

电力系统暂态稳定概率

付 川, 余贻鑫, 王东涛

(天津大学电气与自动化工程学院, 天津市 300072)

摘要:在电力系统概率安全性评估中,预想事故下系统暂态失稳概率的计算是一个基本环节。文中基于安全域的研究成果,提出了一个离散和连续相结合的暂态失稳概率模型。其中除计及了节点注入功率不确定性、沿线事故发生地点的不确定性以及事故清除时间的不确定性外,还计及了负荷模型的不确定性。同时,采用以半不变量为基础的 Gram-Charlier 级数法计算截断正态分布随机变量的联合概率分布,使概率分布的考虑更加符合实际。算例表明该方法具有较高的计算效率。

关键词:稳定性概率; 动态安全域; 负荷模型不确定性; 截断正态分布; Gram-Charlier 级数

中图分类号: TM712

0 引言

关于用概率的动态安全性分析一般有 2 种方法:模拟法^[1,2]和解析法^[3,4]。目前普遍采用的模拟法是 Monte-Carlo 方法,这种模拟法能够灵活计及各种随机因素,但需要大量仿真。关于解析法的理论研究已取得一定成果,其分析步骤一般分为 3 步:①确定预想事故集中各事故可能发生的概率;②计算某个事故发生后系统暂态不稳定的概率;③针对大量可能的预想事故,综合计算系统不安全概率指标。关于预想事故的发生概率,主要计及了线路发生事故的 uncertainity 和故障类型的 uncertainity。关于某一预想故障发生后系统暂态不稳定概率的计算,即电力系统概率稳定分析(PAS)^[3],能够有效计及系统暂态稳定分析中的一些随机因素,提供关于系统稳定性的概率指标,已成为一个独立的研究题目,其中主要计及了故障清除时间的 uncertainity、故障发生地点的 uncertainity 和节点功率注入的 uncertainity^[3~5]。而负荷模型的 uncertainity 对电力系统暂态稳定性的影响已受到普遍关注,大量仿真结果表明,负荷模型的 uncertainity (如感应电动机所占百分比的大小)已成为系统暂态稳定分析中不可忽视的因素^[6,7]。

基于动态安全域的一些重要研究成果^[8~10],本文针对求解既定故障后系统暂态不稳定概率这一重要环节,用离散和连续相结合的数学模型,不仅计及了目前已被考虑到的随机因素,而且还计及了负荷

模型的 uncertainity 因素,提出了基于实用动态安全域的系统暂态失稳概率的解析算法。此外,本文采用更为合理的截断正态分布作为一些随机变量(如各节点的有功功率注入)的概率模型,并采用以半不变量为基础的 Gram-Charlier 级数法计算了随机变量的联合概率分布。最后以新英格兰系统及我国河南系统为例验证了本文提出的数学模型,并用 Monte-Carlo 方法加以验证。

1 实用动态安全域

根据实用动态安全域的定义^[10],有如下事实。

事实 1 实用的电力系统动态安全域是 R^n 空间上的一个简单的超多面体,它由描述各节点注入功率上、下限的垂直于坐标轴的平面和 1 个或少数几个描述暂态稳定性临界点的超平面围成。该超平面可表示为:

$$\sum_{i=1}^n a_i p_i = 1 \quad (1)$$

式中: $P = [p_1, p_2, \dots, p_n]$ 是保证系统暂态稳定的临界有功功率注入向量(不计网损时平衡节点不在 n 个节点之列); a_i 是所求得的超平面方程系数。

该实用动态安全域对于既定的事故发生前网络、事故和事故后网络是惟一确定的。

2 动态安全域超平面的平移性质

研究表明,当负荷中感应电动机比例变化时,相应的动态安全域的临界超平面有近似平行移动的性质^[9]。如图 1 中超平面的二维断面图所示(β 表示感应电动机比例),当感应电动机比例在一定范围内变化时,临界超平面将在一定范围内平行移动。

收稿日期: 2005-07-03; 修回日期: 2005-09-30。

国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2004CB217904); 国家自然科学基金重大项目(50595413); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20030056008)。

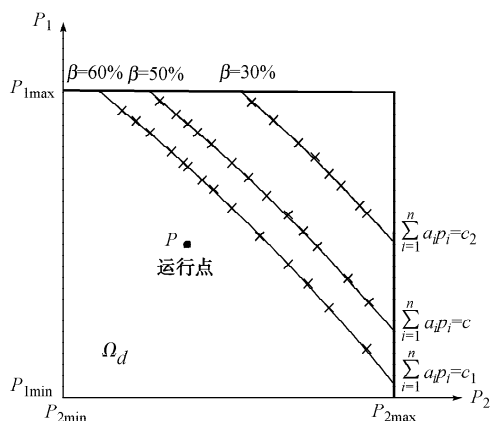


图1 不同感应电动机负荷比例时动态安全域边界的变化情况

Fig.1 Boundary changes of dynamic security region for different motor load proportions

即有如下事实。

事实2 当负荷中感应电动机比例变化时,保证暂态稳定的动态安全域的临界超平面将随之平行移动。此时临界超平面的方程式变为:

$$\sum_{i=1}^n a_i p_i = c \quad (2)$$

式中: c 随负荷中感应电动机负荷比例变化而变化。

由式(2),对给定预想事故,保证系统暂态稳定的条件变为:当节点注入功率满足 $\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq c$ 时,系统是暂态稳定的。

3 既定预想事故下的系统暂态不稳定概率模型

在对动态安全域临界面进行拟合时,负荷模型、故障清除时间、故障发生地点这3个因素影响动态安全域超平面的系数,各节点的功率注入与超平面系数的数学关系决定了系统是否稳定。为了综合考虑这4个因素的不确定性对系统暂态失稳概率的影响,本文首先建立了当故障切除时间和故障发生地点确定时系统的失稳概率模型,再利用离散化的概率模型综合出这4个因素下的概率模型。

3.1 只计及节点功率注入和负荷模型的不确定性因素

设在将来的 $(0, t]$ 时间段内,预想事故 F 发生在节点 j, k 之间的线路上,故障点离节点 j 的距离占线路全长的百分比为 γ ,故障持续时间为 τ 。网络节点功率注入向量 $\mathbf{P} = [p_1, p_2, \dots, p_n]$, 其中 $p_1, p_2, \dots, p_n$ 服从具有上下限的截断分布;负荷中感应电动机比例上限为 β_1 , 对应动态安全域临界面为 $\sum_{i=1}^n a_i p_i = c_1$; 下限为 β_2 , 对应动态安全域临界面为

$\sum_{i=1}^n a_i p_i = c_2$, 且有 $c_2 > c_1$ 。令动态安全域的临界面

解析式为 $\sum_{i=1}^n a_i p_i = x_c$, 其中 x_c 服从上下限分别为 c_2 和 c_1 的截断分布。超平面系数根据既定的 γ, τ 和 β 的值通过仿真程序拟合求出。若 $p_1, p_2, \dots, p_n, x_c$ 的联合概率密度函数为 $f(p_1, p_2, \dots, p_n, x_c)$, 且在动态安全域内系统是暂态稳定的,则预想事故 F 发生后,系统暂态失稳概率为:

$$P_{er}(K | E) = \int \cdots \int_{\sum_{i=1}^n a_i p_i - x_c > 0} f(p_1, p_2, \dots, p_n, x_c) dp_1 dp_2 \cdots dp_n dx_c \quad (3)$$

式中: K 是系统暂态失稳的事件; E 是某一预想事故发生的事件。

关于节点注入功率,本文做如下假设:根据大量的统计结果和大数定律,可以认为在进行概率暂态稳定性分析的某个未来时刻 t ,各节点有功功率注入服从截断正态分布^[11],即 $p_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2; p_a, p_b)$ ($i=0, 1, \dots, n$),其中 p_a 和 p_b 分别为截断正态分布的上、下限,它们由设备运行的物理极限确定;负荷节点的注入功率的期望值由短期负荷预测得到,发电机节点注入功率的期望值由经济调度确定(或在电力市场情况下由 Nash 均衡确定),各节点功率注入的期望值满足潮流方程;标准差可以经统计得到(本文暂取其为期望值的5%)。鉴于本文所研究的暂态稳定问题主要是针对超高压系统,这样的系统中负荷节点在地域上相距较远,其功率可以近似地认为是相互独立的。此时全系统功率仍由平衡机节点平衡。又由事实1可知,动态安全域临界面与某时刻系统运行点无关,因此 x_c 与各节点注入功率相互独立。假设 x_c 服从上下限分别为 c_2 和 c_1 的截断正态分布,即 $x_c \sim N(\mu_c, \sigma_c^2; c_1, c_2)$,则系统暂态失稳概率为:

$$P_{er}(K | E) = \int \cdots \int_{\sum_{i=1}^n a_i p_i - x_c > 0} f(p_1, p_2, \dots, p_n, x_c) dp_1 dp_2 \cdots dp_n dx_c = \text{prob} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i p_i > x_c \right\} = \text{prob} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i p_i - x_c > 0 \right\} \quad (4)$$

由概率论中相互独立随机变量的半不变量所具有的线性性质^[12],可以求出联合随机变量

$\sum_{i=1}^n a_i p_i - x_c$ 的 k 阶半不变量 $g^{(k)}$:

$$g^{(k)} = \sum_{i=1}^n a_i g_{p_i}^{(k)} + (-1)^k g_c^{(k)} \tag{5}$$

式中： $g_{p_i}^{(k)}$ 是 p_i 的 k 阶半不变量； $g_c^{(k)}$ 是 x_c 的 k 阶半不变量。

再利用半不变量与 Gram-Charlier 级数系数的关系^[13]，可得到联合随机变量 $\sum_{i=1}^n a_i p_i - x_c$ 的概率分布函数 $F(x)$ 为：

$$F(x) = \Phi(x) + \varphi(x) \sum_{k=3}^{+\infty} C_k H_{k-1}(x) \tag{6}$$

式中： $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数； $\varphi(x)$ 为标准正态概率密度函数； C_k 为 Gram-Charlier 级数的各项系数； $H_k(x)$ 为 k 阶 Hermite 多项式。

从而求出 $\sum_{i=1}^n a_i p_i - x_c > 0$ 的概率为 $1 - F(0)$ 。

3.2 计及故障清除时间和故障发生地点的不确定性因素

3.1 节讨论了故障清除时间和故障发生地点确定情况下的系统暂态失稳概率。事实上，这 2 个因素是不确定的。文献[4]假设故障清除时间服从正态分布，故障在电路上等概率出现。为了减少计算量，文献[5]用离散的概率模型来描述这 2 个因素。本文同样采用离散的方法来计及这 2 个因素。利用图 2 所示的离散只有下限的截断正态分布曲线将故障清除时间描述为 N_1 个间隔相同的时间，用离散的平均分布将故障发生位置的百分比 γ 描述为 N_2 个间隔相等的比例值。

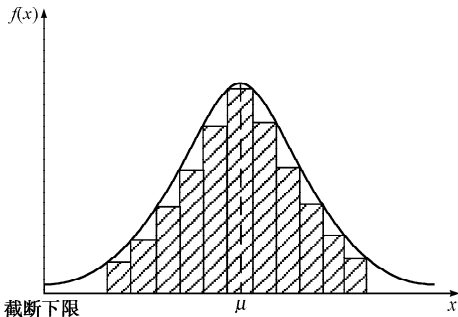


图 2 故障清除时间的离散截断正态分布曲线
Fig. 2 Dispersed truncated normal distribution curve of fault-clearing time

预想事故 F 发生后，系统暂态失稳概率为：

$$P(K | E) = \sum_{r=1}^{N_1} \xi_r \left(\sum_{s=1}^{N_2} \zeta_s P_{\tau_r \gamma_s}(K | E) \right) \tag{7}$$

式中： ξ_r 和 ζ_s 分别为故障清除时间和故障发生地点的离散概率分布值，且 $\sum_{r=1}^{N_1} \xi_r = 1$ ， $\sum_{s=1}^{N_2} \zeta_s = 1$ 。

3.3 既定故障下系统暂态失稳概率的计算步骤

由前所述，当某一预想事故发生后系统暂态失稳概率计算步骤为：

- 1) 构造故障清除时间、故障发生地点的离散模型，确定负荷中感应电动机比例上、下限（如分别取为总负荷的 60% 和 30%）。
- 2) 利用暂态仿真程序计算安全域临界超平面的系数，根据式(4)计算概率值 $P_{\tau\gamma}(K|E)$ 。
- 3) 由式(7)计算预想事故发生后计及上述 4 种因素的系统暂态失稳概率。

4 算例分析

以图 3 所示的 New England 10 机 39 节点系统为例，通过 Monte-Carlo 模拟法检验本文所提出的系统暂态失稳概率计算方法，其中将综合计及负荷模型、节点功率注入、故障清除时间以及故障发生地点等的不确定性。

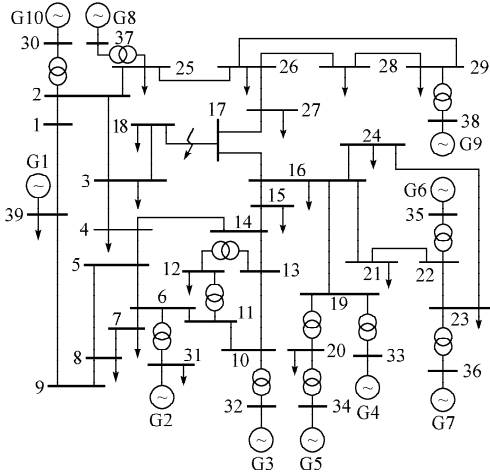


图 3 示例系统
Fig. 3 Sample power system

在预想故障中，线路 17-18 发生三相短路，故障后网络结构为切除线路 17-18；故障清除时间的期望值为 0.12 s，标准差为 0.01 s，故障清除时间离散概率分布见表 1。

表 1 故障清除时间离散概率分布
Table 1 Dispersed probabilistic distribution of fault-clearing time

故障清除时间/s	概率值 ξ_r	故障清除时间/s	概率值 ξ_r
0.08	0.000 1	0.13	0.242 0
0.09	0.004 4	0.14	0.054 0
0.10	0.054 0	0.15	0.004 4
0.11	0.242 0	0.16	0.000 1
0.12	0.398 9		

故障发生地点的百分比值为故障点到节点 17

的线路距离与该线路全长之比,以 20%为间隔取 6 个离散的故障点。在所有负荷中感应电动机比例分别为 30%,45%,60%的情况下用 PSASP 仿真程序进行暂态仿真计算。为了计算方便,选取影响系统暂态稳定性最大的 10 个节点作为关键节点,而将其其他节点注入功率固定。计算出的超平面系数见表 2 (只给出故障清除时间为 0.12 s、故障点为 0%的系数值)。

表 2 拟合的超平面系数(τ=0.12 s,γ=0%,其他略)
Table 2 Coefficients of hyper-plane equation

关键节点	超平面系数	功率上限	功率下限
30	0.026 6	3.25	0.90
31	0.024 8	7.45	1.72
32	0.055 9	8.45	1.95
33	0.053 5	8.23	1.89
34	0.054 7	6.61	1.52
12	-0.066 2	0.11	0
39	0.000 7	13.00	0
4	-0.001 1	6.50	0
7	-0.004 9	3.05	0
8	-0.003 3	6.79	0

注:感应电动机比例分别为 30%,45%,60%时对应的常数项系数 C 分别为 0.954 2,1,1.046 3。

图 4 给出了该故障(τ=0.12 s,γ=0%)所对应暂态稳定临界面的二维截面图。

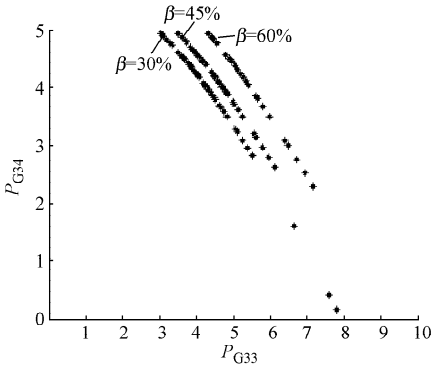


图 4 不同电动机比例下的暂态稳定临界面的二维截面图

Fig. 4 Boundary changes of dynamic security region for different motor load proportion

将来某个时间段内各关键节点的注入功率预测值如表 3 所示,将各关键节点的注入功率预测值作为注入功率的期望值,注入功率的标准差取期望值的 5%。超平面常数项 c 的期望值 μ_c 取负荷中感应电动机比例为 45%时的 c 值,将感应电动机比例为 30%和 60%的超平面常数项系数作为 x_c 的上下限 c_2 和 c_1 ,c 的标准差取 $c_2 - \mu_c$ 和 $\mu_c - c_1$ 的最小值。根据暂态失稳概率的计算步骤,可以得到预想故障发生后的系统暂态不稳定概率如表 4 所示。

表 3 关键节点的注入功率预测值
Table 3 Prospective power injection of key buses

关键节点	节点功率注入	关键节点	节点功率注入
30	2.56	12	0.03
31	5.31	39	2.61
32	7.25	4	4.60
33	2.77	7	2.28
34	4.67	8	0.95

表 4 计算结果比较(New England 系统)
Table 4 Comparison of calculation results of New England system

故障名称	解析法计算结果	Monte-Carlo 仿真结果	误差/(%)
线路 17-18 三相故障	0.387 397	0.386 5	0.23

为了验证计算结果的准确性,本文将这种基于动态安全域的计算结果与 Monte-Carlo 模拟仿真的结果进行了比较。Monte-Carlo 仿真实用样本的变异系数 s (精度)作为抽样过程收敛的判据,其定义为^[14]:

$$s = \frac{\sqrt{\hat{V}(E(F))}}{\hat{E}(F)} \tag{8}$$

式中: $\hat{E}(F)$ 为抽样数学期望; $\hat{V}(F)$ 为抽样方差。在仿真过程中,对故障清除时间、故障点位置、功率注入和超平面常数项系数分别按相应假设的离散和连续的概率分布进行总计 70 000 次的抽样,根据式(4)计算出系统暂态不稳定的次数与总抽样次数的比率,即得到系统暂态不稳定概率。由表 4 所示的比较结果可见,由本文所提出的求解系统暂态失稳概率的解析方法计算出的结果与 50 000 次的 Monte-Carlo 仿真的结果基本一致。此外,由表 5 所示的 Monte-Carlo 模拟仿真结果可见,精度为 0.015 1 仿真次数为 50 000 次的仿真所需要的时间长达 184 s,若关键节点数目增多,相应的随机变量增多,为了保证计算精度需要增加仿真次数,仿真时间则更长。而用本文提出的方法计算所需要的时间不到 1 s,若关键节点增多,计算时需要增加的内存数目不多,计算可在很短的时间内完成。

表 5 Monte-Carlo 模拟仿真结果
Table 5 Results of Monte-Carlo simulation

抽样次数	t/s	精度	仿真结果
1 000	0.60	0.111 0	0.353 0
3 000	2.17	0.056 2	0.400 3
6 000	5.12	0.040 5	0.393 3
8 000	7.77	0.036 4	0.383 1
10 000	11.23	0.031 6	0.390 7
30 000	69.74	0.021 3	0.389 2
50 000	184.22	0.015 1	0.386 5
70 000	332.50	0.009 5	0.386 9

为了进一步检验本文所提出的方法在实际系统中应用的效果,对河南 822 个节点、947 条线路的系统进行了暂态失稳概率计算。选择故障为姚郑 500 kV 线路三相短路故障;故障持续时间为 0.3 s (由于实际河南系统很难发生暂态功角失稳,为了能够进行检验而设置为 0.3 s);故障点位置取间隔为 20% 的 6 个点;负荷中感应电动机比例范围为 30%~60%;计算实用动态安全域时,取对系统影响较大的 30 个节点为关键节点;注入功率的标准差取期望值的 5%。利用本文所提出方法计算出的概率值与仿真 65 000 次的 Monte-Carlo 计算结果基本一致(见表 6)。采用本文提出的方法计算时间仅需 1 s,而 Monte-Carlo 仿真所需要的时间长达 328 s。因此,这种基于动态安全域求解系统暂态失稳概率的计算方法具有较强的计算速度上的优势。

表 6 计算结果比较(河南高压输电系统)
Table 6 Comparison of calculation results of Henan high voltage transmission system

故障名称	解析法计算结果	Monte-Carlo 仿真结果	误差/(%)
姚郑 500 kV 线路三相短路	0.402 536	0.401 4	0.28

5 结语

本文提出了用离散和连续相结合的概率模型综合计及多种随机因素的计算系统暂态失稳概率的方法。其中,依据电力系统动态安全域临界面在负荷中感应电动机比例不同的条件下具有近似平移的性质,计及了负荷模型的不确定性。同时,本文采用以半不变量为基础的 Gram-Charlier 级数法计算截断正态分布随机变量联合概率密度分布,使概率分布的考虑更加符合实际。依据本文方法的算例结果与 Monte-Carlo 仿真结果的比较表明了该方法的有效性。电力系统概率安全性评估中,需要针对大量预想事故进行系统暂态失稳概率计算,本文为此奠定了基础。

参考文献

[1] TIMKO K J, BOSE A, ANDERSON P M. Monte Carlo Simulation of Power Stability. IEEE Trans on Power Apparatus & Systems, 1983, 102(10): 3453—3459.

[2] 丁明,戴仁昶,刘亚成,等. 概率稳定性的蒙特卡罗仿真. 清华大学学报, 1999, 39(3): 79—83.

DING Ming, DAI Ren-chang, LIU Ya-cheng et al. Monte-Carlo Simulation Approach to Probability Stability. Journal of Tsinghua University, 1999, 39(3): 79—83.

[3] 鞠平,马大强. 电力系统的概率稳定性分析. 电力系统自动化, 1990, 14(3): 18—23.

JU Ping, MA Da-qiang. Probabilistic Stability Analysis of Power System. Automation of Electric Power Systems, 1990, 14(3): 18—23.

[4] BILLINTON R, KURUGANTY P R S. Probabilistic Evaluation of Transient Stability in a Multi-machine System. IEE Proceedings-C, 1979, 126(4): 321—326.

[5] 甘德强,王锡凡. 电力系统概率暂态稳定性的分析. 中国电力, 1994, 7(4): 32—35.

GAN De-qiang, WANG Xi-fan. Probabilistic Transient Stability Analysis of Power System. Electric Power, 1994, 7(4): 32—35.

[6] 鞠平. 电力系统负荷建模理论与实践. 电力系统自动化, 1999, 23(19): 1—7.

JU Ping. Theory and Practice of Power System Load Modeling. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(19): 1—7.

[7] 吴红斌,丁明,李生虎,等. 发电机和负荷模型对暂态稳定性影响的概率分析. 电网技术, 2004, 28(1): 43—47.

WU Hong-bin, DING Ming, LI Sheng-hu et al. Probabilistic Analysis on Influences of Generator Model and Load Model on Transient Stability. Power System Technology, 2004, 28(1): 43—47.

[8] 余贻鑫. 安全域的方法学及实用性结果. 天津大学学报, 2003, 36(5): 525—528.

YU Yi-xin. Methodology of Security Region and Practical Results. Journal of Tianjin University, 2003, 36(5): 525—528.

[9] 董存. 电力系统大扰动下的电压稳定域和实用动态安全域: [博士学位论文]. 天津: 天津大学, 2005.

DONG Cun. Voltage Stability Region and Practical Dynamic Security Region of Power System Subject to Serious Disturbance. Doctoral Dissertation. Tianjin: Tianjin University, 2005.

[10] 余贻鑫,栾文鹏. 利用拟合技术决定实用电力系统动态安全域. 中国电机工程学报, 1990, 10(电工数学增刊): 22—28.

YU Yi-xin, LUAN Wen-peng. Practical Dynamic Security Regions of Power Systems. Proceedings of the CSEE, 1990, 10(Supp for Mathematics of Electrical Engineering): 22—28.

[11] 章栋恩. 截断正态分布参数估计的 EM 算法. 北京轻工业学院学报, 1998, 16(2): 72—76.

ZHANG Dong-en. Estimation of Parameter for Truncated Normal Distribution via the EM Algorithm. Journal of Beijing Institute of Light Industry, 1998, 16(2): 72—76.

[12] KENDALL M, STUART A. The Advanced Theory of Statistics, 4th ed. London (UK): Charles Griffin, 1997.

[13] ZHANG Pei, SPTEPHEN T L. A New Computation Method for Probabilistic Load Flow Study. In: 2002 International Conference on Power System Technology. Kunming (China): 2002. 13—17.

[14] SILVA M L, MANSO L F, MELLO J C O et al. Pseudo-chronological Simulation for Composition Reliability Analysis with Time Varying Loads. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(1): 73—80.

付 川(1982—),男,硕士研究生,主要研究方向为电力系统安全性和稳定性. E-mail: fu_chuan@eyou.com

