继电保护傅氏算法中滤除直流分量的一种简便算法

黄　恺，孙苓生
（上海交通大学电子信息与电气工程学院，上海市 200030）

摘要：快速傅里叶变换(FFT)是电力系统进行谐波分析的主要算法，但当输入信号中含有衰减直流分量时，FFT算法会产生较大的误差。文中提出一种改进算法，能够在事先未知衰减常数的情况下对衰减直流分量进行补偿，从而消除直流分量对基波及各次谐波幅值和相位的影响。该算法只需要在整周期采样的基础上增加一个采样点，理论上可以精确补偿衰减直流分量的影响，精度高、计算简单，适用于电力系统谐波分析中的精确算法。

关键词：电力系统；谐波；快速傅里叶变换(FFT)；衰减直流分量

中图分类号：TM77；TM744

0 引言

近年来，随着电力电子技术的广泛应用，半导体器件等非线性负荷在电力系统中的使用越来越多，这就不可避免地使相关的电流和电压波形产生较大程度的畸变，即通常所说的谐波污染。谐波污染已成为电力系统的公害，对电力系统安全、经济运行造成极大的影响。所以，对电网中的谐波含量进行实时测量，确切掌握电网中谐波的实际状况，对于防止谐波危害，维护电网的安全运行是十分必要的。

电力系统的谐波分析通常是利用快速傅里叶变换(FFT)实现的。FFT算法的基础是假定输入的信号是周期信号，可以分解为恒定直流分量与整数倍基频周期分量之和。然而在电力系统中，实际的输入信号中非周期分量包含的是衰减的直流分量。如果对衰减的直流分量取一个数据窗进行FFT运算，会产生直流分量、基频以及倍频分量，从而给周期性分量的计算带来误差，因此必须设法对衰减直流分量进行补偿。对于衰减直流分量的补偿已有一些方法[1~3]。本文提出一种简便方法，只需在整周期采样的基础上增加一个采样点，就能在事先未知衰减常数的情况下对任意衰减常数直流分量进行精确的补偿，从而得到准确的基波及各次谐波值。

1 离散傅里叶变换基于衰减直流分量 $Ae^{-\alpha t}$ 的误差分析

设输入信号为：

$$x(t)=Ae^{-\alpha t}+\sum_{i=1}^{m}x_i\sin(i\omega t+\varphi_i)=Ae^{-\alpha t}+\sum_{i=1}^{m}(x_{ic}\cos i\omega t+x_{is}\sin i\omega t)\tag{1}$$

式中：x_i，φ_i 分别为信号中第 i 次谐波分量的幅值及初相角；x_{is}，x_{ic} 分别为第 i 次谐波分解后相应的正弦、余弦分量的幅值；A，α 分别为衰减直流分量的初始值和衰减常数。

现对输入信号在一个周期内进行采样，采样间隔为 T_s，采样频率 $f_s=1/T_s$ 满足采样定理，即 f_s 大于输入信号最高频率分量的2倍，生成的有限长离散信号序列为 $x(n)$：

$$x(n)=Ae^{-\alpha nT_s}+\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ic}\cos\frac{2\pi in}{N}+x_{is}\sin\frac{2\pi in}{N}\right)\tag{2}$$

式中：$n=0,1,\cdots,N-1$；N 为一个周期内采样点数。

其离散傅里叶变换(DFT)算法[4]为：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{-nk}\quad k=0,1,\cdots,N-1\tag{3}$$

其离散傅里叶反变换(IDFT)算法为：

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{nk}$$

式中：$n=0,1,\cdots,N-1$；$W_N=e^{j\frac{2\pi}{N}}$。

这样，我们用通过DFT算法得到的各频谱分量恢复原信号：

$$\begin{aligned}x'(n)&=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X'(k)W_N^{nk}=\\&x_0+\sum_{i=1}^{m}x_i'\sin\left(\frac{2\pi in}{N}+\varphi_i'\right)=\\&x_0+\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ic}'\cos\frac{2\pi in}{N}+x_{is}'\sin\frac{2\pi in}{N}\right)\end{aligned}\tag{4}$$

式中：$n=0,1,\cdots,N-1$；x_0，x_i'，φ_i' 分别为 $x'(t)$ 的直流分量、第 i 次谐波的幅值及初相角；x_{is}'，x_{ic}' 分别为 $x'(t)$ 分解后的正弦、余弦分量的幅值，且有：

收稿日期：2002-06-04。

$$x' = \sqrt{x_{ic}'^2 + x_{is}'^2}$$

$$\varphi_i' = \arctan \frac{x_{ic}'}{x_{is}'}$$

$$X'(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{-nk} = \sum_{n=0}^{N-1} A\mathrm{e}^{-\alpha n T_s} W_N^{-nk} + \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ic}\cos\frac{2\pi in}{N} + x_{is}\sin\frac{2\pi in}{N}\right) W_N^{-nk} \tag{5}$$

式中：$k=0,1,\cdots,N-1$。

特别地，有：

$$x_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} A\mathrm{e}^{-\alpha n T_s} + \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{m} x_i \sin\left(\frac{2\pi in}{N} + \varphi_i\right) \tag{6}$$

容易证明，当 N 为偶数时，式(6)中第 2 项为 0，所以有：

$$x_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} A\mathrm{e}^{-\alpha n T_s} \tag{7}$$

从式(5) 可以看出，衰减直流分量带来的误差为式中的第 1 项，即 $\sum_{n=0}^{N-1} A\mathrm{e}^{-\alpha n T_s} W_N^{-nk}$。因此，要消除直流分量的影响，只要能消除此项即可。令：

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1}\sum_{i=1}^{m}\left(x_{ic}\cos\frac{2\pi in}{N} + x_{is}\sin\frac{2\pi in}{N}\right) W_N^{-nk} \tag{8}$$

$$\Delta X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} A\mathrm{e}^{-\alpha n T_s} W_N^{-nk} = A\,\frac{1-\mathrm{e}^{-\alpha N T_s}}{1-\mathrm{e}^{-\alpha T_s - \mathrm{j}\frac{2\pi}{N}k}} = A(1-\mathrm{e}^{-\alpha N T_s})\cdot \frac{1-\mathrm{e}^{-\alpha T_s}\cos\frac{2\pi k}{N} - \mathrm{j}\mathrm{e}^{-\alpha T_s}\sin\frac{2\pi k}{N}}{1-2\mathrm{e}^{-\alpha T_s}\cos\frac{2\pi k}{N} + \mathrm{e}^{-2\alpha T_s}} \tag{9}$$

则有：

$$X(k) = X'(k) - \Delta X(k) \tag{10}$$

当输入信号为实信号时，容易证明式(2)中：

$$x_{ic} = \frac{2}{N}\mathrm{Re}\,X(i) \tag{11}$$

$$x_{is} = -\frac{2}{N}\mathrm{Im}\,X(i) \tag{12}$$

$$x_i = \sqrt{x_{ic}^2 + x_{is}^2} \tag{13}$$

$$\varphi_i = \arctan\frac{x_{ic}}{x_{is}} \tag{14}$$

2　消除非周期分量影响的改进算法

由以上分析得知，只要能够从采样值中得到 $\Delta X(k)$，便可进行补偿。而要得到 $\Delta X(k)$，必须得到 α 及 A 的值。这里介绍一种方法，只要比正常全周期数据窗增加 1 个采样点，就可以得到准确的 α 和 A 值。取采样的第 1 点 $x(0)$，第 $N+1$ 点 $x(N)$。如果输入信号具有式(1) 的形式，则有：

$$\delta(x) = x(0) - x(N) = A(1-\mathrm{e}^{-\alpha N T_s}) \tag{15}$$

又考虑式(7)中的 x_0，并取 $x_0'=Nx_0$，则有：

$$x_0' = Nx_0 = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) = \sum_{n=0}^{N-1} A\mathrm{e}^{-\alpha n T_s} = A\,\frac{1-\mathrm{e}^{-\alpha N T_s}}{1-\mathrm{e}^{-\alpha T_s}} \tag{16}$$

在实际计算中，可省略求解 x_0 的过程，直接对一个周期内的采样值进行求和得到 x_0'。

将式(15)、式(16)联立，得：

$$\mathrm{e}^{-\alpha T_s} = 1 - \frac{x(0)-x(N)}{x_0'} = 1 - \frac{\delta(x)}{x_0'} \tag{17}$$

$$A = \frac{x(0)-x(N)}{1-(\mathrm{e}^{-\alpha T_s})^N} = \frac{\delta(x)}{1-(\mathrm{e}^{-\alpha T_s})^N} \tag{18}$$

将式(17)、式(18) 代入式(9)，即可得 $\Delta X(k)$ 。

在实际计算中并不需要求出 A 值，只需将式(15) 中的 $A(1-\mathrm{e}^{-\alpha N T_s})$ 作为一个整体代入式(9)即可，得：

$$\Delta X(k) = \delta(x)\cdot \frac{1-\left(1-\frac{\delta(x)}{x_0'}\right)\cos\frac{2\pi k}{N} - \mathrm{j}\left(1-\frac{\delta(x)}{x_0'}\right)\sin\frac{2\pi k}{N}}{1-2\left(1-\frac{\delta(x)}{x_0'}\right)\cos\frac{2\pi k}{N} + \left(1-\frac{\delta(x)}{x_0'}\right)^2} \tag{19}$$

将式(19) 的结果代入式(10)，得到 $X(k)$。然后由式(11)～式(14) 得到 x_i，φ_i，即可得到基波和各谐波分量的幅值与初相角。

3　仿真计算

下面对改进算法进行仿真计算，并与常规 FFT 算法进行比较，以说明改进算法对衰减直流分量影响的校正能力，采样频率为 1 200 Hz。设输入信号为：

$$x(t) = 10\mathrm{e}^{-t/\tau} + 10\sin(\omega t + pi/6) + 2\sin 2\omega t + 6\sin 3\omega t + 2\sin 4\omega t + 4\sin 5\omega t$$

式中：$\omega = 100\pi$；$\tau = 1/\alpha$。

我们取不同的衰减时间常数 τ 进行仿真计算，仿真结果如表 1 所示。

4　结语

由仿真计算可以看出：改进算法对衰减直流分量有很好的校正作用，基本上能精确恢复出原信号中的基波及各次谐波的幅值和相位。新算法只需要在一个周期的数据窗的基础上增加一个采样点，就能够在事先未知衰减时间常数的情况下对衰减直流

表 1　仿真结果
Table 1　Simulation results of the example

τ/s	算法	基波		2 次谐波		3 次谐波		4 次谐波		5 次谐波	
		幅值	相位/(°)	幅值	相位/(°)	幅值	相位/(°)	幅值	相位/(°)	幅值	相位/(°)
0.01	FFT	12.733 2	28.936 1	3.360 8	9.919 7	6.875 1	3.850 6	2.653 2	9.107 8	4.485 3	5.124 7
	改进算法	10.000 0	30.000 0	2.000 0	0.000 0	6.000 0	0.000 0	2.000 0	0.000 0	4.000 0	0.000 0
0.10	FFT	10.545 3	28.885 2	2.283 2	2.013 6	6.182 8	0.719 9	2.132 2	2.063 9	4.099 1	1.067 6
	改进算法	10.000 0	30.000 0	2.000 0	0.000 0	6.000 0	0.000 0	2.000 0	0.000 0	4.000 0	0.000 0

分量进行精确补偿，理论上属于一种精确算法。在实际计算中仍可能会有微小误差，但误差并不来源于算法本身，通过提高采样频率、提高计算精度等方法可以进一步减小误差。

参 考 文 献

1　陈德树(Chen Deshu)．计算机继电保护原理与技术(Theory and Technology of Computer Relay Protection)．北京：中国电力出版社(Beijing：China Electric Power Press)，1992

2　李孟秋，王耀南，王　辉(Li Mengqiu，Wang Yaonan，Wang Hui)．基于全周波傅氏算法滤除衰减直流分量新方法(A New Algorithm for Filtering Decaying DC Component Based on Holocycle Fourier Algorithm)．湖南大学学报(Journal of Hunan University)，2001，28(1)：59～63

3　熊　岗，陈　陈(Xiong Gang，Chen Chen)．一种能滤除衰减直流分量的交流采样新方法(A Novel Alternating Current Sampling Algorithm for Filtering Decaying Direct Current Component)．电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems)，1997，21(2)：24～26

4　孙仲康(Sun Zhongkang)．快速傅里叶变换及其应用(FFT and Its Application)．北京：人民邮电出版社(Beijing：People's Posts and Telecommunications Publishing House)，1982

黄　恺(1978—)，男，硕士研究生，研究方向为电力系统自动化、电力电子技术。E-mail：huangk2000@hotmail.com

孙苓生(1948—)，男，高级工程师，研究方向为电力系统自动化、电力电子技术。

A COMPACT ALGORITHM FOR FILTERING DECAYING DC COMPONENT IN RELAY PROTECTION FOURIER ALGORITHM

Huang Kai，Sun Lingsheng (Shanghai Jiaotong University，Shanghai 200030，China)

Abstract：Fast Fourier transform (FFT) is the main algorithm for harmonic analysis in electric power system，but when there is the decaying DC component in input signal，FFT algorithm will have higher error. This paper proposes an improved algorithm，which can compensate the decaying DC component without knowing the decaying constant and eliminate the influence of decaying DC component on the fundamental frequency component and each harmonic. The new algorithm only needs to add one sample on the basis of the all-wave sampling method，and can accurately compensate the DC component theoretically. It is simple and accurate，and is suitable for using as the accurate algorithm of the harmonic analysis in electric power system.

Key words：power systems；harmonic；fast Fourier transform (FFT)；decaying DC component