

# 基于博弈论的发电商报价策略

武智勇<sup>1</sup>, 康重庆<sup>1</sup>, 夏清<sup>1</sup>, 戴国华<sup>2</sup>, 沈瑜<sup>1</sup>, 周安石<sup>1</sup>, 丁军威<sup>1</sup>

(1. 清华大学电机系, 北京市 100084; 2. 黑龙江电力公司黑河电业局, 黑龙江省北安市 104096)

**摘要:** 在电力市场环境下, 发电商可以通过策略性报价来极大化自己的收益, 其竞价过程可以被描述成一个不完全信息的非合作博弈过程。文中在分析策略性报价方法研究现状的基础上, 提出了电厂优化报价问题的数学模型, 并给出了基于博弈论和概率论的求解方法。该解法通过引入虚拟对手的概念和参数估计的方法, 较好地解决了通常难以处理的多人博弈和不完全信息问题。同时研究了重复博弈模型, 其结论是: 当各个博弈方采用相同报价机制时, 最终收敛于纳什(Nash)均衡点。算例结果表明了本文方法的有效性。

**关键词:** 电力市场; 报价策略; 不完全信息博弈论; 纳什(Nash)均衡; 参数估计

**中图分类号:** TM73; F123. 9; O22

## 0 引言

当前电力市场研究主要集中在电网交易系统, 对电厂报价行为研究甚少。事实上, 当经营利益与经营效果直接挂钩后, 电厂将追求其自身的利润最大化。利润等于销售收入与其成本之差。销售收入是电价与电厂售电量的乘积。电厂的报价决定了其自身在发电市场中可以占有的市场份额, 直接影响到其自身的利润。

在实际电力市场运作中, 报价是电力市场中电厂的基本行为。电厂的报价反映了电厂的运行成本和市场供求, 决定着机组能否上网发电及其上网电量。从电网的角度看, 科学的报价可以为电网提供良好的运行条件, 最大程度地优化安排机组出力。因此, 研究电厂报价策略是发电商和系统购电方一致的需求。

制定电厂报价策略要考虑以下两个因素: 一是电厂的成本, 成本加合理的利润构成了电能这一商品的价值; 二是市场的供求状况和电能资源的边际价格。因此, 严格核算成本和捕获市场中获利的商机是电厂报价系统的核心。文献[1]较早地研究了在电力市场环境下发电商的策略性报价问题。从广义上说, 发电商进行策略性报价共有以下 3 种主要的方法<sup>[2]</sup>。

第 1 种是基于预测市场出清价(MCP)的策略性报价方法。如果一个发电商可以准确预测出市场的出清价, 那么他只要报出稍微低于市场 MCP 的

价格即可获利。由于在大多数的电力市场中可供查询的公开数据十分有限, 因而精确地预测 MCP 十分困难。

第 2 种是基于预测其他竞争对手的报价行为的方法。这种方法需要对整个市场中所有竞争对手的报价策略和费用函数的分布函数的各项参数进行预测, 然后利用概率论或者模糊数学的方法得到报价曲线和收益函数的期望值, 最终决定己方的报价策略。

第 3 种是基于博弈论的策略性报价方法。博弈论是研究市场经济的重要工具。由于电力市场采用的封闭式拍卖交易方式可以被描述成一个近似的不完全信息非合作博弈过程, 所以用博弈论来进行策略性报价, 其模拟的结果可能更加接近实际。国内外众多学者发表了很多用博弈论来研究电力市场的文章<sup>[3~7]</sup>, 归纳其应用的主要难点有两个。其一是对不完全和不完美信息的处理。例如: 电厂竞价上网, 一个成功的报价不仅取决于自己的实力, 还有赖于他人如何报价。由于在电力市场环境下, 各个竞争对手的报价历史数据以及费用函数都属于商业机密而不公开, 所以这种方法的参数预测准确度很难得到保障。如何处理这种既不完全也不完美的信息是博弈论的一个重要的课题。其二是多人博弈问题。相比于双人博弈, 多人博弈的理论和算法研究还不够成熟、完善, 而且计算量也大得多。如何处理这个问题也是一个重要的研究课题。

## 1 交易中心的决策过程分析

电厂的报价决策, 必须基于交易中心的电力交

易决策模型与算法。如果脱离交易中心的模型与算法,所设计的电厂报价决策方法必然是失败的。因此,这里首先分析交易中心的决策过程。

为了简化问题,突出本质,本文针对下述决策模型进行分析:假设市场由  $n$  个独立的发电厂商组成,每个发电厂商提供报价曲线  $B_i = B_i(S_i, P_i)$ ,其中  $P_i$  为机组  $i$  的出力或发电量,  $S_i$  为该机组的报价策略向量,即报价曲线的参数。交易中心收到各个发电商的报价后,利用市场均衡理论计算出一个满足系统经济性、安全性要求的机组出力分配方案。简化的模型为求解以下的联立方程<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} B_j(S_j, P_j) = R & j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n P_j = Q \end{cases} \quad (1)$$

式中: $R$  为市场出清价 MCP;  $Q$  为市场需求; 第 1 个方程表示系统边际电价; 第 2 个方程表示系统的供需平衡。

## 2 单次报价的决策方法

### 2.1 基本问题的描述

在掌握交易中心的电力交易决策模型与算法的基础上,机组  $i$  的报价策略可以转化成以下优化问题,即追求收益最大化的问题:

$$\text{目标函数: } \max U_i = RP_i - C_i(P_i) \quad (2)$$

$$\text{约束条件: 联立方程(1)}$$

式中:  $C_i(P_i)$  为机组  $i$  的费用函数;  $U_i$  为机组  $i$  的收益函数。

### 2.2 虚拟等值竞争对手的概念

对上述模型而言,任何一个电厂的竞争对手有  $n - 1$  个,构成多人博弈模型。本文引入一个虚拟报价者,将多人博弈模型转化成双人博弈模型。假定研究对象为某电厂 A,则电厂 A 的所有  $n - 1$  个博弈对手被虚拟成一个等价厂商 B,从而使得原来需要预测所有博弈对手的报价曲线和收益曲线的工作大大简化,转化为预测这个虚拟对手的报价曲线和收益曲线。这样,根据这个虚拟厂商报价策略的估计结果就可以制定出己方的最佳反应策略。这种虚拟的优点如下:

a. 符合市场规则。市场公布的数据只有 MCP 和成交量,而各个机组具体的报价信息以及各自的市场份额是不可知的。通过市场成交电价和己方的市场份额可以较直接地推算出虚拟机组的市场份额和报价曲线。

b. 简化计算。双人博弈的理论和算法比较成熟,并且双人博弈的计算量将远小于多人博弈的计算量。

c. 提高精度。对各个具体的机组进行预测,所要估算的参数很多,带来的误差将会在多人博弈过程中造成误差的累加,从而降低计算精度。而将竞争对手虚拟成等值对手之后,所要进行预测的参数数目将大大减小,从而提高了精度。

为了描述方便,下文假设己方为博弈方 1,虚拟的等值对手为博弈方 2。

### 2.3 基于博弈思想的报价决策

本文采用博弈的思想来求解以上的优化问题。根据虚拟等值竞争对手的概念,以上报价策略的制定转化成一个双人博弈问题。假定策略空间为  $S = [S_1, S_2]$ ,其中  $S_1$  为己方策略,  $S_2$  为虚拟对手策略。在只允许电厂一次报价的情况下,其报价决策过程如下:

a. 根据交易中心发布的各种历史信息和当天数据,估算出对手策略的概率分布,从而得到对手的概率密度函数  $p_{df2} = p_{df2}(S_2)$ ;

b. 针对虚拟对手的每个投标策略(具有一定的概率),均求解联立方程(1),得到市场 MCP 和己方所占有的市场份额  $P_1$  的表达式,代入式(2),解得己方收益函数  $U_1$ ;

c. 对收益函数求导,得出己方的最佳反应函数为:

$$\frac{\partial U_1}{\partial S_1} = 0 \Rightarrow S_1 = g_1(S_2) \quad (3)$$

d. 由估算出竞争对手的策略分布  $p_{df2}$  得到己方最佳策略期望为:

$$S_1^* = E(S_1) = E(g_1(S_2)) = \int g_1(S_2) p_{df2}(S_2) dS_2$$

从而得到己方最佳报价曲线。

### 2.4 对虚拟对手的参数估计

一般情况下,根据交易中心公布的信息不足以完全确定对手的准确策略。这就需要在市场的不完全信息的基础上,对虚拟对手的策略进行参数估计,从而推断出虚拟对手策略的分布。下面给出一种参数估计的思路并举例说明。

由交易中心公布的数据即市场出清价  $R$ 、总成交量  $P_{all}$  和自己获得的市场份额  $P_1$  可以确定: 虚拟对手报价曲线必然通过  $(P_{all} - P_1, R)$  点。

为了方便分析,如果假定虚拟对手的报价曲线为一直线,即:

$$B_2 = B_2(S_2, P_2) = B_2(\alpha_2, \beta_2, P_2) = \alpha_2 + \beta_2 P_2$$

这里  $S_2 = [\alpha_2, \beta_2]^T$ 。此时需要估计两个参数: 截距  $\alpha_2$  和斜率  $\beta_2$ 。但目前的已知条件只知道过一个点,因此无法准确确定所有参数。如果假设斜率  $\beta_2$  符合某种概率分布,那么可以根据两个参数之间的

关系计算出  $\alpha_2$  分布,从而得到虚拟对手的策略分布。例如,如果假定  $\beta_2$  在区间  $[\beta', \beta'']$  之间均匀分布,那么可以计算  $\alpha_2$  在  $[R - \beta''(P_{\text{all}} - P_1), R - \beta'(P_{\text{all}} - P_1)]$  之间处于均匀分布。对于将要进行报价的交易时段,以负荷水平、气温等为影响因素,从历史数据中提取出相关系数较大的数据进行统计分析,就可以估算出虚拟对手的报价策略的概率分布。

### 3 重复报价的决策过程

所谓重复报价,即指每次报价所得的系统 MCP 和成交量都公布,发电厂商可以在此基础上修改各自报价后再次报价。此时,双方博弈过程如下(以己方为例):

- 根据经验,确定  $S_1$ ,从而申报初始报价曲线。
- 根据交易中心公布的信息,利用前述的单次报价决策方法,得到己方最佳报价策略  $S_1'$ 。
- 判断  $\|S_1' - S_1\|$  是否足够小。这里  $\|\cdot\|$  表示取范数。如果已经足够小,则表示市场已经达到均衡点,结束博弈过程;反之,则令  $S_1 = S_1'$ ,返回步骤 b 重复报价。

事实上,在完全信息情况下,各个交易方如果都采用上述报价模型进行博弈,那么交易结果将趋向于纳什(Nash)均衡点,即各个博弈方反应函数的交点。任何一方偏离了这个均衡点,都会使自己的收益减少。纳什均衡点可通过反应函数联立的方法由下式求出:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_i}{\partial s_i} = 0 \\ i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \Rightarrow S^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*) \quad (4)$$

这个结论将通过后文的算例说明。

### 4 简化模型情况下的报价策略分析

上文给出了一般意义上的报价博弈策略,但是描述过程比较抽象。为了给出直观的结果,本文将报价曲线简化为线性函数,成本曲线描述为二次函数,由此出发,可以得到更加清晰的分析结果,从而便于进行算例研究。

#### 4.1 模型的简化

首先假设发电商的报价曲线为直线,即:

$$B_i = \alpha_i + \beta_i P_i \quad (5)$$

再假设各发电商的费用函数已知,为以下二次函数:

$$C_i = b_i P_i + c_i P_i^2 \quad (6)$$

将式(5)、式(6)代入式(2),得到收益函数为:

$$U_i = (\alpha_i + \beta_i P_i)P_i - (b_i + c_i P_i)P_i \quad (7)$$

将式(5)代入式(1),得到市场 MCP 和各机组占有的份额为:

$$R = \frac{Q + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\beta_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i}} \quad (8)$$

$$P_i = \frac{R - \alpha_i}{\beta_i} \quad (9)$$

#### 4.2 策略的选择

为了分析方便,假定报价曲线是成本曲线的比例函数,则引入比例系数  $k_i$ :

$$B_i = B_i(k_i, P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i = k_i(b_i + c_i P_i) \quad (10)$$

然后选择乘子  $k_i$  为各个博弈方的策略,即认为报价曲线为过定点  $(-b_i/c_i, 0)$  的一组可变斜率的直线,如图 1 所示。

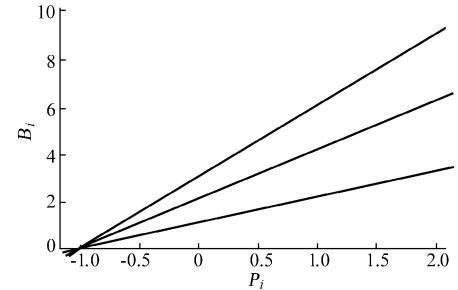


图 1 发电商的报价策略变化  
Fig. 1 Bidding strategy variation of power supplier

将式(8)~式(10)代入式(7),得到己方收益函数表达式:

$$U_1 = \frac{b_1(b_1 k_1 - b_2 k_2 - c_2 k_2 Q)}{c_1 k_1 + c_2 k_2} - \frac{c_1(b_1 k_1 - b_2 k_2 - c_2 k_2 Q)^2}{(c_1 k_1 + c_2 k_2)^2} - \frac{k_1 k_2 (b_1 k_1 - b_2 k_2 - c_2 k_2 Q)(b_2 c_1 + b_1 c_2 + c_1 c_2 Q)}{(c_1 k_1 + c_2 k_2)^2}$$

可导出己方的最佳反应函数为:

$$k_1 = \frac{(2b_2 c_1 + b_1 c_2 + 2c_1 c_2 Q)k_2}{b_1 c_1 + (b_2 c_1 + 2b_1 c_2 + c_1 c_2 Q)k_2} + \frac{(b_2 c_2 + c_2^2 Q)k_2^2}{b_1 c_1 + (b_2 c_1 + 2b_1 c_2 + c_1 c_2 Q)k_2} \quad (11)$$

#### 4.3 虚拟对手的策略分布

为了简便起见,本文假定最终计算得到的虚拟对手策略概率密度函数为均匀分布函数  $p_{\text{dfz}}(k_2) =$

$$\frac{1}{k'' - k'}, k' < k_2 < k'' \text{ 则最佳策略为:}$$

$$k_1^* = \int_{k_2=k'}^{k''} g_1(k_2) p_{\text{dfz}}(k_2) dk_2 = \int_{k_2=k'}^{k''} g_1(k_2) \frac{1}{k'' - k'} dk_2 \quad (12)$$

最佳策略的积分结果过于复杂,本文从略。

## 5 实例分析

### 5.1 最优报价策略的分析

设有 5 台完全相同的机组 A ~ E 进行竞争, 其成本特性相同。将机组 A 编号为 1, 其对手为机组 B ~ E, 虚拟等值编号为 2。可以导出虚拟对手的费用函数参数为:  $b_2 = b_1$ ,  $c_2 = c_1/4$ 。设发电商费用函数的参数如表 1 所示。

表 1 发电商的费用函数的参数

Table 1 Parameters of cost function

机组号	$b_i/\text{元}$	$c_i/(\text{元} \cdot (\text{MW} \cdot \text{h})^{-1})$
1	2	0.020
2	2	0.005

给定系统需求  $Q = 50 \text{ MW} \cdot \text{h}$ 。假设已知虚拟对手的策略为 1.5(其含义是, 将成本曲线抬高 50% 作为报价曲线), 计算最佳策略时相应的结果如表 2 的“理想结果”一行; 再假定己方估计虚拟对手策略的均匀分布参数为  $k' = 1, k'' = 2$ , 则根据本文提出的决策方法, 计算结果如表 2 的“本文方法”一行; 为了便于比较, 列出己方采用其他策略时的情况, 例如, 己方与对手采用相同策略, 即  $k_1 = k_2 = 1.5$  时, 结果如表 2 “其他策略”一行。

表 2 不同情况的计算结果  
Table 2 Results of different cases

情况	$k_1$	$P_1$	$P_2$	$U_1$	$U_2$	$R$
理想结果	1.275	25.00	25.00	17.19	26.56	3.188
本文方法	1.267	25.61	24.39	17.18	25.88	3.183
其他策略	1.500	10.00	40.00	11.00	44.00	3.300

比较表 2 的第 2 行、第 3 行可知, 在对虚拟对手策略分布估计准确的情况下, 采用本文方法计算的己方收益  $U_1$  已经接近于最佳收益; 而采用其他策略时(表 2 第 4 行), 己方收益  $U_1$  明显低于理想情况, 这表明: 用本文的方法进行策略性报价可以有效地提高己方的收益。

### 5.2 对手策略估计不准确时的影响

上文已经指出, 对竞争对手进行准确的参数估计非常困难。那么, 参数估计的不准确对己方收益有何影响? 下面将探讨这方面的问题。

#### 5.2.1 分布的方差不变, 均值变化

假设虚拟对手的实际报价策略  $k_2 = 1.5$ , 己方估计的均匀分布的方差  $k'' - k' = 1$  维持不变, 下面分析己方估计的均值变化时, 将对己方产生的影响。

由表 3 可知, 在最佳估计时(即己方估计的  $\bar{k}_2$  等于虚拟对手的实际报价策略 1.5), 己方收益  $U_1$  达到最大值。如果己方估计的  $\bar{k}_2$  偏离虚拟对手的实际报价策略 1.5 越大, 则己方收益  $U_1$  越小。这说明, 对竞

争对手的准确估计是取得良好收益的保证。

表 3 均值变化时的结果  
Table 3 Results when average value varies

$\bar{k}_2$	$k'$	$k''$	$k_1$	$P_1$	$P_2$	$U_1$	$U_2$	$R$
1.3	0.8	1.8	1.186	32.13	17.87	15.79	18.67	3.134
1.4	0.9	1.9	1.228	28.69	21.31	16.81	22.45	3.160
1.5	1.0	2.0	1.267	25.61	24.39	17.18	25.88	3.183
1.6	1.1	2.1	1.304	22.83	27.17	17.06	29.01	3.204
1.7	1.2	2.2	1.340	20.30	29.70	16.58	31.91	3.223

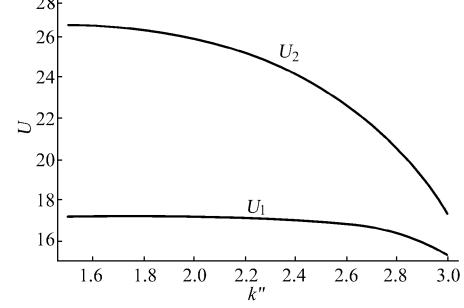
#### 5.2.2 分布的均值不变, 方差变化

假设虚拟对手的实际报价策略  $k_2 = 1.5$ 。下面分析由于对虚拟对手的策略分布估计不准造成方差变化对己方的影响。设  $\Delta k = k'' - k'$ , 由 0.6 变化到 1.4, 计算结果如表 4 所示。

表 4 方差变化时的结果  
Table 4 Results when variance varies

次数	$k'$	$k''$	$\Delta k$	$k_1$	$P_1$	$P_2$	$U_1$	$U_2$	$R$
1	1.2	1.8	0.6	1.272	25.21	24.79	17.19	26.32	3.186
2	1.1	1.9	0.8	1.270	25.39	24.61	17.18	26.13	3.184
3	1.0	2.0	1.0	1.267	25.61	24.39	17.18	25.88	3.183
4	0.9	2.1	1.2	1.263	25.90	24.10	17.16	25.56	3.181
5	0.8	2.2	1.4	1.259	26.25	23.75	17.14	25.16	3.178

此时,  $U_1, U_2$  随  $k''$  的变化趋势如图 2 所示。

图 2 方差变化时  $U_1, U_2$  变化图  
Fig. 2  $U_1, U_2$  when variance varies

由表 4 和图 2 可知, 随着对手策略分布方差的增大, 也就是参数估计准确度降低, 己方收益逐渐减小。这就对己方准确估计竞争对手的信息提出了很高的要求。

### 5.3 完全信息下的系统均衡

如果博弈各方都采用上述的策略, 而且各方的费用函数都是公开的, 那么最佳报价策略的选择问题就变成了双人静态博弈问题。由博弈论的知识可知, 最佳报价点将是双方最佳反应函数的交点, 即纳什均衡点:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial S_1} = 0 \\ \frac{\partial U_2}{\partial S_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow S = (S_1^*, S_2^*) \quad (13)$$

由式(3)可得, 本算例的纳什均衡点的双方最

佳策略为:  $k_1 = 1.2365, k_2 = 1.3987$ 。最佳反应函数如图 3 所示, 交点为纳什均衡点。

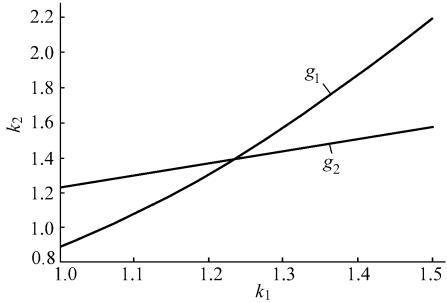


图 3 最佳反应函数变化图  
Fig. 3 Best response function

#### 5.4 重复博弈过程模拟

计算数据与策略选择都如前文所示, 下面模拟重复博弈的全过程。假设己方和对手的费用函数都已知。计算结果见表 5。

表 5 重复报价时的策略  $k_1, k_2$

Table 5  $k_1, k_2$  when bidding iterates

次数	$k_1$	$k_2$
1	1.000 0	1.000 0
2	1.059 5	1.238 1
3	1.170 8	1.279 0
5	1.219 1	1.366 2
10	1.236 2	1.398 2
$\infty$	1.236 5	1.398 7

由表 5 可知, 在迭代次数趋于 $\infty$ 时, 双方策略趋向于 5.3 节所述的纳什均衡点。

#### 6 结语

本文提出了基于博弈论模型来解决在不完全信息情况下的报价策略的决策问题。算例模拟结果表明, 该方法在对对手策略分布估算准确的前提下, 可

以令博弈参与方有最佳收益。本文同时分析了在对手策略分布估算不准时对收益的影响, 得出了策略选择的一般性结论。本文还分析了在完全信息环境下单次静态博弈和多次动态重复博弈模型, 得出了多次动态重复博弈将趋向于单次静态博弈纳什均衡点的结论。

#### 参 考 文 献

- 1 David A K. Competitive Bidding in Electricity Supply. IEE Proceedings—Generation, Transmission and Distribution, 1993, 140(5): 421~426
- 2 David A K, Wen F S. Strategic Bidding in Competitive Electricity Markets: A Literature Survey. In: Proceedings of IEEE PES 2000 Summer Meeting. Alberta (Canada): 2000. 2168~2173
- 3 Song Haili, Liu Chenching, Lawarree Jacques. Decision Making of an Electricity Supplier's Bid in a Spot Market. In: Proceedings of IEEE PES 1999 Summer Meeting. Alberta (Canada): 1999. 692~696
- 4 Weber J D, Overbye T J. A Two-level Optimization Problem for Analysis of Market Bidding Strategies. In: Proceedings of IEEE PES 1999 Summer Meeting. Alberta (Canada): 1999. 682~687
- 5 Ferrero R W, Rivera J F. Application of Games with Incomplete Information for Pricing Electricity in Deregulated Power Pools. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(1): 184~189
- 6 Wen F S, David A K. Optimal Bidding Strategies and Modeling of Imperfect Information Among Competitive Generators. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(1): 15~21
- 7 王锡凡 (Wang Xifan). 我国电力市场竞价模型框架探讨 (Study on Framework of Bidding System Model for Power Market in China). 中国电力 (Electric Power), 2000, 33(11)

武智勇 (1977—), 男, 硕士研究生, 从事电力市场的研究。E-mail: wuzhiyong99@mails.tsinghua.edu.cn

康重庆 (1969—), 男, 博士, 副教授, 研究方向包括电力市场、电力系统规划、电力经济与信息技术、负荷预测等。

夏清 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向包括电力市场、电力系统规划、电力经济与信息技术等。

#### STRATEGIC BIDDING WITH APPLICATION OF GAME THEORY

Wu Zhiyong<sup>1</sup>, Kang Chongqing<sup>1</sup>, Xia Qing<sup>1</sup>, Dai Guohua<sup>2</sup>, Shen Yu<sup>1</sup>, Zhou Anshi<sup>1</sup>, Ding Junwei<sup>1</sup>

(1. Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(2. Heihe Power Bureau, Beian 104096, China)

**Abstract:** In a competitive electricity market, the power suppliers develop bidding strategies in order to maximize their own profits. The competition among participants is modeled as a non-cooperative game with incomplete information. This paper presents an optimization model of the bidding problem and formulates a novel approach with the application of game theory and probability theory. By introducing the concept of "virtual rival", the method can efficiently deal with the problem of multi-person gaming and incomplete information, which remain very difficult problems in the game theory. Furthermore, the paper demonstrates the determination of Nash equilibrium when all participants try to maximize their profit in the same manner and in a complete information environment. Numerical results show the efficiency of the proposed approach.

This project is supported by National Key Basic Research Special Fund of China (No. G1998020311).

**Key words:** electricity market; bidding strategy; game theory with incomplete information; Nash equilibrium; parameter estimation