基于混沌优化和 BFGS 方法的最优潮流算法

刘盛松，侯志俭，蒋传文
（上海交通大学电力学院，上海市 200240）

摘要： 将混沌优化与拟牛顿法中的 BFGS 方法相结合，提出了一种新的混合优化算法，并应用该方法进行电力系统最优潮流的计算。混沌优化方法利用混沌运动内在的遍历性、随机性和规律性等特点，跳出局部最优解，接近最优点；同时，利用 BFGS 方法在最优点的邻域内局部寻优，提高了收敛速度和求解精度。通过对 IEEE 14，30 和 57 节点试验电力系统的数值计算，验证了算法的有效性。

关键词： 最优潮流；混沌优化；BFGS 方法

中图分类号： TM744

0 引言

世界范围内电力工业的市场化改革，将经济性提到了一个新的高度，给最优潮流（OPF）的研究注入了强劲的动力。建立在严格数学基础之上的最优潮流模型首先是法国电力公司的 J. Carpentier 于 20 世纪 60 年代初提出的。此后，最优潮流成为许多学者十分关注的研究领域。

人们在这一领域已经做了大量研究工作，归纳起来主要有以下几种：①简化梯度法[1]，该方法是建立在牛顿法潮流计算基础上的第一个成功的 OPF 算法，但收敛性较差；②逐次线性规划方法[2]，这类算法将 OPF 问题转化为线性规划子问题求解，不需要形成 Hesse 矩阵，应用较为广泛；③逐次二次规划方法[3]，其目标函数采用二次模型，并对约束线性化处理，求解二次规划子问题，求解精度较高；④直接满足 Kuhn-Tucker 条件的非线性规划方法[4]；⑤内点法[5]。基于牛顿法的 OPF 算法被公认为是实用化方面的一大飞跃，但其不等式约束的处理较为困难。近年来，内点法逐渐引入到电力系统优化问题中，并得到广泛的应用，其本质是 Lagrangian 函数、牛顿方法和对数障碍函数三者的结合。

然而，OPF 问题是一个大规模、非线性、不可分、离散化的优化问题，存在着许多局部极小点。随着电力工业解除管制，电力系统经常要在高负荷下运行；同时，随着电力电子技术的发展，FACTS 等元件也相继引入到电力系统中，加剧了 OPF 问题的非凸性。沿着非单调的求解曲面，经典优化方法具有对初始点的高敏感性，极有可能收敛到局部最优点，或者发散。基于此，文献[6]将模拟生物进化过程的进化算法引入到最优潮流计算中，提出了基于进化规划的最优潮流算法，并针对其随机搜索、求解时间较长的特点，开发了基于梯度信息的加速策略。文献[7]则提出了基于进化规划和进化策略的最优无功调度。混沌优化方法是一个崭新的优化技术，内在的随机性和遍历性使其搜索效率更高。文献[8]提出了水电站厂内经济运行的混沌优化方法，结果表明，该方法操作简便且可行。然而，要将其应用到 OPF 等大规模的优化问题中，还需进一步提高其数值稳定性和收敛精度。

本文提出了一种新的基于混沌优化和拟牛顿法中的 BFGS 方法的最优潮流算法，通过混沌优化与高效的局部寻优技术——BFGS 方法的结合，使得混合算法的性能大为提高。对 3 个 IEEE 试验系统的数值计算，验证了算法的有效性。

1 OPF 问题

OPF 问题就是在网络结构和参数给定的条件下，确定系统的控制变量，使得描述系统运行效果的某一给定的目标函数最优，同时满足系统的运行和安全约束。可以用简洁的数学形式描述如下：

$$\begin{cases}\min\ f(x,u) \\ \text{s.t.}\ \ g(x,u)=0 \\ \qquad h(x,u)\leqslant 0\end{cases} \tag{1}$$

式中：u 是控制变量（包括发电机有功、无功输出功率，发电机机端电压和变压器变比等）；x 是状态变量（如节点电压幅值和相角）；$f(x,u)$ 是标量目标函数，常为发电费用或网损；$g(x,u)$ 是潮流方程等式约束；$h(x,u)$ 是不等式约束，分为变量不等式和函数不等式，常为系统的安全约束和元件的运行限值约束。

2 OPF 算法的数字描述

该算法分为 2 个阶段，即混沌优化阶段和

收稿日期：2001-12-21；修回日期：2002-01-18。
国家自然科学基金资助项目（50079006）。

BFGS 方法优化阶段。由于采用了全局寻优和局部寻优相结合的方式，对于混沌优化方法并不需要花费较多的时间在获得精确解上，只需将解带到最优解的邻域；而 BFGS 方法是一种非常有效的局部寻优算法，由于只需利用一阶导数，算法并不复杂，同时又具有很好的数值稳定性和收敛速度，在最优解的邻域只需很少的迭代步数即可获得最优解或更加接近最优解，提高解的精度。

2.1 混沌优化阶段

该阶段利用混沌优化方法的大范围全局寻优能力，使最优潮流解到达最优点的邻域。在实施过程中，应注意以下几个问题：

a. 优化变量的选取：对于 OPF 问题的数学模型，其解向量中的元素包括控制变量和状态变量。由于本文考虑以发电费用最小为目标函数，所以控制变量包括除了松弛节点以外的所有发电机的有功功率 P_{Gi} 和电压幅值 V_{Gi}，而状态变量包括所有未知的节点电压幅值 V_i 和相角 θ_i。在该阶段，将控制变量取为优化变量。待优化的控制变量可以通过混沌变量的“载波”映射得到，并进而得到优化。

b. OPF 问题形式的转化：在该阶段，采用 l_1 不可微精确罚函数，将式(1) 转化为混沌优化所需的形式：

$$\begin{cases} \min\ P_1(x,u) = f(x,u) + \\ \qquad\qquad \sigma_1 \sum_{i=1}^{m_1} \max(0, h_i(x,u)) \\ \text{s.t.}\ \ u_{i\min} \leqslant u_i \leqslant u_{i\max} \qquad i = 1,2,\cdots,n_1 \end{cases} \tag{2}$$

式中：σ_1 是不等式约束的惩罚参数；n_1 是控制变量的个数；m_1 是不等式约束的个数。

由于优化变量的取值可通过“载波”自动适应其定义域范围，所以不等式约束中不包括控制变量的限值约束，而包括状态变量的限值约束(变量不等式约束)$x_{i\min} \leqslant x_i \leqslant x_{i\max}$($i = 1,2,\cdots,n_2$；$n_2$ 是状态变量的个数) 和松弛节点的有功功率 P_{slack}，发电机节点的无功功率 Q_{Gi} 和输电线路有功、无功潮流限值约束(函数不等式约束)。

c. 潮流计算：式(2) 未考虑潮流等式约束 $g(x,u) = 0$，这可通过潮流计算来处理。潮流方程求解，一方面保证了潮流等式约束 $g(x,u) = 0$，另一方面可获得与当前控制变量相对应的状态变量，进而可求出用于混沌优化所需的评价函数 $P_1(x,u)$。

2.2 BFGS 方法优化阶段

在该阶段，将混沌优化所获得的最优潮流解(包括控制变量和状态变量)作为 BFGS 方法优化变量的初值，然后通过 BFGS 方法进行寻优，从而获得较高精度的 OPF 最终解。采用可微惩罚函数，将式(1) 转化为 BFGS 方法所需的无约束优化的形式：

$$\min\ P_2(x,u) = f(x,u) + \sigma_2 \left\{ \sum_{i=1}^{2n} g_i^2(x,u) + \sum_{i=1}^{m_2} \max^2(0, h_i(x,u)) \right\} \tag{3}$$

式中：σ_2 是等式和不等式约束的惩罚参数；n 是网络节点数；m_2 是不等式约束的个数。

不等式约束除了包括式(2) 中所有的约束外，还应包括控制变量的限值约束(变量不等式约束)$u_{i\min} \leqslant u_i \leqslant u_{i\max}$($i = 1,2,\cdots,n_1$)。

3 OPF 算法的流程

3.1 混沌优化方法

混沌是确定性系统中由于内禀随机性而产生的一种外在复杂、貌似无规的运动。混沌并不是无序和紊乱，更像是没有周期性的秩序[9,10]。在理想模型中，它可能包含着无穷的内在层次，层次之间存在着“自相似性”。

混沌运动具有遍历性、随机性、规律性等特点，能在一定范围内按其自身的规律不重复地遍历所有状态。混沌优化方法[11]就是利用混沌变量的这种特性，通过载波的方法将混沌运动的遍历范围“放大”到优化变量的取值范围，使优化搜索更加有效。

选择 Logistic 映射[9,10]来产生混沌变量：

$$\gamma(k+1) = \mu\gamma(k)(1-\gamma(k)) \tag{4}$$

式中：μ 是控制参数，$0 \leqslant \gamma(0) \leqslant 1$。

当 $\mu = 4$ 时，系统(4) 完全处于混沌状态。利用混沌运动对初值敏感的特点，赋给式(4) 若干个微小差异的初值即可得到若干个混沌变量。

考虑式(2)所描述的优化问题：

$$\begin{cases} \min\ P_1(x) \\ \text{s.t.}\ \ a_i \leqslant x_i \leqslant b_i \quad i = 1,2,\cdots,n \end{cases} \tag{5}$$

式中：x 是 n 维变量；a_i 和 b_i 分别是变量 x 的第 i 个分量 x_i 的下限和上限。

混沌优化算法流程如下：

步骤 1：初始化 $\gamma_i(0)$，$0 \leqslant \gamma_i(0) \leqslant 1$ ($i = 1,2,\cdots,n$)，产生 n 个不同轨迹的混沌变量。给定两个正整数 N_1 和 N_2。

步骤 2：将混沌变量 $\gamma_i(0)$ 映射到优化变量 x_i 的取值区间：

$$x_i(0) = a_i + \gamma_i(0)(b_i - a_i) \quad i = 1,2,\cdots,n$$

令 $x^* = x(0)$，$P_1^* = P_1(x(0))$。

步骤 3：令迭代数 $k = 1$。

步骤 4：利用“一次载波”，进行混沌搜索：

Do

{

$\gamma_i(k)=4\gamma_i(k)(1-\gamma_i(k)) \quad (i=1,2,\cdots,n)$

$x_i(k)=a_i+\gamma_i(k)(b_i-a_i) \quad (i=1,2,\cdots,n)$

If$(P_1(x(k))\leqslant P_1^*)$

{

$x^*=x(k)$

$P_1^*=P_1(x(k))$

}

Else If $(P_1(x(k))\geqslant P_1^*)$

{

放弃 $x(k)$

}

$k=k+1$

}

Loop until (经过 N_1 步搜索,P_1^* 保持不变)

步骤5:利用“二次载波”,进行混沌搜索:

Do

{

$\gamma_i(k)=4\gamma_i(k)(1-\gamma_i(k)) \quad (i=1,2,\cdots,n)$

$x_i(k)=x_i^*+\alpha_i\gamma_i(k) \quad (i=1,2,\cdots,n)$

If$(P_1(x(k))\leqslant P_1^*)$

{

$x^*=x(k)$

$P_1^*=P_1(x(k))$

}

Else If $(P_1(x(k))\geqslant P_1^*)$

{

放弃 $x(k)$

}

$k=k+1$

}

Loop until (经过 N_2 步搜索,P_1^* 保持不变)

步骤6:输出最优解 x^* 和最优函数值 P_1^*。

步骤5中的 α_i 为调节常数,以使 $\alpha_i\gamma_i(k)$ 为遍历区间很小的混沌变量。混沌变量初值的选取,对于不同的优化变量,只需在0～1范围内随机选取,彼此相异,但不能取为0,0.25,0.50,0.75,1.00,因为这些点是Logistic映射的不动点[9]。

3.2 BFGS方法

拟牛顿法是基于逼近牛顿法的方法,它的基本思想是利用目标函数值和一阶导数的信息,构造出的目标函数曲率近似,而不需要明显形成Hesse矩阵,同时具有收敛速度快和数值稳定的优点[12]。在拟牛顿法中,最为有效的一个Hesse矩阵修正公式是由Broyden,Fletcher,Goldfarb和Shanno等人提出的,即BFGS方法。

考虑式(3)所描述的无约束优化问题:

$$\min P_2(x) \tag{6}$$

BFGS算法流程如下:

步骤1:给定初始点 $x^{(1)}\in\mathbf{R}^n$,允许误差 $\varepsilon>0$。

步骤2:置 $H_1=\boldsymbol{I}_n$,$\boldsymbol{I}_n$ 为 n 阶单位矩阵,计算出在 $x^{(1)}$ 处的梯度 $g_1=\nabla p_2(x^{(1)})$,置 $k=1$。

步骤3:令 $d^{(k)}=-H_kg_k$。

步骤4:从 $x^{(k)}$ 出发,沿方向 $d^{(k)}$ 搜索,求步长 λ_k,使它满足:

$$P_2(x^{(k)}+\lambda_kd^{(k)})=\min_{\lambda>0}P_2(x^{(k)}+\lambda d^{(k)})$$

令 $x^{(k+1)}=x^{(k)}+\lambda_kd^{(k)}$,计算 $g_{k+1}=\nabla p_2(x^{(k+1)})$。

步骤5:检验是否满足收敛准则,若满足,则停止迭代,得到 $x^*=x^{(k+1)}$;否则,进行步骤6。

步骤6:若 $k=n$,则令 $x^{(1)}=x^{(k+1)}$,返回步骤2;否则,进行步骤7。

步骤7:令 $p^{(k)}=x^{(k+1)}-x^{(k)}$,$q^{(k)}=g_{k+1}-g_k$。则:

$$H_{k+1}=H_k+\left(1+\frac{q^{(k)T}H_kq^{(k)}}{p^{(k)T}q^{(k)}}\right)\frac{p^{(k)}p^{(k)T}}{p^{(k)T}q^{(k)}}-\frac{p^{(k)}q^{(k)T}H_k+H_kq^{(k)}q^{(k)T}}{p^{(k)T}q^{(k)}}$$

置 $k=k+1$,返回步骤3。

拟牛顿法不必计算二阶导数,它是所有利用一阶导数求解无约束优化方法中最有效的一类方法。实际计算表明,BFGS方法是拟牛顿法中最有效的一种方法,这也是选择其作为最后局部寻优的原因。

4 算例分析

运用基于混沌优化和BFGS方法的OPF算法,分别对IEEE 14,30,和57节点系统进行了计算,并对计算结果进行了统计分析。

各算例系统基本参数见表1。所有节点电压幅值的下限和上限值均分别取为0.95和1.10,潮流收敛的允许误差取为0.001。

表1 IEEE节点系统基本参数
Table 1 Characteristics of IEEE bus systems

系统	节点数	有功负荷/MW	无功负荷/Mvar	初始费用
IEEE 14	14	259.0	73.5	784.5
IEEE 30	30	283.4	126.2	900.7
IEEE 57	57	1 250.8	336.4	6 948.3

算法由C++语言实现,运行于PⅢ 800 MHz的PC机上。相关参数设置为:在混沌优化方法中,对于IEEE 14和30节点系统,N_1 和 N_2 均取为100;对于IEEE 57节点系统,N_1 和 N_2 均取为200;“二次载波”中的调节常数 α_i 对于混沌优化非常重要,经验表明 α_i 取为控制变量上限与下限之差的

0.01 是非常适宜的；惩罚参数 σ_1 和 σ_2 分别取为 1 000 和 100 000。由于混沌优化算法的内禀随机性，为了客观地对待计算结果，对每个算例系统均运用该算法独立进行 100 次优化计算。

表 2 给出了采用混沌优化方法的最优潮流计算结果的统计分析；表 3 给出了混沌优化后，采用 BFGS 方法寻优的计算结果的统计分析。从中可以看出，在 100 次计算结果中，混沌优化得到的 3 个算例系统的各项统计数据，经过 BFGS 方法的寻优后均得到了改进，不仅各项统计费用有所下降，而且标准差也随之减少，证明了该混合算法的有效性。在获得的最终结果中，3 个算例系统的标准差都很小，由于标准差反映的是最优费用分布的分散程度，因此最优费用的取值非常集中，这说明算法的数值稳定性较好，每次运行结果都非常接近最优解，其原因在于混沌全局寻优之后引入 BFGS 方法的局部寻优。

表 2 混沌优化计算结果的统计分析
Table 2 Statistic analysis of the results for chaos optimization algorithm

系统	最小费用	最大费用	平均费用	标准差
IEEE 14	764.09	768.23	765.29	1.234 7
IEEE 30	802.76	805.36	804.28	0.471 6
IEEE 57	4 981.09	5 030.92	4 994.32	10.611 0

表 3 BFGS 方法寻优后计算结果的统计分析
Table 3 Statistic analysis of the results for BFGS method

系统	最小费用	最大费用	平均费用	标准差
IEEE 14	762.20	764.82	763.23	0.729 0
IEEE 30	802.48	802.56	802.50	0.015 6
IEEE 57	4 974.04	4 996.16	4 988.31	6.085 7

表 4 分别列出了算法中混沌优化方法和 BFGS 方法各自的平均迭代次数和算法计算时间的平均值。可以看出，混沌优化方法由于不需要得到精确的最优解，因此迭代次数（评价函数 $P_1(x,u)$ 的计算次数）大为减少；而 BFGS 方法由于初始迭代点在最优点的邻域，所以也只需较少的迭代次数即可收敛。由于全局寻优和局部寻优两个方法的结合，使得总的计算时间较少。

表 4 算法平均的迭代次数和 CPU 时间
Table 4 Average iterations and CPU times of the algorithm

系统	迭代次数		CPU 时间/s
	混沌优化方法	BFGFS 方法	
IEEE 14	308	4	0.15
IEEE 30	332	1	0.28
IEEE 57	929	5	1.51

5 结语

由于 OPF 问题是一个复杂的高维数的非线性优化问题，经典优化方法很容易陷入局部最优。本文提出了一种新的基于混沌优化和 BFGS 方法的 OPF 算法，通过混沌优化方法全局寻优，将 OPF 解带入全局最优点的邻域，然后通过 BFGS 方法的局部寻优来提高解的精度。算例表明，混沌优化和 BFGS 方法优势互补，大大提高了算法的数值稳定性和收敛速度，具有广泛的应用前景。

由于 OPF 问题中常常含有离散控制变量，而且随着电力系统的发展，FACTS 元件也相继引入，为了使该算法更加完善，如何有效地处理离散控制变量和 FACTS 元件，是我们目前正在着手做的工作。

参考文献

1 Dommel H W, Tinney W F. Optimal Power Flow Solutions. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1968, 96(10): 1866～1876

2 Alsac O, Bright J, Prais M, et al. Further Developments in LP-based Optimal Power Flow. IEEE Trans on Power Systems, 1990, 5(3): 697～711

3 Burchett R C, Happ H H, Vierath D R. Quadratically Convergent Optimal Power Flow. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1984, 103(4): 3267～3276

4 Sun D I, Ashley B, Brewer B, et al. Optimal Power Flow by Newton Approach. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1984, 103(10): 2864～2880

5 Quintana V H, Torres G L, Medina-Palomo J. Interior-point Methods and Their Applications to Power System: A Classification of Publications and Software Codes. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(1): 170～176

6 Yuryevich J, Wong K P. Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow Algorithm. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(4): 1245～1250

7 Gomes J R, Saavedra O R. Optimal Reactive Power Dispatch Using Evolutionary Computation: Extented Algorithm. IEE Proc——Gener, Transm and Distrib, 1999, 146(6): 586～592

8 蒋传文，权先璋，张勇传（Jiang Chuanwen, Quan Xianzhang, Zhang Yongchuan）. 水电站厂内经济运行中的一种混沌优化算法（A Chaotic Optimization Method for Economical Operation of Hydropower Plants）. 华中理工大学学报（Journal of Huazhong University of Science and Technology），1999，27(12)：39～40

9 王东生，曹 磊（Wang Dongsheng, Cao Lei）. 混沌、分形及其应用（Chaos, Fractals and Their Applications）. 合肥：中国科学技术大学出版社（Hefei: University of Science and Technology of China Press），1995

10 Jefferies D J, Deane J H B, Johnstone G G. An Introduction to Chaos. Electronics and Communication Engineering Journal, 1989, 1(3): 115～123

11 李 兵，蒋慰孙（Li Bing, Jiang Weisun）. 混沌优化方法及其应用（Chaos Optimization Method and Its Application）. 控制理论与应用（Control Theory and Applications），1997，14(4)：613～615

12 袁亚湘,孙文瑜(Yuan Yaxiang, Sun Wenyu). 最优化理论与方法(Optimization Theory and Methods). 北京:科学出版社(Beijing: Science Press),1999

刘盛松(1974—),男,博士研究生,主要研究方向为电力系统优化潮流及其在电力市场中的应用。E-mail: liussus@yahoo.com

侯志俭(1942—),男,教授,博士生导师,主要从事电力系统分析、控制及电力市场的研究。

蒋传文(1967—),男,博士,主要从事混沌理论及其应用、水电系统优化调度及控制的研究。

OPTIMAL POWER FLOW ALGORITHM BASED ON CHAOS OPTIMIZATION AND BFGS METHOD

Liu Shengsong, Hou Zhijian, Jiang Chuanwen

(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: In this paper a new hybrid optimization algorithm, which combines chaos optimization algorithm and BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) method, is proposed for handling the optimal power flow (OPF) problem. By use of the properties of intrinsic ergodicity, randomness, and regularity of chaos, the chaos optimization algorithm can escape from the local minima and approach the global minima. To improve the rate of convergence and accuracy, BFGS method is used to perform the local search in the neighborhood of the global minima. The numerical results from IEEE 14, 30 and 57 bus test systems illustrate the validity of the proposed algorithm.

The project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50079006).

Key words: optimal power flow (OPF); chaos optimization; BFGS method