并且识别出对应噪声项的来源及其对总误差的贡献，不同的噪声项将出现在不同的域内[12-13]，这样就能对 OCT 的噪声进行建模与辨识。基于磁光效应的磁光式 OCT 大体分为两类：磁光玻璃型 OCT 及全光纤电流互感器(FOCT)。FOCT 与磁光玻璃型 OCT 虽然结构不同，但基本原理都是依据法拉第磁光效应，噪声产生机理类似，因此本文所提的噪声分析方法同样适用于 FOCT。

Allan 方差 $\sigma^2(\tau)$ 与原始测量数据中噪声项的双边功率谱密度(PSD) $S(f)$ 之间存在唯一确定的关系[14]：

$$\sigma^2(\tau) = 4\int_0^{\infty} S(f)\,\frac{\sin^4(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^2}\mathrm{d}f \tag{3}$$

式中：f 为频率；τ 为相关时间。

由式(3)可以看出：相关时间 τ 内 Allan 方差与噪声的总能量成正比，这就相当于随机过程的总功率谱通过一个传递函数为 $\sin^4 x/x^2$ 的滤波器，通过调节这个滤波器的带宽，能够检验不同类型的随机过程。因此，Allan 方差法就可以辨识数据中存在的不同噪声项[15]。

2.1　基于 Allan 方差的 OCT 噪声分析方法

1)获取电流数据。以固定的采样频率 f 对 OCT 的输出电流进行采集，共采样了 L 个点，得到长度为 L 的 OCT 电流样本空间，包含电流数据 $w_1, w_2, \cdots, w_L$。

2)生成独立数组。将 OCT 电流样本空间中每 m($m=1,2,\cdots,M$，$M<L/2$)个电流数据分成一组，得到 J 个独立的数组，$J=[L/m]$，[ ]表示向下取整。

3)平均电流数据。对每组原始数据取平均值，即求群平均 $\overline{w}(m)$，得到元素为群平均的随机变量集合：

$$\overline{w}_k(m) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} w_{(k-1)m+i} \tag{4}$$

式中：$k=1,2,\cdots,J$。

4)计算方差。定义每个数组的持续时间 $\tau_m = mT_s$ 为相关时间，Allan 方差可按下式计算：

$$\sigma^2(\tau_m) = \frac{1}{2(J-1)}\sum_{k=1}^{J-1}(\overline{w}_{k+1}(m) - \overline{w}_k(m))^2 \tag{5}$$

Allan 方差的平方根 $\sigma(\tau)$ 通常称为 Allan 标准差。Allan 方差的估计精度与组数 J 有关，J 越大精度越高。其误差区间的计算公式为：

$$\delta(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{2L}{m-1}}} \tag{6}$$

2.2　含有 6 类噪声项的 OCT 随机噪声模型

光电探测器系统中产生的噪声是影响 OCT 准确度的一个重要因素，根据光电探测器的电路结构以及实验采集数据的特性，本文将 OCT 主要噪声源分为：量化噪声、高斯白噪声、$1/f$ 噪声、指数相关噪声、温度相关噪声以及正弦噪声。下面给出这 6 类噪声的物理意义及对应的 Allan 方差。

1)量化噪声

量化噪声代表了 OCT 的最低分辨水平，是由数字信号处理系统中的 AD/DA 转换器的数字特性引起的，噪声的大小取决于数据采集系统的精度和初始采样时间的选取等，在采样速度很快的系统中，量化噪声会成为主要的噪声源。其功率谱密度 $S(f)=(2\pi f)^2Q^2\tau$，Q 为量化噪声的系数，将其代入式(3)并积分得到：$\sigma^2(f)=3Q^2/\tau^2$。

2)高斯白噪声

高斯白噪声包括光电探测器中固有的噪声：热噪声、散粒噪声、产生-复合噪声(g-r 噪声)、温度噪声。高斯白噪声的频谱属于白噪声频谱，与频率无关，其功率谱密度 $S(f)=G^2$，G 为高斯白噪声的系数，将其代入式(3)并积分得到：$\sigma^2(f)=G^2/\tau$。

3)$1/f$ 噪声

$1/f$ 噪声又称为电流噪声或低频噪声，这种噪声的特点是噪声功率谱密度与频率成反比，$1/f$ 噪声主要出现在 1 kHz 以下的低频区，当工作频率大于 1 kHz 时，这种噪声的影响就大大减小。其功率谱密度为：

$$S(f) = \begin{cases} \dfrac{B^2}{f} & f \leqslant f_{\mathrm{h}} \\ 0 & f > f_{\mathrm{h}} \end{cases} \tag{7}$$

式中：f_{h} 为截止频率，在光电探测器中等于 1 kHz；

B 为 $1/f$ 噪声的系数，将其代入式(3)并积分得到：$\sigma^2(f)=B^2/(2\ln 2)$。

4)积分噪声

积分噪声是信号功率谱密度积分的结果，其来源不太确定，可能产生于光电探测器的偏置电路和放大电路。这一噪声的功率谱密度 $S(f)=K^2/f^2$，K 为积分噪声系数，根据式(3)得到：$\sigma^2(f)=(2\pi K)^2\tau/3$。

5)温度相关噪声

温度相关噪声可能是有光强在长时间内非常缓慢地单调变化以及外界环境引起的温度变化引起的。它的功率谱密度 $S(f)=R^2/f^3$，R 为温度相关噪声系数，根据式(3)得到：$\sigma^2(f)=4\pi^3R^2\tau^2$。

6)正弦噪声

正弦噪声由一组特定的频率函数表示，其高频噪声可能是由于激光放电中的等离子体振荡，而低频噪声是由于环境的周期性变化引起测试平台的缓慢运动而造成的。包含单一频率的正弦噪声的 PSD 为：$S(f)=A^2[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)]/2$，$A$ 为噪声幅值，f_0 为噪声的固有频率，根据式(3)得到：$\sigma_\omega^2(f)=A^2[\sin^2(\pi f_0\tau)/(\pi f_0\tau)]^2$。

测试表明，在大多数情况下，不同的噪声项存在于在不同的域，各噪声项在 $\sigma(\tau)$-τ 双对数图中的曲线斜率如图 2 所示。

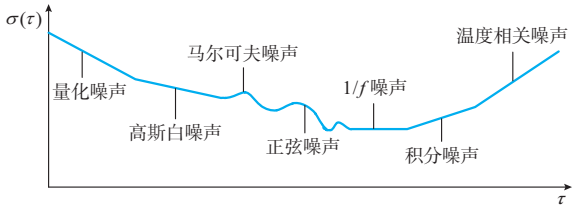

图 2　噪声的 Allan 方差典型分布图
Fig.2　Schematic diagram of the Allan variance for noise

若各噪声源是统计独立的，则 Allan 方差可以表示成各类型误差的平方和：

$$\sigma_{\text{total}}^2=\sum_{n=-2}^{2}A_n^2\tau^n+A_s^2\left(\frac{\sin^2(\pi f_0\tau)}{\pi f_0\tau}\right)^2 \tag{8}$$

式中：$A_n(n=-2,-1,0,1,2)$ 分别表示量化噪声、高斯白噪声、$1/f$ 噪声、积分噪声以及温度相关噪声系数；A_s 为正弦噪声系数。由于方差一般较小，拟合标准差则可以提高拟合精度，式(8)可近似为：

$$\sigma_{\text{total}}=\sum_{n=-2}^{2}A_n\tau^{\frac{n}{2}}+A_s\frac{\sin^2(\pi f_0\tau)}{\pi f_0\tau} \tag{9}$$

式中：$\tau=m\tau_0$，τ_0 为采样时间。

在最小均方意义下，拟合函数 $\sigma(\tau)$ 可以求出 A_n。

3　实验分析

利用实验室的 OCT 及数据采集卡 BNC-2110 进行数据采集，电路结构如图 3 所示。光学电流互感器输入电源为 0，这样采集得到的电流即为 OCT 的零输入噪声。

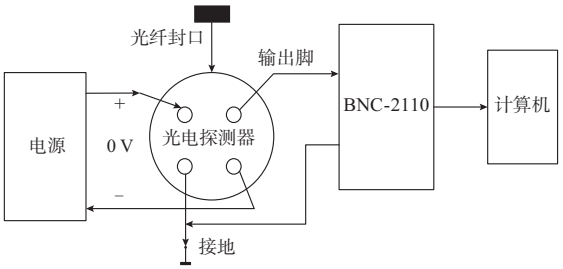

图 3　OCT 零输入噪声采集电路
Fig.3　Sampling circuit of zero input noise

本文利用 Labview 可视化开发工具，编写了数据采集程序，采样时间为 932 s，采样频率为 6 400 Hz，即对 50 Hz 的正弦波每周期内采样 128 次。采集信号如附录 A 图 A1 所示。

采集的数据点总数为 5 965 520 个，将数据分为独立组数 $J=1\ 250$，由式(3)可得数据精度误差为 2%。现对这组数据作 Allan 方差，结果如图 4 所示。

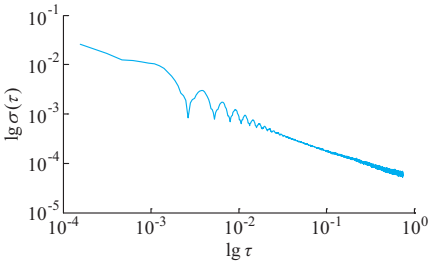

图 4　实测数据的 Allan 方差曲线
Fig.4　Allan variance curve of measured data

由图 4 可知，在平均时间较小的部分，Allan 曲线的斜率为 −0.5，与其对应的主要误差项为高斯白噪声；在平均时间稍大的部分，Allan 曲线为正弦波形，与其对应的主要误差项是正弦噪声；而在 lg τ 为 0.8 到 1 的部分，Allan 曲线的斜率为 0 左右，与其对应的主要误差项是 $1/f$ 噪声。

利用 6 类噪声拟合模型对 Allan 方差进行拟合时，如何准确地辨识正弦噪声的频率对拟合模型的精度有着很大程度的影响。

为了说明一般性，以频率为 50 Hz 的正弦信号为例，对其进行 Allan 方差分析，方差曲线如附录 A 图 A2 所示。可以看出：在相关时间 0.01 s 以前，其主要表现为斜率为 +1 的形式；在 0.01 s 以后，主要表现为多个连续的波峰。图中的连续峰值的振幅下

降很快，不易对其成分进行量化。但是通过分析式(8)，当 $\pi f_0 \tau = \pi$ 时，正弦噪声的值为极小值。在实测数据的 Allan 方差中，极小值出现在相关时间 $\tau = 17/6\ 400$，即 $f = 376$ Hz 附近。对这组数据进行频域分析如附录 A 图 A3 所示，在 $f = 370$ Hz 时存在峰值，因此正弦噪声的频率为 370 Hz。

将此频率正弦噪声加入拟合模型之中，根据式(8)的拟合模型，利用最小二乘法对实测数据的 Allan 方差进行拟合，获得量化噪声、高斯噪声、$1/f$ 噪声、积分噪声、温度相关噪声、正弦噪声系数分别为：$1.257\ 8 \times 10^{-5}$，0.129×10^{-5}，$5.853\ 9 \times 10^{-5}$，$5.853\ 9 \times 10^{-5}$，$5.853\ 9 \times 10^{-5}$，$8.528\ 087 \times 10^{-3}$，其拟合曲线如附录 A 图 A4 所示。

由上文得出以下结论。

1)量化噪声、高斯白噪声、$1/f$ 噪声和正弦噪声是主要噪声源。

2)温度噪声和积分噪声相对上述主要噪声要小很多，说明这两类噪声的影响很小。

根据得到的各类噪声项系数建立输入噪声模型，分别给出以此噪声模型和高斯白噪声作为输入噪声模型时，对无迹粒子滤波(UPF)结果的影响。

对含噪声的输入电流采用 UPF 进行滤波，输入电流幅值为 0.2 A，叠加的噪声为本文所采集的零输入噪声。滤波结果如附录 A 图 A5 所示，黑色波形为不含噪声的输入电流波形，蓝色波形为应用本噪声模型的滤波后电流波形，红色波形为直接采用高斯白噪声作为噪声模型后得到的滤波后电流波形，因为初值设为 0，所以滤波开始时误差较大。可以发现：与采用高斯白噪声作为输入模型相比，本文所提出的方法辨识得到的噪声模型作为无迹粒子滤波的噪声模型时，能有效提高 OCT 的滤波精度及输出信噪比。

4　结论

1)提出了一种基于 Allan 方差的 OCT 噪声分析方法。根据 OCT 输出噪声的功率谱密度特性及其在 Allan 方差中与相关时间的关系，应用该噪声分析方法将 OCT 噪声分为 6 类，并对其特性进行了分析。

2)实验结果表明，使用 Allan 方差法能够有效地分离并辨识出主要随机误差源，可以得到各类噪声源对 OCT 造成的影响，可以对 OCT 性能下降的因素作出改进。根据各类噪声的 PSD，可以建立 OCT 的噪声模型。

附录见本刊网络版(http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx)。

参考文献

[1] 许扬，陆于平，卜强生，等.光纤电流互感器对保护精度和可靠性的影响分析[J].电力系统自动化，2013，37(16)：119-124.
XU Yang, LU Yuping, BU Qiangsheng, et al. Analysis for effect of fiber-optic current transformer on protection accuracy and reliability[J]. Automation of Electric Power Systems, 2013, 37(16): 119-124.

[2] 罗彦，段雄英，邹积岩，等.电子式互感器中数字同步和数字通信技术[J].电力系统自动化，2012，36(9)：77-82.
LUO Yan, DUAN Xiongying, ZOU Jiyan, et al. Digital synchronization and communication technology for electronic transformer[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(9): 77-82.

[3] 黄荔生，马善军，许灿华，等.光学电压互感器偏光干涉测量模式[J].电力系统自动化，2014，38(2)：97-114.
HUANG Lisheng, MA Shanjun, XU Canhua, et al. Polarization interference measuring mode of optical voltage transducer[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(2): 97-114.

[4] 李岩松，周浩，刘君，等.自适应光学电流互感器的光学传感微弱信号检测方法[J].电力系统自动化，2010，34(16)：75-78.
LI Yansong, ZHOU Hao, LIU Jun, et al. Sensing weak signal detection method for adaptive optical current transducer[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(16): 75-78.

[5] 向勇，李岩松.基于粒子滤波的光学电流互感器信号处理方法研究[J].电力系统保护与控制，2013，41(18)：101-104.
XIANG Yong, LI Yansong. Research of signal processing of optical current transducer based on particle filter[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(18): 101-104.

[6] 朱志宇.粒子滤波算法及其应用[M].北京：科学出版社，2010.

[7] 王立辉，伍雪峰，孙健，等.光纤电流互感器噪声特征及建模方法研究[J].电力系统保护与控制，2011，39(1)：62-66.
WANG Lihui, WU Xuefeng, SUN Jian, et al. Research on character and modeling method of noise in fiber optic current transducer (FOCT)[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(1): 62-66.

[8] 李岩松，郭志忠，杨以涵，等.提高光学电流互感器运行稳定性的方法[J].电力系统自动化，2006，30(18)：61-65.
LI Yansong, GUO ZhiZhong, YANG Yihan, et al. Method to improve the operating stability of optical current transducer[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(18): 61-65.

[9] 李岩松，张国庆，于文彬，等.基于自适应滤波的光学电流互感[J].电网技术，2003，27(11)：64-67.
LI Yansong, ZHANG Guoqing, YU Wenbin, et al. Signal noise decomposed in optical current transducer based on adaptive filter[J]. Power System Technology, 2003, 27(11): 64-67.

[10] 马大千.直流光学电流互感器信号检测技术的研究[D].北京：华北电力大学，2008.

[11] IEEE Std 952—1997　IEEE standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros[S]. 1998.

(下转第 137 页　continued on page 137)

（上接第 129 页　continued from page 129）

[12] LI Jintao, FANG Jiancheng. Not fully overlapping Allan variance and total variance for inertial sensor stochastic error analysis[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 62(10): 2659-2671.

[13] 毛奔,林玉荣.惯性器件测试与建模[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2007.

[14] 肖明耀.误差理论与应用[M].北京:计量出版社,1985.

[15] 李京书,许江宁,查峰,等.基于 6 类噪声项拟合模型的光纤陀螺噪声特性分析方法[J].兵工学报,2013,34(7):835-839.
LI Jingshu, XU Jiangning, ZHA Feng, et al. Analysis method for the noise characteristics of fiber optic gyroscope based on fitting model of six noise items[J]. Acta Armamentarii, 2013, 34(7): 835-839.

李岩松(1970—),男,通信作者,副教授,主要研究方向:电力系统分析运行与控制、光学技术在电力系统中的应用。E-mail: liyansong811@126.com

欧阳进(1990—),男,硕士研究生,主要研究方向:光学电流互感器及电力系统分析运行与控制。E-mail: tcoys1999@aliyun.com

刘　君(1970—),女,副教授,主要研究方向:电力系统分析运行与控制、光学技术在电力系统中的应用。

（编辑　代长振）

Analysis on Noise of Magneto-optical Glass Type Optical Current Transformer Based on Allan Variance

LI Yansong, OUYANG Jin, LIU Jun, CAO Lixin

(School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: In order to more effectively improve the optical current transformer (OCT) signal noise ratio, with focus on the noise characteristics of OCT, a method of OCT noise analysis based on Allan variance is proposed. With this method and by referring to the structure of noise and noise properties of OCT, noise can be divided into six types: quantized noise, white Gaussian noise, $1/f$ noise, index related noise, temperature noise and sinusoidal noise. Thus an OCT random noise model containing six type noise terms is obtained. Calculate and identify the noise factor of all the main noise sources in the OCT random noise model from the measured data of OCT for laboratory. Experiments show that this method is able to effectively identify each noise coefficient of OCT, laying a foundation for OCT using the real-time filtering algorithm to improve measuring precision.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51277066).

Key words: magneto-optical glass; optical current transformer; Allan variance; noise analysis; measurement precision