

轨迹特征根的解析估算及其误差分析

潘学萍^{1, 2}, 薛禹胜^{2, 1}, 张晓明³, 钟志勇⁴, 黄杰波⁴

(1. 浙江大学电气工程学院, 浙江省杭州市 310027; 2. 国网电力科学研究院/南京南瑞集团公司, 江苏省南京市 210003;
3. 四川省电力公司, 四川省成都市 610041; 4. 香港理工大学电机工程学系, 香港)

摘要: 在一系列滑动的时间窗口内, 用信号处理技术提取振荡模式的方法并不适用于时变太快或非线性太强的场合。为克服此缺点, 沿实际受扰轨迹, 在每个积分步的始点将非线性系统的数学模型逐段线性化, 并求解该分段线性系统特征根的时间序列。进一步将上述分段线性化动态方程映射为一系列时变的单机系统, 用扩展等面积准则 (EEAC) 辨识每个积分步长内的振荡模式, 并推导出轨迹断面特征根的解析估算公式。以多机轨迹断面特征根为标准, 审视解析估算公式的精度, 并评估平衡点特征根对非线性的不适应性。

关键词: 低频振荡; 振荡模式; 特征根分析; 强非线性系统; 时变系统的轨迹特征根

中图分类号: TM712

0 引言

当模型的非线性或时变因素较强时, 只要振荡幅度足够大, 常规特征根算法的结果就可能失去指导意义^[1-2]。文献[1]将非线性系统中不变的机械功率或阻尼系数设为待辨识的唯一参数, 对在平衡点上进行线性化的系统模型做数值积分, 然后将逐个时间断面上的积分结果代入原来的非线性运动方程, 来辨识该参数值。显然, 当原系统完全没有非线性因素时, 该参数的辨识值必然等于实际值。故可用后者与实际的参数值之差来评估在平衡点线性化的系统模型的不精确程度。

由于时域仿真得到的受扰轨迹完整地反映了模型和场景中全部非自治和非线性因素对系统动态行为的影响, 故适用于任何大规模实际电力系统的分析。目前基于受扰轨迹来分析振荡模式的方法, 大都采用信号处理技术^[3-4]提取振荡模式。由于信号处理算法要求时间窗内包含足够多的时间断面, 并可近似为平稳过程, 故难以分析强时变或强非线性的场合。

轨迹灵敏度分析是微分动力系统研究领域的有力工具。它不是基于系统平衡点的分析, 而是沿受扰轨迹逐点将原微分代数方程线性化, 通过研究动力系统的动态响应对某参数或初始条件的灵敏度来

分析这些因素对动态品质的影响。扩展等面积准则 (EEAC) 就是一种最早的轨迹灵敏度分析方法。有别于其他的轨迹灵敏度分析方法, EEAC 通过线性保稳降维变换将多机系统的受扰轨迹映射为一系列时变单机无穷大 (OMIB) 系统的轨迹, 从而实现了任意复杂的运动系统大扰动稳定性的量化分析^[5]。

其后, 文献[6]用轨迹灵敏度概念分析故障后系统的暂态稳定性, 辨识关键参数。认为功角轨迹相对于初值的灵敏度最大的发电机最危险。文献[7]将其用于计算暂态稳定的参数临界值。

针对小扰动稳定性, 文献[8-11]在等值两机系统的基础上提出多机系统平衡点特征根的一种解析的近似估算方法, 为逐个特征根算法 (AESOPS) 精确计算系统特征根提供了好的初值, 并从方向和大小 2 个方面同时改进了校正向量, 同时还改善了迭代收敛的准则。该解析方法不但物理概念明确, 并且计算简单有效, 便于机理分析。在其基础上, 文献[12]进一步考虑了励磁系统的影响; 文献[13]把等值两机的方法用于多机系统电力系统稳定器 (PSS) 的设计。但这些研究与平衡点特征根技术一样, 不能反映系统模型中的强非线性, 更无法用于时变系统。

为克服上述缺点, 提出了从实际 (或仿真) 的时间响应曲线中提取系统动态模式信息的概念, 得到的特征根时间序列可以反映非自治因素和非线性因素对振荡特性的影响。称其为轨迹特征根技术, 以便与经典的平衡点特征根相区分。文献[1]在滑动

收稿日期: 2008-08-03。

国家自然科学基金重大项目 (50595413); 国家电网公司科技项目 (SGKJ[2007]98&187); 香港政府研究资助局资助项目 (PolyU5154/08E)。

时间窗口内,用信号处理技术求取“轨迹滑动窗口特征根”(简称为轨迹窗口特征根)的时间序列。但由于在信号处理中必须将同一时间窗口内的系统视为定常,又对时间窗口内的数据断面的数目有一定的要求,故只适用于时变因素和非线性因素较弱的系统。

本文则针对 EEAC 聚合的时变 OMIB 系统的映像轨迹,提出“轨迹逐个断面特征根”(简称为轨迹断面特征根)的解析算法,并推导出时变映像系统的特征根实部和虚部的表达式,实现了非自治非线性多机系统时变振荡特性的快速量化分析。由于对每个分段线性化系统的特征根计算仅需要该分段起点处的信息,相当于时间窗口的宽度缩小到 0,故与数值积分技术一样适用于强非自治非线性系统。

取 3 机 9 节点系统为例,以多机空间中的受扰轨迹分段线性化后的轨迹断面特征根为标准,评估平衡点特征根对非线性的不适应度,也审视了所建议的多机轨迹断面特征根的近似解析法的可用性。

1 轨迹窗口特征根与轨迹断面特征根

与常规的(平衡点)特征根不同,轨迹特征根技术沿着受扰轨迹计算特征根-时间序列,以反映振荡特性随时间而变的规律。系统的受扰轨迹中包含了真实系统(或数学模型)和实际扰动(或仿真场景)中的所有非自治和非线性因素的影响,完整反映了该受扰过程的动态行为。因此,从中提取的轨迹模式(振荡模式、阻尼和模态)时间序列,可以完整反映非自治非线性因素和复杂扰动场景对系统动态的影响。

当非自治性和非线性因素都可以忽略时,沿受扰轨迹的分段线性化模型不再变化,并等于平衡点处的线性化模型。此时,轨迹特征根也就退化为平衡点特征根。显然,轨迹特征根要比平衡点特征根更好地反映系统的动态特性,因此可用轨迹特征根为基准,定性和定量地分析平衡点特征根的误差规律。

对任意多机模型积分后,沿其受扰轨迹在每一步积分的起点处,按积分得到的实际状态将非自治非线性的系统模型重新线性化。如果对得到的分段线性化模型也同样做一次积分,只要积分步长足够小,其结果就可以充分逼近原轨迹。可见,对于这个特定的受扰过程,上述分段线性化模型完全等效于原来的非自治非线性模型。这为轨迹特征根方法提供了实现的可行性。

根据实际的受扰轨迹,求取轨迹特征根的方法

有 2 类。第 1 类如文献[1]那样,采用通用的信号处理技术,对滑动时间窗口内的数据进行挖掘。这类“轨迹滑动窗口特征根序列”适合于实测曲线,但并不适用于时变太快或非线性太强的场合。文献[14]也属于这一类,它在 EEAC 给出的映像轨迹上,用 Prony 方法提取振荡模式。另一类称为“轨迹断面特征根序列”,则是在每个时间断面上,对系统方程重新线性化并求解特征根。这类分段线性化的特征根技术可以应对快时变和强非线性,但需事前掌握系统的数学模型与参数。

2 EEAC 时变 OMIB 映像的轨迹断面特征根的解析估算

EEAC 将系统全部受扰轨迹分解为互补的两群,即领前群(S)和余下群(A),在每一种互补划分方式所对应的扩展相平面 $P(\delta)$ 上,给出轨迹稳定裕度的表达式。根据稳定裕度的大小来排列各个映像的稳定程度,对应稳定裕度最小的两群即为系统的主导映像。当发电机采用隐极机模型时,第 i 台发电机的动态方程表示为:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i - \omega_i = 0 \\ M_i \dot{\omega}_i + D_i \omega_i - \omega_0 (P_{mi} - P_{ei}) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\delta_i, \omega_i, M_i, D_i, P_{mi}, P_{ei}$ 分别为第 i 台发电机的功角、角速度、惯量、阻尼系数、机械功率、电磁功率; n 为机组数; $i=1, 2, \dots, n$ 。

将多机系统的时间响应曲线根据互补群惯量中心变换,聚合成领前群和余下群:

$$\begin{cases} M_s \ddot{\delta}_s + D_s \dot{\delta}_s = \omega_0 \sum_{i \in S} (P_{mi} - P_{ei}) \\ M_a \ddot{\delta}_a + D_a \dot{\delta}_a = \omega_0 \sum_{j \in A} (P_{mj} - P_{ej}) \end{cases} \quad (2)$$

式中:下标 s, a 分别表示领前群和余下群; $M_s = \sum_{i \in S} M_i$; $M_a = \sum_{j \in A} M_j$; $D_s = \sum_{i \in S} \alpha_i D_i$; $D_a = \sum_{j \in A} \beta_j D_j$; $\alpha_i = \frac{\omega_i}{\omega_s}, i \in S$; $\beta_j = \frac{\omega_j}{\omega_a}, j \in A$ 。

将式(2)右端在 t 时刻处按泰勒级数展开至 1 阶,得线性化动态方程:

$$\begin{cases} M_s \Delta \ddot{\delta}_s|_t + D_s \Delta \dot{\delta}_s|_t + \omega_0 k_{ss}|_t \Delta \delta_s|_t + \omega_0 k_{sa}|_t \Delta \delta_a|_t = F_s|_t \\ M_a \Delta \ddot{\delta}_a|_t + D_a \Delta \dot{\delta}_a|_t + \omega_0 k_{as}|_t \Delta \delta_s|_t + \omega_0 k_{aa}|_t \Delta \delta_a|_t = F_a|_t \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\Delta \delta_s = \frac{\sum_{i \in S} M_i \Delta \delta_i}{M_s}$; $\Delta \delta_a = \frac{\sum_{j \in A} M_j \Delta \delta_j}{M_a}$; $\gamma_i = \frac{\Delta \delta_i}{\Delta \delta_s}$,

$$i \in S; \lambda_j = \frac{\Delta \delta_j}{\Delta \omega_a}, j \in A; k_{ss} = \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} k_{ij} \gamma_j; k_{sa} = \sum_{i \in S} \sum_{j \in A} k_{ij} \lambda_j; k_{as} = \sum_{i \in A} \sum_{j \in S} k_{ij} \gamma_j; k_{aa} = \sum_{i \in A} \sum_{j \in A} k_{ij} \lambda_j;$$

$$F_s|_t = - \sum_{i \in S} D_i \omega_i|_t + \omega_0 \sum_{i \in S} (P_{mi}|_t - P_{ei}|_t);$$

$$F_a|_t = - \sum_{j \in A} D_j \omega_j|_t + \omega_0 \sum_{j \in A} (P_{mj}|_t - P_{ej}|_t).$$

当轨迹分段内群内机组同调,且 $\frac{D_s|_t}{M_s} = \frac{D_a|_t}{M_a}$, 得到轨迹特征根解析估算公式。

特征根实部为:

$$\sigma|_t = - \frac{1}{2(M_s + M_a)} \left(\frac{D_s|_t}{M_s} M_a + \frac{D_a|_t}{M_a} M_s \right) \quad (4)$$

特征根虚部为:

$$\omega|_t = \left[\left(\frac{k_{ss}|_t}{M_s} + \frac{k_{aa}|_t}{M_a} \right) \omega_0 - \frac{1}{4(M_s + M_a)^2} \left(\frac{D_s|_t}{M_s} M_a + \frac{D_a|_t}{M_a} M_s \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

因此,当数字仿真给出多机系统的受扰轨迹后,将某个时间断面的积分结果代入以上公式,就可以快速估计该时间断面对应的 EEAC 映像轨迹的断面特征根。逐个时间断面地处理,就可以得到 EEAC 映像轨迹断面的特征根-时间序列。

3 算例仿真

以 IEEE 3 机 9 节点系统为例^[15],采用 2 阶隐极机模型, $D_1=2.0, D_2=0.4, D_3=0.2$, 负荷为恒阻抗。扰动为线路 4-5 首端瞬时性三相短路,持续时间 t_c 分别取 0.05 s, 0.10 s, 0.20 s, 0.30 s。其中包含了非线性,但没有显含时变因素。2 个平衡点特征根为主导模式 (G_1 - $G_{2,3}$) 和非主导模式 (G_3 - $G_{1,2}$)。

全模型仿真得到多机受扰轨迹后,在每个积分步的起点处,将相应的代数变量值代入微分方程组,得到分时段线性化的定常微分方程组为:

$$F_{t,t+1}(X, \dot{X}) = 0 \quad \forall t$$

用通常的多机系统算法求其特征根,后者仅在对应的时段 $[t, t+1)$ 内有效。将得到的多机轨迹断面特征根-时间序列作为比对的标准。3.1 节分析了平衡点特征根的不适应程度;3.2 节评估了 EEAC 映像轨迹的断面特征根解析解的误差。

3.1 平衡点特征根与轨迹断面特征根的比较

由图 1 和图 2 可见:轨迹特征根不再是常数,其

实部和虚部的变化分量都可能达到很大比例。状态量变化越大时,轨迹特征根的波动幅度越大。此外,图中表现为水平直线的平衡点特征根并不能反映轨迹特征根的平均值。当 $t_c=0.30$ s 时,主导模式的轨迹特征根不断地在一对共轭特征根与一正一负两实特征根之间变化。但该算例中,正实特征根的局部存在还没有影响到系统的全局稳定性。

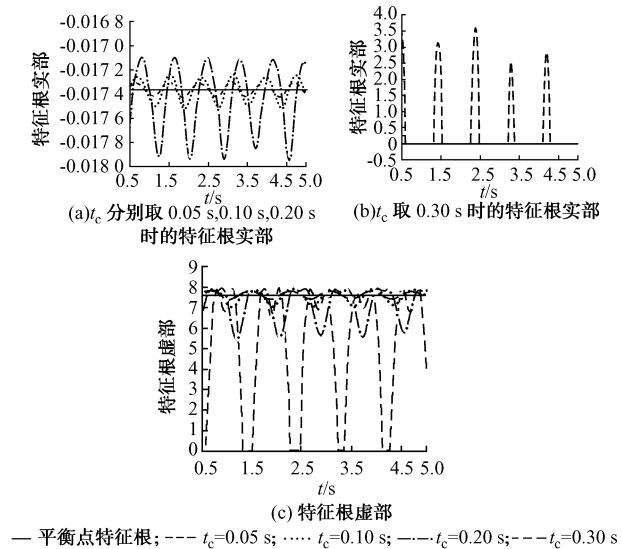


图 1 主导模式 (G_1 - $G_{2,3}$) 的平衡点特征根误差
Fig. 1 Error of equilibrium-point eigenvalues for dominate mode (G_1 - $G_{2,3}$)

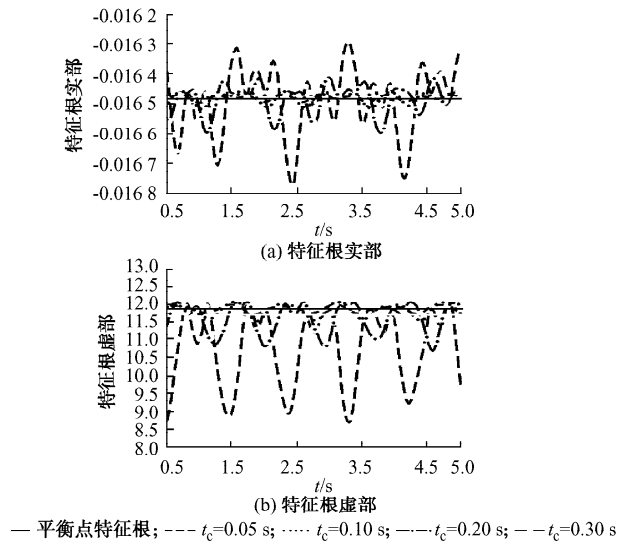


图 2 非主导模式 (G_3 - $G_{1,2}$) 的平衡点特征根误差
Fig. 2 Error of equilibrium-point eigenvalues for mode (G_3 - $G_{1,2}$)

设 R_{eq} 和 I_{eq} 分别表示平衡点特征根的实部和虚部, $R_{i, ref}$ 和 $I_{i, ref}$ 分别表示第 i 个分段内的轨迹特征根的实部和虚部精确值, R_{err} 和 I_{err} 分别表示 R_{eq} 和

I_{eq} 的均方误差,则

$$R_{err} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{eq} - R_{i,ref})^2} \quad (6)$$

$$I_{err} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I_{eq} - I_{i,ref})^2} \quad (7)$$

表 1 给出不同强度(用故障持续时间 t_c 表示)的扰动下,平衡点特征根在时段 $[0.5 \text{ s}, 5.0 \text{ s}]$ 内的均方误差。从中可见:扰动越大,平衡点特征根就越不能反映系统的动态行为;非线性因素对主导模式的影响大于对非主导模式的影响。

表 1 平衡点特征根的均方误差

Table 1 Mean square error of the equilibrium-point eigenvalues

t_c/s	主导模式($G_1-G_{2,3}$)			非主导模式($G_3-G_{1,2}$)		
	实部误差 R_{err}	虚部误差 I_{err}		实部误差 R_{err}	虚部误差 I_{err}	
0.05	4.15×10^{-5}	0.135		7.65×10^{-6}	0.075	
0.10	9.00×10^{-5}	0.298		1.66×10^{-5}	0.165	
0.15	1.59×10^{-4}	0.540		2.89×10^{-5}	0.297	
0.20	2.82×10^{-4}	0.958		4.71×10^{-5}	0.514	
0.25	6.70×10^{-4}	1.787		7.52×10^{-5}	0.886	
0.30	1.03	3.705		1.12×10^{-4}	1.471	

3.2 断面特征根的近似解析解的误差

按照上述建议的多机轨迹断面特征根的近似解析法,分别估算小扰动($t_c=0.10 \text{ s}$)与大扰动($t_c=0.30 \text{ s}$)下的轨迹特征根。图 3 和图 4 分别将其实部和虚部的估算值与精确值进行比较。可以看出,解析估算值的精度并不太好,特别是其实部。但在整体上仍可反映振荡特性的时变趋向,因此比平衡点特征根含有更多的信息。

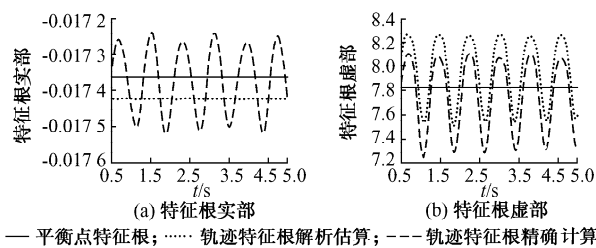


图 3 小扰动下轨迹特征根解析估算误差

Fig. 3 Eigenvalue estimation error for a small disturbance

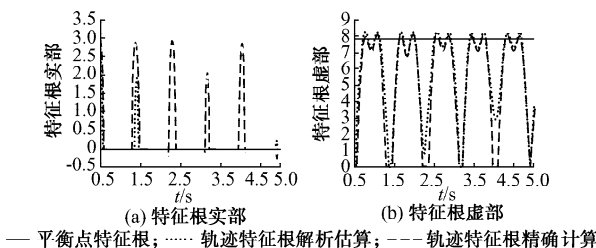


图 4 大扰动下轨迹特征根解析估算误差

Fig. 4 Eigenvalue estimation error for a large disturbance

表 2 给出不同强度(用故障持续时间 t_c 表示)的扰动下,特征根解析估算值在时段 $[0.5 \text{ s}, 5.0 \text{ s}]$ 内的均方误差。从中可见:扰动较小时,主导模式的特征根解析估算的误差小于非主导模式。扰动增大(由 t_c 值反映)时,非线性因素增强,解析估算的误差也加大,而主导模式的估算误差增加得更快。其原因在于:扰动较小时,主导模式的群内同调性较好,比较符合解析式要求的群内同调假设;随着扰动的加大,主导模式发散趋势增强,群内同调性变差。

表 2 轨迹特征根解析估算均方误差

Table 2 Mean square error of the trajectory estimation eigenvalues

t_c/s	主导模式($G_1-G_{2,3}$)		非主导模式($G_3-G_{1,2}$)	
	实部解析估算误差	虚部解析估算误差	实部解析估算误差	虚部解析估算误差
0.05	7.40×10^{-5}	0.196	4.36×10^{-4}	0.382
0.10	1.06×10^{-4}	0.202	4.37×10^{-4}	0.385
0.15	1.63×10^{-4}	0.219	4.37×10^{-4}	0.389
0.20	2.74×10^{-4}	0.266	4.37×10^{-4}	0.399
0.25	6.49×10^{-4}	0.407	4.36×10^{-4}	0.428
0.30	1.21	2.080	7.33×10^{-4}	1.012

4 结语

本文将多机系统机电模式特征根的解析估算方法,扩展到沿受扰轨迹的逐个时间断面上。按不断更新的局部线性化模型,分别求取各积分步内的特征根,并用得到的多机轨迹断面特征根的时间序列来描述电力系统的振荡行为。以多机空间中的受扰轨迹分段线性化后的轨迹断面特征根为标准,在 3 机 9 节点系统中考察了基于平衡点的特征根技术在分析非线性动态行为时的不足。仿真表明:扰动越大,该缺陷越突出;随着扰动的增大,对主导模式的影响将大于对其他模式的影响。本文还在非自治非线性系统的研究领域引入了特征根分析,实现了大扰动下的特征根快速近似分析,有望在更深入的研究后应用于实际工程。

参考文献

- [1] 薛禹胜,潘学萍,ZHANG Guorui,等. 计及时变系统完整非线性振荡模式分析. 电力系统自动化,2008,32(18):1-7.
XUE Yusheng, PAN Xueping, ZHANG Guorui, et al. Inclusion of full nonlinearity for oscillation mode analysis. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(18): 1-7.
- [2] 张鹏飞,薛禹胜,张启平. 电力系统时变振荡特性的小波脊分析. 电力系统自动化,2004,28(16):32-35,66.
ZHANG Pengfei, XUE Yusheng, ZHANG Qiping. Power system time-varying oscillation analysis with wavelet ridge algorithm. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(16): 32-35, 66.

[3] GRUND C E, PASERBA J J, HAUER J F, et al. Comparison of Prony and eigenanalysis for power system control design. *IEEE Trans on Power Systems*, 1993, 8(3): 964-971.

[4] O'SHEA P. The use of sliding spectral windows for parameter estimation in power system disturbance monitoring. *IEEE Trans on Power Systems*, 2000, 15(4): 1261-1267.

[5] 薛禹胜. 运动稳定性量化理论:非自治非线性多刚体系统的稳定性分析. 南京:江苏科学技术出版社, 1999.

[6] LAUFENBERG M J, PAI M A. A new approach to dynamic security assessment using trajectory sensitivities. *IEEE Trans on Power Systems*, 1998, 13(3): 953-958.

[7] NGUYEN T B, PAI M A, HISKENS I A. Sensitivity approaches for direct computation of critical parameters in a power system. *Electrical Power and Energy Systems*, 2002, 24(5): 337-343.

[8] XUE Y, SHI M, CHAI Y. Fast initial estimation of power system eigenvalues//*Proceedings of the IFAC Symposium on Power Systems and Power Plant Control*, August 22-25, 1989, Seoul, Korea.

[9] XUE Y, SASAKI H. Robustness improvement of the AESOPS algorithm by means of a multi-machine state space based correction formula// *Proceedings of the IFAC Symposium on Control of Power Plants and Power Systems*, March 9-11, 1992, Munich, Germany.

[10] XUE Y, SASAKI H. Direct estimation of swing mode eigenfrequency and robustness improvement of the AESOPS algorithm//*Proceedings of IEEE/CSEE ICPST'94*, October 18-21, 1994, Beijing, China.

[11] 於益军,薛禹胜.大型电力系统机电模式特征根的直接初估和快速求解. *电网技术*, 1996, 20(2): 21-23.

YU Yijun, XUE Yusheng. Direct estimation and fast

calculation of swing mode eigenvalues of large power systems. *Power System Technology*, 1996, 20(2): 21-23.

[12] 赵书强,常鲜戎,潘云江,等.基于部分惯量中心等值的多机系统特征根计算. *电力系统自动化*, 1998, 22(9): 43-45.

ZHAO Shuqiang, CHANG Xianrong, PAN Yunjiang, et al. A partial center of inertia transformation based method for calculating eigenvalues of multi-machine power system. *Automation of Electric Power Systems*, 1998, 22(9): 43-45.

[13] 赵书强,常鲜戎,贺仁睦,等.基于等值两机模型的多机 PSS 极点配置. *电力系统自动化*, 1999, 23(2): 28-30, 36.

ZHAO Shuqiang, CHANG Xianrong, HE Renmu, et al. Pole disposition of power system stabilizers in multi-machine power system based on equivalent two-machine model. *Automation of Electric Power Systems*, 1999, 23(2): 28-30, 36.

[14] RUIZ-VEGA D, MESSINA A R, PAVELLA M. Online assessment and control of transient oscillations damping. *IEEE Trans on Power Systems*, 2004, 19(2): 1038-1047.

[15] ANDERSON P M, FOUAD A A. *Power system control and stability*. Ames, IA, USA: The Iowa State University Press, 1977.

潘学萍(1972—),女,通信作者,博士研究生,主要研究方向:电力系统稳定与控制. E-mail: xueping_pan@163.com

薛禹胜(1941—),男,中国工程院院士,总工程师,博士生导师,主要研究方向:电力系统自动化. E-mail: yxue@nari-china.com

张晓明(1961—),男,高级工程师,主要研究方向:电力系统运行技术. E-mail: xzm22@163.com

Analytical Calculation of Power System Trajectory Eigenvalues and Its Error Analysis

PAN Xueping^{1,2}, XUE Yusheng^{2,1}, ZHANG Xiaoming³, CHUNG Chiyung⁴, WONG Kitpo⁴

- (1. Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;
- 2. State Grid Electric Power Research Institute, Nanjing 210003, China;
- 3. Sichuan Electric Power Corporation, Chengdu 610041, China;
- 4. The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong)

Abstract: Requiring quite wide sliding windows, signal processing techniques for extracting oscillation-mode information are applicable for neither fast time-varying systems nor strong nonlinear systems. To overcome the shortcomings, a method to calculate time-varying eigenvalues series is proposed based on the piecewise-linearized system models along the disturbed trajectories. Eigenvalue calculation is performed at the beginning of every time step for numerical integration. Furthermore, the piecewise-linearized dynamic equations are mapped into a series of time-varying one machine infinite bus (OMIB) systems and the oscillation mode within each integration-step can be identified with analytical formulas of extended equal-area criterion (EEAC). This makes the estimation of trajectory eigenvalues not only quickly but also accurately. The method is applied to a 3-machine 9-node test system and the effects of nonlinear non-autonomous factors on the eigenvalues are investigated.

This work is jointly supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50595413), Project of State Grid Corporation of China (No. SGKJ[2007]98&187), The Research Grants Council (RGC) of Hong Kong (No. PolyU5154/08E).

Key words: low frequency oscillation; oscillation mode; eigenvalue analysis; strong nonlinear systems; trajectory eigenvalues of time-varying system